

УДК 621.757

М.Ю. Дирда, аспір.

В.А. Пасічник, к.т.н., доц.

Національний технічний університет України „Київський політехнічний інститут”

## СИНТЕЗ РОЗМІРНИХ ЛАНЦЮГІВ СКЛАДАЛЬНОГО ВИРОБУ ЧЕРЕЗ АНАЛІЗ ЙОГО ТРИВИМІРНОЇ МОДЕЛІ

*Розглянуті задачі та зміст автоматизованого синтезу складальних розмірних ланцюгів на основі аналізу тривимірної моделі. Представлений порядок виявлення структури розмірних ланцюгів. Запропонований підхід проілюстрований докладним прикладом.*

**Постановка проблеми.** Задачі досягнення необхідної точності вирішують за допомогою розрахунку розмірних та кінематичних ланцюгів. Відповідні види зв'язків утворюють на етапах:

- розробки конструкції машини;
- призначення допусків на її вузли, механізми, деталі;
- розробки технологічних процесів виготовлення деталей та їх складання.

В епоху паперових креслень задачі *розмірного аналізу* (РА) покладались на людину (конструктора чи технолога). В подальшому прикладні програми дозволили автоматизувати арифметичну складову РА, але основна початкова інформація про структуру розмірного ланцюга формувалася людиною вручну. В наш час на виробництві широко використовуються САПР, які підтримують тривимірне моделювання, але етапи виявлення кількості та змісту розмірних ланцюгів досі не автоматизовані. Від цих етапів безпосередньо залежить якість розрахунку, оскільки якщо врахувати не всі ланки або ж включити в розрахунок ланки, що не впливають на точність замикаючої, то отримані допуски будуть невірними. В статті пропонується підхід до формалізованого синтезу розмірних ланцюгів, що дозволить автоматично виявити всі значущі розмірні ланцюги, визначити їх зміст та застосувати до них відомі [1] алгоритми вирішення типових задач РА.

**Мета роботи.** Метою даної роботи є формалізація визначення структури розмірних ланцюгів виробу, використовуючи інформацію про бінарні відношення обмежень рухливості, отриману з тривимірної моделі, що створена в одній з сучасних САД.

**Виклад основної частини.** Структура розмірних зв'язків у виробі визначається просторовими відношеннями між деталями. Під цими відношеннями розуміють [2, 3, 4] можливість або неможливість переміщення деталі  $a_i$  в деякому напрямку  $t$ . Такі відношення називають *бінарними відношеннями обмеження рухливості* (БВОР). БВОР  $R \subseteq A \times A$  ( $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  – множина всіх  $n$  найменувань деталей складального виробу) відображають матриці  $M(T+)$  розміром  $n \times n$ .  $T = \{X\pm, Y\pm, Z\pm\}$  – множина переміщень, які розглядаються. Елемент матриці  $m_{ij} \in M(T+)$  приймає значення «1», якщо переміщення деталі  $a_j$  в деякому напрямку  $t \in T$  контактно обмежується деталлю  $a_i$ . Елемент матриці  $m_{ij} \in M(T+)$  дорівнює «8» у випадку віддаленого БВОР деталі  $a_j$  деталлю  $a_i$ , тобто

$$m_{ij}^t = \begin{cases} 0, & \text{якщо } (a_i \bar{R} c a_j) \wedge (a_i \bar{R} k a_j), i \neq j \\ 1, & \text{якщо } (a_i R_c a_j), i \neq j \\ 8, & \text{якщо } (a_i R_R a_j), i \neq j \end{cases} \quad (1)$$

де  $\{R_c\}, \{R_R\}$  – відповідно контактні та віддалені відношення.

Крім цих відношень в будь-якому виробі існує хоча б одна пара деталей, які обмежують одна одну за всіма напрямками, тобто

$$a_i, a_j \in S, \text{ якщо } \forall_{t \in T} : (m_{ij}^t = 1) \wedge (m_{ji}^t = 1), i \neq j. \quad (2)$$

Для відображення таких квазістаціонарних відношень між деталями в матриці використовуюється символ «2». Такі з'єднання називають *з'єднання, що забезпечують нероз'ємність* (ЗЗН).

Інформацію про БВОР можна представити у вигляді графа  $G(R)$  з вершинами  $v_1, v_2, \dots, v_n \in V$  ( $V$  – множина вершин графа БВОР, які відповідають деталям виробу) і ребрами  $e_1, e_2, \dots, e_m \in E$  ( $E$  – множина ребер графа БВОР). Ребро  $e_{ij}$  є інцидентним вершині  $a_i$  і  $a_j$ , якщо виконується  $a_i R a_j$ . Граф  $G(R)$  є сумою графів  $G(R_C)$ ,  $G(R_R)$  і  $G(R_S)$ , тобто  $G(R) = G(R_C) \cup G(R_R) \cup G(R_S)$ .

Необхідно розрізняти елементарні і складні ЗЗН.

Елементарне ЗЗН ( $S^E$ ) – з'єднання, утворене двома деталями, між якими існують квазістаціонарні відношення.

Складне ЗЗН ( $S^S$ ) – з'єднання, утворене трьома або більшою кількістю деталей, між якими існують квазістаціонарні відношення.

$$S_n^E, S_m^E \subseteq S_q^S, \text{ якщо } S_n^E \cap S_m^E \neq \emptyset. \quad (3)$$

Інакше кажучи, множина деталей, які утворюють елементарні ЗЗН  $S_n^E$  і  $S_m^E$ , є підмножиною складного ЗЗН  $S_q^S$ , якщо перетин цих множин не дорівнює порожній множині. Очевидно, що просторове положення деталей у виробі визначають поверхні спряження. Звідси, при автоматизованому синтезі розмірних ланцюгів у якості первинної інформації буде виступати інформація про контактні  $R_C$  і квазістаціонарні  $R_S$  відношення. Відомості про віддалені БВОР  $R_R$  будуть допоміжними. Використовуючи наведені вище визначення, процес синтезу структури розмірних зв'язків виробу можна представити як пошук циклічного маршруту  $L$  мінімальної довжини в  $G(R_S) = G(R_C) \cup G(R_R)$ , що з'єднує вершини  $v_m$  і  $v_k$  (причому  $v_m = v_k$ ) і який містить щонайменше дві вершини, що належать одному складному ЗЗН.

Структура розмірних ланцюгів виявляється при виконанні наступних етапів.

*Етап 1. Формування множини  $P_t$ .*

Виділяємо пари деталей  $\{a_i, a_j\}$ , які обмежують одна одну контактено за двома координатними напрямками. Ці деталі утворюють деякі множини пар  $P_t$ , де  $t$  – вісь утворення з'єднання, що розглядається (даної пари). Інакше кажучи, пара  $\{a_i, a_j\} \in P^{t3}$ , якщо виконуються наступні умови:

$$m_{ij}^{t1} = m_{ji}^{t1} = m_{ij}^{t2} = m_{ji}^{t2} = 1, i \neq j, \quad (4)$$

$$(m_{ij}^{t3} = 0) \vee (m_{ji}^{t3} = 0) \vee (m_{ij}^{t3} = 2) \vee (m_{ji}^{t3} = 2), \quad (5)$$

де  $t_1, t_2, t_3 \in T$

*Етап 2. Визначення типів ЗЗН.*

Знаходимо множини всіх елементарних і складних ЗЗН (тобто  $S_1^E, S_2^E \dots$  і  $S_1^S, S_2^S \dots$ ).

*Етап 3. Визначення множини деталей  $S_{t0}$ .*

Визначаємо множини деталей  $S_{t0}$ , які входять у множину  $S$  і не мають жодного контактеного обмеження вздовж напрямку  $t$ :

$$a_i \in S_{t0}, \text{ якщо } \forall a_j \exists t: (m_{ij}^t \neq 1) \wedge (m_{ji}^t \neq 1). \quad (6)$$

Тобто деталь  $a_i$  належить множині  $S_{t0}$ , якщо існує деякий напрямок  $t$ , в якому для всіх деталей  $a_j$  відсутні контактні відношення обмеження рухливості з деталлю  $a_i$ . Інакше кажучи,  $i$ -тий рядок та  $j$ -тий стовпчик в матриці БВОР не містить жодного елемента, який дорівнює 1.

*Етап 4. Визначення множини деталей  $S_{kt}$ .*

Визначаємо множини деталей  $S_{kt}$ , які належать множині  $S$  деталей і мають щонайменше одне контактне обмеження вздовж напрямку  $t$ :

$$a_i \in S_{kt}, \text{ якщо } \exists a_j \exists t: (m_{ij}^t = 1) \vee (m_{ji}^t = 1). \quad (7)$$

Тобто деталь  $a_i$  належить множині  $S_{k_i}$ , якщо існує деякий напрямок  $t$ , в якому хоча б для однієї деталі  $a_j$  існують контактні відношення обмеження рухливості з деталлю  $a_i$ .

*Етап 5. Побудова ланцюгів контактів.*

Для кожного елемента множини, яка утворена перетином  $S_i^S \cap S_{k_i}$ , будуюмо ланцюжки контактів відповідно до наступних правил.

Якщо пари деталей, що розглядаються, належать множині  $P_i$  і напрямок побудови ланцюга контактів  $t$  співпадає з віссю утворення з'єднання  $m$ , яке розглядається, тоді в розрахунок приймаються тільки скалярні похибки. Якщо ж  $t \neq m$ , тоді крім ланок зі скалярними помилками необхідно враховувати й векторні помилки.

Скалярні (або прості) помилки – такі, які повністю визначаються однією величиною. До скалярних помилок відносяться відхилення в лінійних та кутових розмірах.

Векторні помилки – такі, які визначаються величиною і напрямком (наприклад ексцентриситет осей спряжених деталей)

Гілка графа  $G(R_{\Sigma})$  будується до тих пір, поки кінцевій вершині  $v_m$  не буде відповідати деталь, яка належить множині  $S^S$ .

Альтернативні шляхи, що зв'язують вершини  $v_i$  і  $v_j$ , які мають відстані, що відрізняються від мінімального  $d(v_i, v_j)$ , виключаються з розгляду. Це дозволяє реалізувати принцип мінімальної кількості ланок розмірного ланцюга.

Будемо розрізняти незавершені, частково завершені та завершені ланцюги.

*Незавершений ланцюг* – це шлях  $L$ , який складається з послідовності вершин  $L_i(v_q, \dots, v_m)$ , в якому остання вершина  $v_m$ , що є кінцем шляху, не належить множині  $S^S$ . Вершина  $v_m$  є кінцем шляху незавершеного ланцюга  $L$ , якщо її ступінь  $\rho(v_m) = 1$ . Під ступенем розуміють кількість ребер, інцидентних вершині  $v_m$ .

*Частково завершений ланцюг* – це шлях  $L$ , що складається з послідовності вершин  $L_i(v_q, \dots, v_m)$ , в якому остання  $v_m$ , що є кінцем шляху, та початкова вершина  $v_q$  входять до різних множин деталей, що утворюють складні ЗЗН, тобто  $v_m \in S_i^S$ ,  $v_q \in S_k^S$ .

*Завершений ланцюг* – це шлях  $L$ , що складається з послідовності вершин  $L_i(v_q, \dots, v_m)$ , в якому остання  $v_m$ , що є кінцем шляху, та початкова вершина  $v_q$  входять в одну множину деталей, що утворюють складні ЗЗН, тобто  $v_m, v_q \in S_i^S$ .

Деякі вершини графа контактів однієї гілки можуть входити до утворення іншої. Таким чином, утворюються всі можливі зв'язані розмірні ланцюги.

*Етап 6. Трансформування частково завершених та незавершених ланцюгів.*

Після того, як розглянуті всі можливі варіанти контактних ланцюгів, необхідно трансформувати незавершені і частково завершені ланцюги в завершені. Це відбувається за допомогою композиції шляхів  $L'(v_i, \dots, v_j)$  і  $L''(v_i, \dots, v_j)$ , у яких кінець одного співпадає з початком іншого, тобто  $v_j' = v_i''$ . Якщо ж утворений ланцюг  $L = L' * L''$  не є завершеним, то відбувається наступне об'єднання.

Необхідно відмітити, що якщо завершені ланцюги містять у собі деталі двох (або більше) складних ЗЗН, монтажні осі яких не співпадають, то необхідно ввести ланки в розмірний ланцюг, що розглядається.

Якщо у виробі є рухлива відносно монтажної осі деталь, контурні БВОР утворюють два ланцюги, замкнення яких в завершений ланцюг можливе, якщо рухлива деталь має віддалене обмеження рухливості за напрямком, що розглядається (тобто існує кінематичний розмірний зв'язок). Сказане розповсюджується й на ланки-зазори.

*Етап 7. Отримання розмірних ланцюгів.*

Замкнення завершених контактних ланцюгів у розмірний ланцюг відбувається за рахунок виявлення послідовності контактів всередині ЗЗН, деталі якого є початковою та кінцевою вершинами ланцюга, що розглядається.

Проілюструємо роботу наведеного алгоритму прикладом (рис. 1).

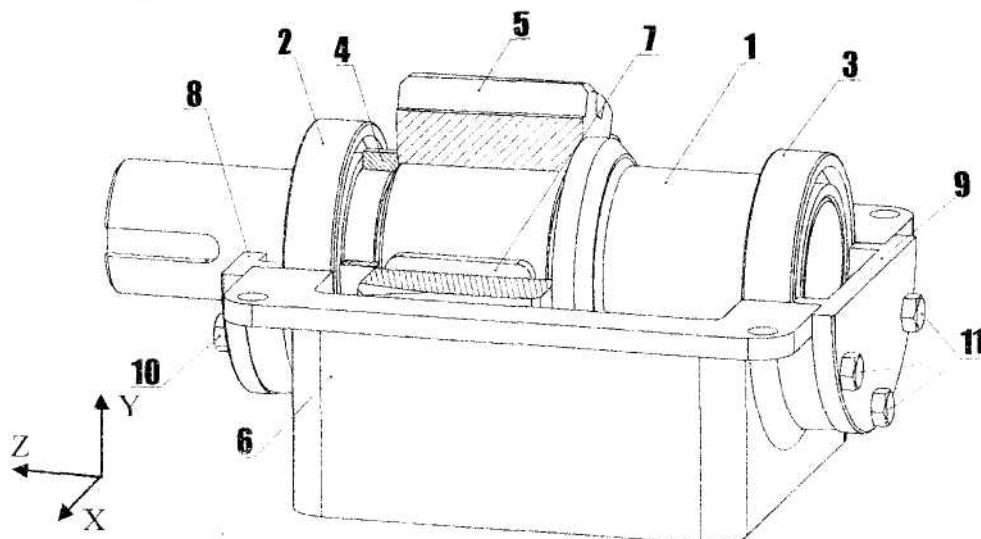


Рис. 1. Складальний вузол з корпусом циліндричного редуктора

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1		1	1	1	1	8					
2	1					1					
3	1					1					
4	1					8					
5	1					8					
6	6	1	1	8	8		8	1	1		
7	1					8	8				
8						1				1	
9											1
10						1					
11						1					

M(X+)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1		1	1	1	1	8					
2	1					1					
3	1					1					
4	1					8					
5	1					8					
6	6	1	1	8	8						
7	1					1	8				
8						1				1	
9											1
10						1					
11						1					

M(Y+)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1		2	1						1	8	8
2	8		8	1	8			8		8	
3	2									1	8
4			8		1					8	
5	1		8							8	8
6	6	1	1	8	8					1	2
7	1		8							8	
8	8	1	8	8	8	1	8			8	
9											1
10		8	8	8	8				1	8	
11											

M(Z+)

Рис. 2. Вихідні матриці БВОР між деталями виробу

Етап 1 (реалізація).

$$P^X = P^Y = \emptyset;$$

$$P^Z = ((a_1, a_2), (a_1, a_3), (a_1, a_4), (a_1, a_5), (a_2, a_6), (a_2, a_6), (a_6, a_8), (a_6, a_9), (a_6, a_{11}), (a_6, a_{10}), (a_9, a_{11}), (a_8, a_{10})).$$

Етап 2 (реалізація).

У виробі, що розглядається, відсутні елементарні ЗЗН, які не є підмножиною складного ЗЗН.

Тепер розглянемо існуючі складні з'єднання.

2.1.  $S_1^S = \{a_1, a_2, a_3\}$

Множина  $S_1^S$  отримана шляхом об'єднання двох елементарних множин  $S_1^E = \{a_1, a_2\}$  і  $S_2^E = \{a_1, a_3\}$ .

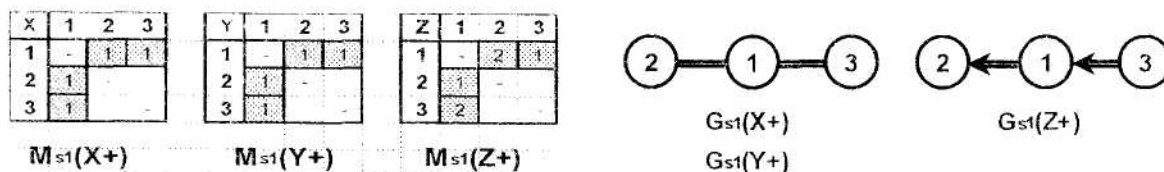


Рис. 3. Матриці та графи БВОР складного ЗЗН  $S_1^S = \{a_1, a_2, a_3\}$

2.2.  $S_2^S = \{a_6, a_{10}, a_{11}\}$

Множина  $S_2^S$  отримана шляхом об'єднання двох елементарних множин  $S_1^E = \{a_6, a_{10}\}$  і  $S_2^E = \{a_6, a_{11}\}$ .

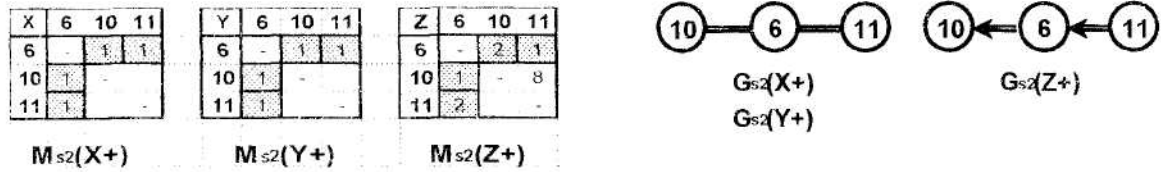


Рис. 4. Матриці та графи БВОР складного ЗЗН  $S_2^S = \{a_6, a_{10}, a_{11}\}$

Етап 3 (реалізація).

$S_{X0} = S_{Y0} = S_{Z0} = \emptyset$ .

Етап 4 (реалізація).

$S_{kt} = S^S / S_{0t}$ . Отже,  $S_{Xk} = S_{Yk} = S_{Zk} = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}\}$ .

Етап 5 (реалізація).

Розглянемо формування ланцюгів тільки вздовж монтажною осі (вісь, вздовж якої встановлюються деталі). Такою віссю в прикладі, що розглядається, є вісь Z.

5.1.  $S_1^S \cap S_{Zk} = \{a_1, a_2, a_3\}$ .

а) Деталь  $a_1$  вздовж осі Z має контакти з деталлю  $a_5$  та  $a_7$ . Оскільки, вісь розглядання контактів співпадає з монтажною віссю, то нема необхідності у визначенні існування векторних помилок. Шестерня  $a_5$  контактує з вузлом  $a_4$ , яка, в свою чергу, має контактні БВОР з підшипником  $a_2 \in S_1^S$ . Маємо перший завершений ланцюг  $L_1 = \{a_1, a_5, a_4, a_2\}$ .

$$\underline{a_1} \leftarrow a_5 \leftarrow a_4 \leftarrow \underline{a_2}$$

Деталь  $a_7$  не має більше контактних відношень вздовж осі Z. Отримасмо незавершений ланцюг:

$$\underline{a_7} \leftarrow a_7$$

б) Підшипник  $a_2$  обмежується в переміщенні вздовж осі Z кришкою  $a_8$  (контакт з деталлю  $a_4$  було розглянуто вище), яка контактує з  $a_6, a_{10} \in S_2^S$ . Маємо два частково завершених ланцюги  $L_2 = \{a_2, a_8, a_6\}$  та  $L_3 = \{a_2, a_8, a_{10}\}$ :

$$\underline{a_2} \leftarrow a_8 \rightarrow \underline{a_6}$$

$$\underline{a_2} \leftarrow a_8 \rightarrow \underline{a_{10}}$$

в) Підшипник  $a_3$  обмежується в переміщенні вздовж осі Z кришкою  $a_9$ , яка контактує з  $a_6, a_{11} \in S_2^S$ . Маємо два частково завершених ланцюги  $L_4 = \{a_3, a_9, a_6\}$  та  $L_5 = \{a_3, a_9, a_{11}\}$ :

$$\underline{a_3} \rightarrow a_9 \leftarrow \underline{a_6}$$

$$\underline{a_3} \rightarrow a_9 \rightarrow \underline{a_{11}}$$

5.2.  $S_2^S \cap S_{Zk} = \{a_6, a_{10}, a_{11}\}$ .

а) Всі контактні БВОР деталі  $a_6$  розглянуті на етапі (5.1.а) та (5.1.в).

б) Деталь  $a_{10}$  контактує з кришкою  $a_8$ , яка обмежує в переміщенні деталь  $a_7$  і корпус  $a_6 \in S_2^S$ . Отримасмо другий завершений ланцюг  $L_6 = \{a_{10}, a_8, a_6\}$ :

$$\underline{a_{10}} \rightarrow a_8 \rightarrow \underline{a_6}$$

в) Деталь  $a_{11}$  контактує з кришкою  $a_9$ , яка обмежена в переміщенні вздовж осі підшипником  $a_3$  і корпусом  $a_6 \in S_2^S$ . Отримаємо третій завершений ланцюг:

$$\underline{a_{11}} \longleftarrow a_9 \longleftarrow \underline{a_6}$$

Етап 6 (реалізація).

При композиції шляхів  $\underline{L_1} = \{a_1, a_5, a_4, a_2\}$ ,  $\underline{L_2} = \{a_2, a_8, a_6\}$  і  $\underline{L_4} = \{a_3, a_9, a_6\}$  ми отримуємо четвертий завершений ланцюг, тобто  $\underline{L_7} = L_1 * L_2 * L_4 = \{a_1, a_5, a_4, a_2, a_8, a_6, a_9, a_3\}$ :

$$\underline{a_1} \longleftarrow a_5 \longleftarrow a_4 \longleftarrow a_2 \longleftarrow a_8 \longrightarrow a_6 \longrightarrow a_9 \longleftarrow \underline{a_3}$$

Етап 7 (реалізація).

Ланцюг, отриманий на попередньому етапі, що утворює контур  $K_1$ , замикається через контактні БВОР, які представлені матрицями і графами на рис. 3:

$$K_1 = \left\{ \begin{array}{ccccccc} \longrightarrow a_2 \longrightarrow a_4 \longrightarrow a_5 \longrightarrow a_1 \longleftarrow \longrightarrow \\ \longleftarrow a_3 \longrightarrow a_6 \longrightarrow a_9 \longleftarrow a_3 \longleftarrow \longrightarrow \end{array} \right\}$$

**Висновки.** Характерною особливістю тривимірних моделей є те, що всередині математичного опису форми міститься інформація про структуру виробу в цілому та окремих деталей як набору елементів форми та поверхонь. Але інформація про структуру є опосередкованою і потребує розробки спеціальних процедур для її виявлення. Доведена можливість створити алгоритм автоматичного виявлення всіх значущих розмірних ланцюгів – виробу, що дозволить в подальшому перекласти всі основні етапи розмірного аналізу на комп'ютер. У такому випадку вихідною інформацією є інформація про бінарні відношення обмежень рухливості, що існують між деталями виробу. запропонований підхід відкриває нові можливості для розвитку математичних методів теорії базування, розмірного аналізу та багато інших областей.

Перспективи подальшого розвитку полягають у виявленні просторових розмірних ланцюгів; визначення впливу просторових відхилень форми та розташування на замикаючу ланку; призначення економічно обґрунтованих допусків на складові розмірного ланцюга.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Дунаев П.Ф. Размерные цепи. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машгиз, 1963. – 306 с.
2. Кузнецов О.Н., Адельсон Вельский Г.М. Дискретная математика для инженера. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.Ж Энергоатомиздат, 1988. – 480 с.: ил.
3. Давыгора В.Н., Пасечник В.А. Теория формализованного синтеза множества альтернатив доминирующих порядков последовательно-параллельной сборки // Вестник НТУУ «Киевский политехнический институт», Киев, 2000. – № 39 // Машиностроение. – С. 98–121.
4. Давыгора В.М., Пасечник В.А., Сімуца Р.Р. Спосіб визначення взаємних обмежень рухливості деталей у складальній одиниці // Вісник Технологічного університету Поділля. – Хмельницький, 2000. – № 3. – Ч. 2 (22). – С. 157–161.

ДИРДА Михайло Юрійович – аспірант Національного технічного університету України “КПІ”.  
Наукові інтереси:

- автоматизація проектування технологічних процесів складання, автоматизація розмірного моделювання для складальних виробів.

E-mail: dyrdam@list.ru

ПАСІЧНИК Віталій Анатолійович – кандидат технічних наук, доцент кафедри технології машинобудування Національного технічного університету України “КПІ”.

Наукові інтереси:

- автоматизоване проектування технологічних процесів складання, автоматизація і роботизація складальних робіт.

E-mail: pasichnyk@ukr.net