

**Ю.О. Пушкар'юв, д.т.н., проф.,**  
*Серпуховський військовий інститут ракетних військ*  
**В.Б. Ревенко, к.т.н.,**  
*Житомирський військовий інститут радіоелектроніки ім. С.П.Корольова*

### МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ СТОХАСТИЧНОГО РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ РАДІОЕЛЕКТРОННИХ СЛІДКУЮЧИХ СИСТЕМ

*Розглянуто методику синтезу та визначення параметрів стохастичного регулятора для радіоелектронних слідкуючих систем. Запропонована методика дозволяє визначити параметри управління із умов підвищення точності слідкування при збереженні заданої точності оцінювання.*

Постановка проблеми та аналіз останніх досліджень і публікацій. У [1, 2] була розглянута методологія синтезу цифрових фільтрів оцінювання з управлінням спостереженням, яка забезпечує підвищення точності за спостереженням радіоелектронних слідкуючих систем при збереженні заданої точності оцінювання. Там же були отримані нові цифрові фільтри оцінювання другого і третього порядків, які дозволяють підвищувати динамічну точність за каналом спостереження (вимірювання) навіть тоді, коли модель динаміки процесу, що оцінюється, відрізняється від апріорі. При цьому точність оцінювання залишається такою ж, як у відомих фільтрів типу  $\alpha - \beta$  і  $\alpha - \beta - \gamma$  [3, 4].

Новий якісний ефект досягався процедурою управління спостереженням, у якій роль параметрів, що управляються, виконували коефіцієнти  $a_1$  і  $a_2$  чисельника передаточної функції за нев'язкою спостереження  $U(n)$ .

Зрозуміло, що задача визначення значень (вибору) параметрів  $a_1$  і  $a_2$  є дуже актуальною для досягнення цілі управління (підвищення точності слідкування). Однак у запропонованих цифрових фільтрах [1] ці параметри розраховувались із умови еквівалентності за оцінюванням відомих фільтрам і, таким чином, мали жорсткий алгоритм управління. Так, наприклад, для фільтра другого порядку типу  $(ae)^2$  умови еквівалентності  $\alpha - \beta$  фільтру мали вигляд:

$$\epsilon_0 = 1 - \alpha, \quad a_1 = \beta - \alpha, \quad (1)$$

а для фільтра третього порядку типу  $(ae)^3$  умови еквівалентності  $\alpha - \beta - \gamma$  фільтру мали вигляд:

$$\epsilon_0 = 1 - \alpha, \quad a_1 = -2\alpha + \beta + 0,5\gamma, \quad a_2 = \alpha - \beta + 0,5\gamma. \quad (2)$$

Із (1) і (2) випливає, що параметри управління  $a_1$  і  $a_2$  жорстко пов'язані з ваговими коефіцієнтами  $\alpha, \beta, \gamma$  відповідного фільтра.

У [2] для того, щоб звільнити параметри управління  $a_1$  і  $a_2$  від жорстких умов, характеристичний поліном для фільтрів другого порядку задавався у вигляді:

$$C(z) = 1 + (a_1 + k\epsilon_0)z^{-1} + \epsilon_0 z^{-2}, \quad (3)$$

а для фільтрів третього порядку –

$$C(z) = 1 + (a_1 + k_1\epsilon_0)z^{-1} + (a_2 + k_2\epsilon_0)z^{-2} - \epsilon_0 z^{-3}. \quad (4)$$

Умови еквівалентності мали вигляд:

$$\epsilon_0 = 1 - \alpha, \quad k = \frac{\alpha - 2 + \beta - a_1}{\epsilon_0}, \quad (5)$$

а для фільтрів третього порядку –

$$\epsilon_0 = 1 - \alpha, \quad k_1 = \frac{-3 + \alpha + \beta + 0,5\gamma - a_1}{\epsilon_0}, \quad k_2 = \frac{3 - 2\alpha - \beta + 0,5\gamma - a_2}{\epsilon_0}. \quad (6)$$

У цьому випадку параметри  $a_1$  і  $a_2$  не пов'язані жорстко з коефіцієнтами  $\alpha, \beta, \gamma$  фільтрів і могли бути розраховані із вимог, які ставляться до радіоелектронної слідкуючої системи [3, 4]. Однак у [2] розв'язанню цієї задачі потрібної уваги не приділялось.

Тому метою статті є розробка методики визначення значень параметрів (закону) управління для радіоелектронних слідкуючих систем із умов підвищення точності слідкування.

Розробка методики визначення параметрів алгоритму управління. У [2, 5] показано, що алгоритм управління  $U(n)$  спостереженням  $\tilde{U}(n)$  визначається на основі оцінки  $\hat{X}(n)$  і має вигляд:

$$U(n) = F_e(z)\hat{X}(n), \quad \forall n \geq 1, \quad (7)$$

де

$$\begin{aligned} C(z) &= [A(z) - F_e(z)B(z)] / [1 - F_e(z)], \\ F_e(z) &= [C(z) - A(z)] / [C(z) - B(z)]. \end{aligned} \quad (8)$$

З урахуванням (8) структурна схема радіоелектронної слідкуючої системи набуде вигляду (рис. 1):

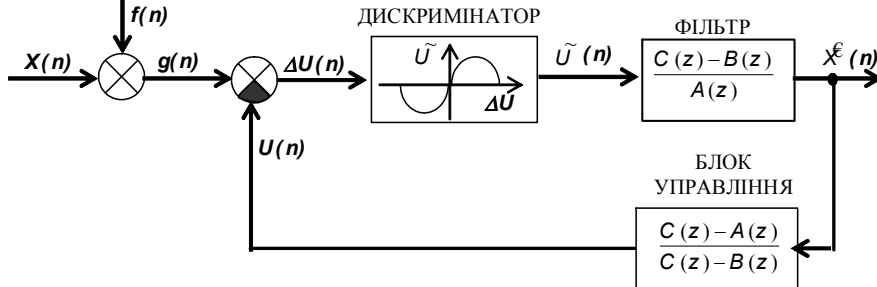


Рис. 1

Вважаємо, що канал спостереження є лінійним (робота проходить на лінійній ділянці статичної характеристики), тобто  $\Delta U(n) = \tilde{U}(n)$ .

Слід зауважити, що при визначенні умов еквівалентності за оцінюванням (5) і (6) досягалась однозначна відповідність передаточних функцій за нев'язками оцінювання  $\varepsilon(n) = g(n) - \hat{X}(n)$  запропонованих фільтрів відповідним передаточним функціям відомих фільтрів.

Оскільки поліноми  $A(z)$  і  $B(z)$  були визначені у [1, 2], а поліном  $C(z)$  для фільтрів другого і третього порядків визначається відповідно виразами (3) і (4), то, підставивши їх у (8) і (7), можна отримати алгоритм управління спостереженням, у якому параметри управління  $a_1$  і  $a_2$  не пов'язані жорсткими умовами з коефіцієнтами фільтра.

Передаточна функція за нев'язкою спостереження синтезованих у [1, 2] цифрових фільтрів визначається таким виразом:

$$K_{\tilde{u}g}(z) = \frac{\tilde{U}(n)}{g(n)} = \frac{A(z)}{C(z)}. \quad (9)$$

Покажемо, що, використовуючи вираз (9), можна визначити значення параметрів алгоритму управління.

Відомо [3, 5], що якість роботи у сталому режимі радіоелектронної слідкуючої системи характеризується випадковими і динамічними помилками. Для визначення випадкових помилок знайдемо передаточну функцію за екстрапольованою координатою  $K_e(z)$ , яка визначається співвідношенням

$$K_e(z) = 1 - K_{\tilde{u}g}(z). \quad (10)$$

Використовуючи відоме білінійне перетворення [3] дискретного оператора  $z$  з безперервним оператором (зробивши заміну  $z = \frac{1+v}{1-v}$ ), можна визначити  $K_e(v)$ , а потім  $\frac{K_e(v)}{1+v}$ , знайти  $I_k$  – табличне значення інтеграла Парсеваля  $k$ -го порядку.

Дисперсія випадкових помилок за спостереженням  $\sigma_{\text{вух}}^2$  визначається виразами [3]:

$$\sigma_{\text{вух}}^2 = \frac{\sigma_{\text{ex}}^2}{2\pi j} \oint_{|z|=1} K_e(z^{-1})K_e(z)z^{-1}dz \quad (11)$$

або з використанням табличного значення інтеграла Парсеваля

$$\sigma_{\text{вух}}^2 = P_{\tilde{u}}(n) = 2I_k \sigma_{\text{ex}}^2. \quad (12)$$

Відносна (нормована) випадкова помилка за спостереженням визначається виразом

$$\frac{P_{\tilde{u}}(n)}{\sigma_{\text{ex}}^2} = 2I_k, \quad (13)$$

де  $\sigma_{\text{ex}}^2$  – дисперсія помилок вимірювань.

Аналіз динамічних помилок у сталому режимі маневру проведемо, використовуючи операторний метод у вигляді  $z$ -перетворення [3]. У [1, 5] показано, що для цифрових фільтрів з корекцією передбачення динамічна помилка в сталому режимі визначається за таким виразом:

$$\varepsilon(nT) = D_0 X(nT) + D_1 \Delta X(nT) + D_2 \Delta^2 X(nT) + \dots, \quad (14)$$

де  $D_j (j = 0, 1, 2, \dots)$  – коефіцієнти помилок;  $X(nT)$  – функція, яка описує координату;  $\Delta X(nT)$ ,  $\Delta^2 X(nT)$  – перша і друга різниці від даної функції.

Коефіцієнти помилок за спостереженням мають вигляд:

$$D_0 = K_{\bar{u}g}(z) \Big|_{z=1}, \quad D_1 = \frac{dK_{\bar{u}g}(z)}{dz} \Big|_{z=1}, \quad D_2 = \frac{d^2 K_{\bar{u}g}(z)}{2! dz^2} \Big|_{z=1} \dots \quad (15)$$

Отримані формули для дисперсій випадкових помилок і квадрата динамічних помилок спостереження дозволяють визначити оптимальне значення параметрів управління за критерієм мінімуму дисперсії сумарної  $\varepsilon_{\Sigma}^2$  (випадкової плюс динамічної) помилки спостереження в сталому режимі, виходячи із умови

$$\varepsilon_{\Sigma}^2 = P_{\bar{u}}(n) + \varepsilon^2 = \min.$$

Тоді дисперсія сумарної помилки спостереження має вигляд:

$$\varepsilon_{\Sigma}^2 = 2I_k \sigma_{\text{ex}}^2 + \left[ \sum_{j=0}^n D_j \Delta^j X(nT) \right]^2. \quad (16)$$

Для синтезованих у [1, 2] фільтрів можна обмежитись порядком астатизму  $\nu$  за спостереженням, і вираз (16) набуде вигляду

$$\varepsilon_{\Sigma}^2 = 2I_k \sigma_{\text{ex}}^2 + \left[ D_{\nu} \Delta^{\nu} X(nT) \right]^2. \quad (17)$$

Переходячи до відносних помилок отримаємо

$$\frac{\varepsilon_{\Sigma}^2}{\sigma_{\text{ex}}^2} = 2I_k + D_{\nu}^2 \rho^2, \quad (18)$$

де  $\rho^2 = \frac{[\Delta^{\nu} X(nT)]^2}{\sigma_{\text{ex}}^2}$  – відносне значення прирощення координати (відносна інтенсивність маневру).

Оптимальні значення параметрів управління  $a_1^{\text{opt}}, \dots, a_n^{\text{opt}}$  можна отримати шляхом розв'язання системи рівнянь (19), отриманої шляхом взяття часткових похідних від виразу (18) і прирівнювання їх до нуля:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \left( \frac{\varepsilon_{\Sigma}^2}{\sigma_{\text{ex}}^2} \right)}{\partial a_1} &= 0, \\ \frac{\partial \left( \frac{\varepsilon_{\Sigma}^2}{\sigma_{\text{ex}}^2} \right)}{\partial a_2} &= 0, \\ \dots & \\ \frac{\partial \left( \frac{\varepsilon_{\Sigma}^2}{\sigma_{\text{ex}}^2} \right)}{\partial a_n} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Результати синтезу стохастичного регулятора радіоелектронної слідкуючої системи і її дослідження. Покажемо можливість використання розробленої методики (вирази (9)...(19)) на конкретному прикладі.

Задамо поліноми  $A(z)$ ,  $B(z)$  і  $C(z)$  у вигляді [1, 2]:

$$\left. \begin{aligned} A(z) &= (1 - z^{-1})^2 (1 + a_1 z^{-1}), \\ B(z) &= (1 - z^{-1})^2 \epsilon_0, \\ C(z) &= 1 + (a_1 + k\epsilon_0) z^{-1} + \epsilon_0 z^{-2}. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Вираз (20) гарантує другий порядок астатизму за спостереженням і оцінюванням.

Алгоритм оцінювання і управління визначимо на основі методу синтезу цифрових систем оцінювання з управлінням процесом спостереження, відповідно до якого [5] управління визначається виразами (7), (8), а оцінка таким співвідношенням:

$$\tilde{X}(n)A(z) = [C(z) - B(z)]\mathcal{J}(n). \quad (21)$$

Для отримання алгоритму оцінювання слід поліноми  $A(z)$ ,  $B(z)$  і  $C(z)$  підставити у вираз (21), а для отримання алгоритму управління – вираз (20) у вирази (7) і (8).

Тоді отримаємо

$$\widehat{X}(n) = V_3 \widehat{X}(n-1) + V_4 \widehat{X}(n-2) + V_5 \widehat{X}(n-3) + V_6 \mathcal{U}(n) + V_7 \mathcal{U}(n-1), \quad (22)$$

$$\mathcal{U}(n) = V_8 \widehat{X}(n-1) + V_9 \widehat{X}(n-2) + V_{10} \widehat{X}(n-3) + V_{11} \mathcal{U}(n-1), \quad (23)$$

де

$$V_1 = 1 - \epsilon_0, \quad V_2 = a_1 + \epsilon_0(k-2), \quad V_3 = 2 - a_1, \quad V_4 = 2a_1 - 1, \quad V_5 = -a_1,$$

$$V_6 = \frac{k\epsilon_0 + 2}{1 - \epsilon_0}, \quad V_7 = \frac{\epsilon_0 + 1 + 2a_1}{1 - \epsilon_0}, \quad V_8 = \frac{a_1}{\epsilon_0 - 1}, \quad V_9 = \frac{a_1 + \epsilon_0(k+2)}{\epsilon_0 - 1}.$$

Це буде цифровий фільтр другого порядку, еквівалентний за оцінюванням відомому  $\alpha - \beta$  фільтру [3], але такий, що має більш високі можливості за точністю спостереження. Умови еквівалентності за оцінюванням визначаються виразом (5). Слід відзначити, що параметр  $a_1$  не пов'язаний жорстко з коефіцієнтами  $\alpha, \beta$  фільтра і може визначатися із умови підвищення точності слідкування.

Передаточна функція за нев'язкою спостереження (9) синтезованого фільтра має вигляд:

$$K_{og}(z) = \frac{(1 - z^{-1})^2 (1 + a_1 z^{-1})}{1 + (a_1 + k\epsilon_0) z^{-1} + \epsilon_0 z^{-2}}.$$

Із виразу (10) визначимо передаточну функцію за екстрапольованою координатою:

$$K_e(z) = \frac{(k\epsilon_0 + 2) z^{-1} + (\epsilon_0 + 2a_1 - 1) z^{-2} - a_1 z^{-3}}{1 + (a_1 + k\epsilon_0) z^{-1} + \epsilon_0 z^{-2}}.$$

Використовуючи вирази (11) і (12), отримаємо дисперсію випадкової помилки за спостереженням:

$$P_d(n) = 2I_4 \sigma_{ex}^2 = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4}{Q_5} \sigma_{ex}^2,$$

де  $Q_1 = C_3^2 (d_0 d_1 d_2 - d_0^2 d_3)$ ,  $Q_2 = (C_2^2 - 2C_1 C_3) d_0 d_1 d_4$ ,  $Q_3 = (C_1^2 + 2C_0 C_2) d_0 d_3 d_4$ ,

$Q_4 = C_0^2 (d_2 d_3 d_4 - d_1 d_4^2)$ ,  $Q_5 = d_0 d_4 (d_1 d_2 d_3 - d_0 d_3^2 - d_1^2 d_4)$  – складові інтегралу

Парсеваля 4-го порядку.

Коефіцієнти  $C_i, d_i$ , де  $i = 0, \dots, 4$  розраховуються так:

$$C_0 = 1 + k\epsilon_0 + \epsilon_0 + a_1, \quad C_1 = 3 + k\epsilon_0 - \epsilon_0 + a_1, \quad C_2 = -(1 + k\epsilon_0 + \epsilon_0 + 5a_1),$$

$$C_3 = 3a_1 + \epsilon_0 - k\epsilon_0 - 3, \quad d_0 = 1 + k\epsilon_0 + \epsilon_0 + a_1, \quad d_1 = 4 + 2k\epsilon_0 + 2a_1,$$

$$d_2 = 6 - 2\epsilon_0, \quad d_3 = 4 - 2a_1 - 2k\epsilon_0, \quad d_4 = 1 - a_1 - k\epsilon_0 + \epsilon_0.$$

Коефіцієнти помилок (15) за спостереженням синтезованого фільтра мають вигляд

$$D_0 = 0, \quad D_1 = 0, \quad D_2 = \frac{a_1 + 1}{\beta}.$$

Підставляючи отримані вирази у (17), беручи часткову похідну від виразу (18) і прирівнюючи її до нуля отримаємо  $a_1^{opt}$ .

Результат розв'язання отриманого рівняння має вигляд:

$$a_1^{opt} = \frac{2\beta^4 - 4\beta^3 + 6\alpha\beta^3 + 4\alpha^2\beta^2 + 2\alpha\beta\rho^2 + 4\alpha^2\rho^2 - 8\alpha\rho^2}{8\alpha\rho^2 - 4\alpha^2\rho^2 - 2\alpha\beta\rho^2 + 4\beta^3 + 8\alpha\beta^2}. \quad (24)$$

Вираз (24) дозволяє визначати оптимальне значення параметра управління  $a_1$ , як у випадках, коли ціль не маневрує  $\rho^2 = 0$ , так і з урахуванням маневру (відома інтенсивність маневру за координатою).

Графіки відносної дисперсії сумарних помилок оцінювання і спостереження, залежно від обсягу пам'яті фільтра (кількості попередніх вимірювань) і за відсутності маневру, наведені на рис. 2, а з урахуванням інтенсивності маневру за координатою при фіксованих коефіцієнтах на рис. 3. Із графіків видно, що якість оцінювання (крива 1) синтезованого і відомого  $\alpha - \beta$  фільтра однакова; а відносна дисперсія сумарної помилки спостереження запропонованого фільтра (крива 3) менша, ніж у відомого (крива 2), як за наявності, так і за відсутності маневру.

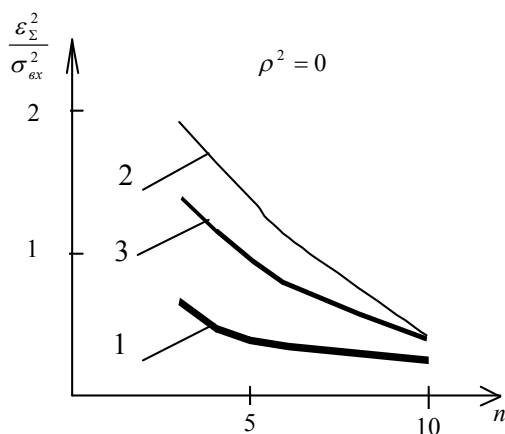


Рис. 2

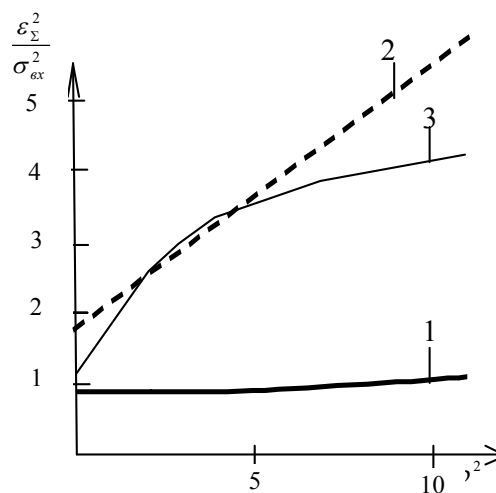


Рис. 3

Так при  $a_1 = 0$  синтезований фільтр повністю (за оцінюванням і спостереженням) еквівалентний відомому  $\alpha - \beta$  фільтру, а при визначенні  $a_1^{opt}$  – точнісні характеристики запропонованого фільтра стають вищими.

Висновки та перспективи подальших пошуків. При використанні даного фільтра в автоматичних слідкуючих системах підвищується точність супроводження цілей, що зменшує вірогідність зриву слідкування. У багатоцільовій обстановці використання синтезованого фільтра дозволяє підвищити точність супроводження за кожною ціллю (збільшити роздільну здатність) і відповідно збільшити пропускну властивість багатоканальних автоматичних слідкуючих систем.

Таким чином, використання в алгоритмі управління значень параметрів (закону управління), визначених за запропованою методикою, дозволяє підвищити точність слідкування радіоелектронної слідкуючої системи.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Пушкарев Ю.А., Ревенко В.Б. Новые эффективные цифровые фильтры второго и третьего порядков//Радиоэлектроника. –1994. – Т. 37. – №4. – С. 54–61. (Изв. высш. учеб.заведений).
2. Пушкарев Ю.А., Ревенко В.Б. Синтез цифровых фильтров с управлением наблюдением для радиоэлектронных нелинейных следящих систем // Радиоэлектроника. – 1996. – Т. 39. –№ 5. – С. 65–68. (Изв. высш. учеб.заведений).
3. Кузьмин С.З. Основы цифровой обработки радиолокационной информации. –М.: Сов.радио, 1974. – 356 с.
4. Кузьмин С.З. Цифровая радиолокация. – К.: КВЦ, 2000. – 428 с.
5. Пушкарев Ю.А. Анализ и синтез дискретных систем оценивания. -Житомир: ЖВУРЭ ПВО, 1989. – 326 с.

ПУШКАРЬОВ Юрій Олександрович – доктор технічних наук, професор кафедри Серпуховського військового інституту ракетних військ.

Наукові інтереси:

- автоматичні системи управління та оцінювання;
- методи та алгоритми підвищення ефективності систем дистанційного моніторингу.

РЕВЕНКО Володимир Борисович – кандидат технічних наук, заступник начальника кафедри комп’ютеризованих систем Житомирського військового інституту радіоелектроніки ім. С.П.Корольова.

Наукові інтереси:

- алгоритми автоматичних систем управління та оцінювання.

**Пушкаръов Ю.О., Ревенко В.Б.** Методика визначення параметрів стохастичного регулятора для радіоелектронних слідкуючих систем.

**Пушкарев Ю.А., Ревенко В.Б.** Методика определения параметров стохастического регулятора для радиоэлектронных следящих систем.

**Pushkarev U.A., Revenko V.B.** Stochastic regulator parameters' definition methodology for radioelectronic tracking systems.

УДК 621.396.96; 681.518

**Методика визначення параметрів стохастичного регулятора для радіоелектронних слідкуючих систем/ Ю.О. Пушкаръов, В.Б. Ревенко.**

Розглянуто методику синтезу та визначення параметрів стохастичного регулятора для радіоелектронних слідкуючих систем. Запропонована методика дозволяє визначати параметри управління із умов підвищення точності слідкування при збереженні заданої точності оцінювання.

УДК 621.396.96; 681.518

**Методика определения параметров стохастического регулятора для радиоэлектронных следящих систем/ Ю.А. Пушкарев, В.Б.Ревенко.**

Рассмотрена методика синтеза и определения параметров стохастического регулятора для радиоэлектронных следящих систем. Предложенная методика позволяет определять параметры управления из условий повышения точности слежения при сохранении заданной точности оценивания.

УДК 621.396.96; 681.518

**Stochastic regulator parameters' definition methodology for radioelectronic tracking systems/ U.A. Pushkarev, V.B. Revenko.**

The author of the article examines stochastic regulator parameters' definition and synthesis methodology for tracking systems. The given methodology allows to define control parameters' according to conditions which increase the accuracy tracking while preserving the exactness of the given evaluation.