

О.Л. Коренівська, інж.  
Ю.О. Лазебник, магістр

Житомирський державний технологічний університет

## РОЗГЛЯД ЕЛЕКТРОГЕНЕЗУ СЕРЦЕВОЇ ДІЯЛЬНОСТІ ЗА ДОПОМОГОЮ СТВОРЕННЯ ІНДУКТИВНО-ЄМНІСНОЇ МОДЕЛІ СЕРЦЯ

(Представлено д.т.н., проф. Манойловим В.П.)

*В даній статті проводиться вивчення електрогенезу серця за допомогою створення індуктивно-ємнісної моделі серця. На основі отриманих даних розроблено програмне забезпечення, яке дозволяє проводити математичний розрахунок еквівалентних електричних параметрів серця та побудувати лінійну та векторну моделі електрокардіограми. Розроблено програму, що будує просторову векторкардіограму та її проєкції на горизонтальну, фронтальну та сагітальну площини.*

**Постановка проблеми.** В останні роки при дослідженні роботи будь-якої системи людського організму віддається перевага моделюванню роботи цієї системи. Такий крок дозволяє зрозуміти процеси, що відбуваються в органі, та з'ясувати причини, які викликають патології. При дослідженні стану серця через його еквіваленти параметри дуже широко використовуються моделі електричного генератора серця. Значних успіхів у питанні створення еквівалентної електричної моделі серця досяг Л.І. Титамир, який опублікував результати своїх досліджень в [1], [2] та ряду інших публікацій.

**Метою** цієї роботи є вивчення електрогенезу серця за допомогою створення індуктивно-ємнісної моделі, на основі чого можна створити фізично та фізіологічно обґрунтовану модель еквівалентного електричного генератора серця, можливість її математичного опису та можливість застосування цієї моделі в клінічній практиці для визначення нормальної роботи серця та виявлення різних патологій.

**Виклад основного матеріалу.** Можна сказати, що до дійсного часу визначилися дві основні теорії генезу електрокардіограми: теорія диференціальної кривої та теорія диполя.

Відповідно до теорії диференціальної кривої електрокардіограма представляє алгебраїчну суму двох монофазних кривих, що одержуються при роздільному відведенні.

Кардіоміоцит в процесі збудження можна представити як такий, що складається з двох полюсів – додатного та від'ємного. Величина зарядів цих полюсів у будь-який момент деполаризації та реполаризації однакова, але за знаком – протилежна. При збудженні міокардіальна клітина є маленьким двополюсним електричним генератором, який продукує невеликий електричний струм та елементарну електрорушійну силу. Серце під час систоли збуджує велику кількість клітин, кожна з яких являє собою елементарний диполь, та продукує свою ЕРС. За допомогою електрокардіограми реєструється сумарна ЕРС, тому можна сказати, що серце, з точки зору електричних потенціалів, являє собою сумарний диполь, еквівалентний сумі елементарних диполів, що утворюються в момент серцевого циклу. Під час серцевого циклу сумарний вектор кожного моменту електричної систоли змінюється за величиною та напрямком, але не змінює точки положення (центр диполя). Природно, що проєкція вектора на вісь відведень змінює свою величину, а це призводить до зміни амплітуд та напрямів зубців ЕКГ. При цьому спостерігається така картина: при наближенні диполя до електрода реєструється позитивне коливання, а при віддаленні диполя від електрода – негативне. Якщо ж виникає хвиля збудження протилежного напрямку, то при наближенні до електрода з'являється негативний потенціал, а при віддаленні – позитивний [1]. Звідси випливає, що хвиля збудження веде себе як двополюсна система (вектор), що має в головній частині позитивний заряд, а у хвостовій – негативний. Така теорія збудження отримала назву – теорія диполя.

Модель, в якій електрична активність міокарда замінюється дією одного еквівалентного струмового диполя, називається дипольним еквівалентним електричним генератором серця [2].

Але обидві теорії мають свої слабкі сторони. До недоліків цих теорій варто віднести, насамперед, їх слабкий або недостатньо аргументований зв'язок з реальними фізичними процесами в міокарді. Слабкою стороною диференціальної теорії вважають той факт, що вона базується на гіпотезі про попереджувальні потенціали клітинної мембрани, що виявляють себе лише в момент збудження клітки (Д.Н. Насонов) [3]. Крім того, диференціальна теорія не допускає векторного аналізу електрокардіограми [3]. Але найголовніше заперечення полягає в тому, що ще жодного разу не вдалося одержати монофазну криву від інтактного міокарда. Найбільш істотне заперечення проти дипольної теорії полягає в тому, що однополюсні відведення відбивають коливання нелокальних потенціалів від м'язової ділянки, що розташована під електродом, а коливання потенціалів – всього серця як цілого. Розходження у формі різних відведень пояснюється тим, що хоч вони реєструють ту ж саму електричну силу, але проєкція цієї сили на осі буде іншою.

Потенціал електричного поля, що генерується міокардом, зменшується пропорційно квадрату відстані від еквівалентного струмового диполя. При невеликому віддаленні від серця потенціал зменшується різкіше, ніж  $\varphi_{\text{дин}} \propto \frac{1}{r^2}$ . У цьому випадку дипольне представлення еквівалентного електричного генератора не зовсім коректне та потрібно використовувати квадрупольне або октупольне [4].

У загальному випадку система зарядів різного знака називається мультиполь. Тому поблизу серця треба розглядати мультипольний еквівалентний електричний генератор серця, потенціал якого змінюється за законом:

$$\varphi = \varphi_{\text{дин}} + \varphi_{\text{кв}} + \varphi_{\text{ок}},$$

$$\text{де } \varphi_{\text{кв}} \propto \frac{1}{r^3}; \varphi_{\text{ок}} \propto \frac{1}{r^4}.$$

Описання еквівалентного електричного генератора серця за допомогою мультипольних компонент має переваги перед іншими:

1. Мультипольні компоненти містять в собі всю інформацію про генератор, яку можна отримати з електричних потенціалів, що вимірюються поза генератором.
2. Мультипольні компоненти не залежать від властивостей середовища і визначаються лише структурою генератора та системою обраних координат.

Але найбільший вклад в інформаційний потенціал мають мультипольні компоненти 1-го порядку (дипольні), а внесок інших складових зменшується зі збільшенням порядку мультиполя. Тому практика електрокардіографічних досліджень показала, що основне значення для клінічного аналізу має саме дипольна складова мультипольного серцевого генератора [4]. Дослідження електричного стану серця на основі вимірювань та інтерпретації компонент дипольного моменту генератора лежить в основі ортогональної векторографії.

Діагностична цінність просторової векторелектрокардіограми очевидна. Результати обробки в першу чергу анатомічно наочно представляють ситуацію з поширенням збудження по міокарду, що дозволяє істотно підвищити точність діагнозу, виключити грубі помилки, забезпечити правильний терапевтичний процес.

В електрокардіологічних та магнітокардіологічних методах дослідження серцево-судинної системи основними параметрами, що вимірюються, є характеристики електромагнітного поля, яке виникає в результаті біохімічних процесів, що відбуваються в мембранах збуджених клітин серця. Електрорушійні сили, які виникають під час роботи серця, створюють в тканинах, розташованих поблизу, електричне поле, яке підкоряється елементарним фізичним законам. Завдяки цьому існує можливість за допомогою простих математичних розрахунків вивчити походження елементів електрокардіограми [7].

При дослідженні серцевої діяльності постійно доводиться розв'язувати дві задачі: пряму та зворотну. Пряма задача – це з'ясування біофізіологічного механізму виникнення електрокардіограми на основі відомих даних про роботу органу, а також моделювання електрокардіограми. Зворотна задача – це з'ясування стану та принципів роботи органу за характером його електрокардіограми, а також моделювання електричного генератора органу.

Аналіз виникнення і формування електрокардіограми, тобто розв'язок прямої задачі електрокардіографії є важливою біофізичною проблемою у зв'язку із широким застосуванням на практиці цього діагностичного методу.

До цього часу математичні моделі опису руху нервового імпульсу виконувались за допомогою моделі Ходжкіна-Хакслі [5]. Згідно з теорією Ходжкіна-Хакслі мембрана нервового волокна володіє лише ємнісними властивостями, а при виникненні електромагнітної хвилі виникає неперервний перехід енергії із електричної в магнітну і навпаки. Але для втримання магнітного поля без сильного розсіяння енергії необхідна достатньо велика індуктивність системи.

На наявність великої індуктивності нейромембрани вказують дані Коула і Бейкера [2]. Ця індуктивність існує тільки в той час, коли мембрана знаходиться у збудженому стані, у стані спокою біотканина не характеризується індуктивністю і її магнітна проникність  $\mu = 1$ .

Отже, біологічна тканина володіє не тільки ємністю, але і значною індуктивністю. Процес серцевого скорочення пов'язаний зі збудженням міокарда, що носить електричний характер. Традиційно як електричну модель збудження використовують модель струмового диполя.

Електрогенез передсердь і шлуночків – це дві різні, хоча і взаємопов'язані електродинамічні задачі. Для передсердь потрібно проводити окремий аналіз еквівалентного електричного генератора. Тому як приклад розглянемо дипольний еквівалентний електричний генератор серця (ДЕЕГС) для шлуночків серця. Будемо вважати, що серце має активний опір  $R$ , індуктивність  $L$  і ємність  $C$ .

Представимо модель ДЕЕГС у вигляді трьох взаємно перпендикулярних коливальних контурів [4], розташованих у фронтальній, горизонтальній та сагітальній площинах (рис. 1).

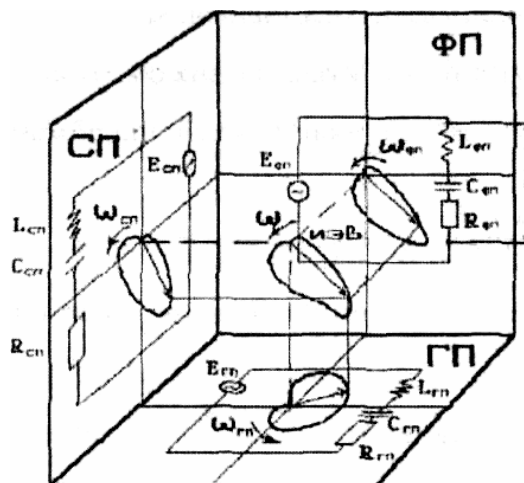


Рис. 1

Електрорушійні сили (ЕРС)  $E$ , у всіх контурах однакові.

Розглянемо роботу одного з трьох взаємно перпендикулярних коливальних контурів. Для зручності викладень індекси, що відносяться до конкретного контуру, у формулах не зазначаємо.

Рівняння Кірхгофа для миттєвих значень напруг у контурі має вигляд:

$$U_R + U_L + U_C = E, \tag{1}$$

$$iR + \frac{d(Li)}{dt} + \sum \frac{idt}{C} = E.$$

Активний опір міокарда визначається опором цитоплазми і міжклітинної рідини, тому його можна вважати постійним протягом кардіоциклу. Індуктивність існує тільки під час збудження і пов'язана з рухом іонів у іонних каналах. Цю величину також вважатимемо постійною. Єдиною величиною, яка змінюється в процесі кардіоциклу, є ємність, яка пов'язана з циклічною частотою обертання осі серця, тому електричні коливання в ДЕЕГС носять параметричний характер. Рівняння можна переписати у вигляді:

$$\frac{d^2i}{dt} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = \frac{1}{L} \frac{dE}{dt}. \tag{2}$$

Шукаючи розв'язок даного рівняння, помножимо його на вільну функцію  $f(t)$  та змінимо його відповідно умові:

$$\frac{d^2i}{dt} f(t) + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} f(t) = \frac{d}{dt} \left( \frac{di}{dt} f(t) \right).$$

Рівняння прийме вигляд:

$$f(t) \frac{d}{dt} \left( \frac{di}{dt} f(t) \right) + (\omega_0 f(t))^2 i = \frac{1}{L} \frac{dE}{dt} f(t)^2. \tag{3}$$

Після чого введемо нову змінну  $d\theta = \frac{dt}{f(t)}$ . З рівняння видно, що функція  $f(t)$  є зворотною циклічній частоті, тому позначимо її  $f(t) = \frac{1}{\omega}$ . Помножимо рівняння на відстань між джерелом та стоком  $l$  та перепишемо його у вигляді:

$$\frac{1}{\omega} \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{\omega} \frac{dD}{dt} \right) + \left( \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 D = \frac{1}{\omega^2 L} \frac{dE}{dt}, \tag{3}$$

де  $D = il$ , а  $\theta$  - кут повороту вектора  $\bar{D}$ , який обертається з циклічною частотою  $\omega$ .

Кутова швидкість обертання вектора  $\bar{D}$  в процесі кардіоциклу знижується, що підтверджено експериментально [3]. З [3] падіння потенціалу водія ритму на інтервалі  $Q - T$  відбувається за експоненціальним законом, тому можна представити, що в правій частині рівняння величина близька до

постійної. Позначивши цю величину  $C_1$  та врахувавши, що  $d\theta = \omega dt$ , отримаємо рівняння:

$$\frac{d^2 D}{d\theta^2} + \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 D = C_1. \quad (4)$$

Також природно уявити, що в процесі еволюції власна частота зрівнялася з частотою обертання вектора  $\bar{D}$ . Тоді рівняння набуде вигляду:

$$\frac{d^2 D}{d\theta^2} + D = C_1. \quad (5)$$

Розв'язком цього рівняння є залежність вектора дипольного моменту  $\bar{D}$  від кута обертання та часу, яку запишемо у вигляді:

$$D = A \sin^2(\theta + \varphi) / 2 + B \cos^2(\theta + \varphi) / 2, \quad (6)$$

де  $A, B$  – постійні інтегрування; кут  $\varphi$  – кут нахилу електричної осі серця або вісь петлі векторкардіограми.

Оскільки  $d\theta = \omega dt$ , то залежність кута обертання вектора  $\bar{D}$  від часу можна знайти за формулою:

$$\theta = Q_0 [1 - \exp(-R(t - t_0) / L)] - \varphi, \quad (7)$$

де  $Q_0 = \omega_0 L / R$  – добротність еквівалентного контуру в момент часу  $t_0$ ;

$\varphi$  – кут, під яким спрямовано головну вісь петлі  $QRS$ .

Добротність не є постійною величиною, в процесі кардіоциклу вона зменшується за законом:

$$Q = \omega L / R = Q_0 [1 - \exp(-R(t - t_0) / L)]. \quad (8)$$

В [4] показано методику розрахунку нулів та максимумів лінійної електрокардіограми, яка дозволяє за допомогою формули (9) побудувати саму електрокардіограму.

$$U = k D \cos \theta = A \left( R \frac{\cos^2(\theta + \varphi) / 2}{\cos \varphi} - T \frac{\sin^2(\theta + \varphi) / 2}{\cos \varphi} \right) \cos \theta, \quad (9)$$

де  $k$  – постійний коефіцієнт;  $R, T$  – амплітуди зубців ЕКГ.

За цією методикою, знаючи тривалості комплексів  $QRS$  ( $\Delta t_{QRS}$ ) та  $QT$  ( $\Delta t_{QT}$ ) і амплітуди зубців  $R, T$ , за допомогою формул 10, 11 через відношення  $\Delta t_{QRS} / \Delta t_{QT}$  можна обчислити добротність  $Q_0$ :

$$\Delta t_{QRS} = 2 \frac{L}{R} \operatorname{arctg} \left( \frac{2 \operatorname{arctg} \sqrt{R / L}}{Q_0} \right), \quad (10)$$

$$\Delta t_{QT} = \frac{L}{R} \ln \left( \frac{1 + \frac{2 \operatorname{arctg} \sqrt{R / L}}{Q_0}}{1 + \frac{2 \operatorname{arctg} \sqrt{R / L}}{Q_0} - \frac{2\pi}{Q_0}} \right). \quad (11)$$

Значно більший інтерес представляє розв'язок задачі просторового моделювання дипольного еквівалентного електричного генератора серця, але при цьому виникає потреба в додаванні коливальних контурів. Розглянемо три коливальні контури, що розташовані в просторі взаємно перпендикулярно (рис. 2). Нехай циклічні частоти коливального контуру в площинах є функціями часу, тоді сумарний вектор частоти еквівалентного просторового коливального контуру буде дорівнювати:

$$\omega(t) = \omega_x(t) \vec{i} + \omega_y(t) \vec{j} + \omega_z(t) \vec{k}. \quad (12)$$

де  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  – орти осей  $X, Y, Z$ ;

$\omega_x(t), \omega_y(t), \omega_z(t)$  – циклічні частоти площин.

При змінах циклічних частот сумарний коливальний контур буде змінювати своє положення в просторі так, щоб вектор циклічної частоти в ньому лишався перпендикулярним площині еквівалентного коливального контуру. Модуль циклічної частоти еквівалентного контуру має вигляд:

$$\omega(t) = \sqrt{\frac{1}{L_x C_x} + \frac{1}{L_y C_y} + \frac{1}{L_z C_z}}, \quad (13)$$

де  $C_x, C_y, C_z, L_x, L_y, L_z$  – ємності та індуктивності коливальних контурів.

На рис. 2 показано сумарний вектор циклічної частоти. Таким чином можна побудувати просторові петлі кардіокомплексів [4]. А задавши закон зміни кутів  $\theta_x, \theta_y, \theta_z$  вектора  $\bar{D}$ , який описує в просторі

петлі *QRS*, *T*, можна побудувати проєкції просторових петель у фронтальній, сагітальній та горизонтальній площинах.

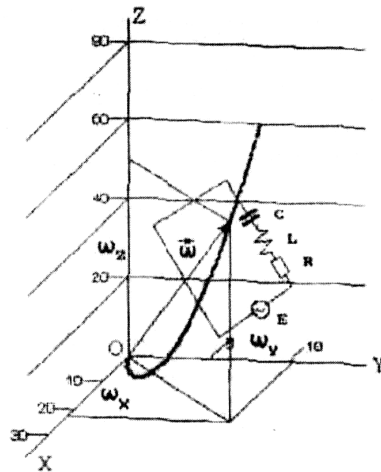
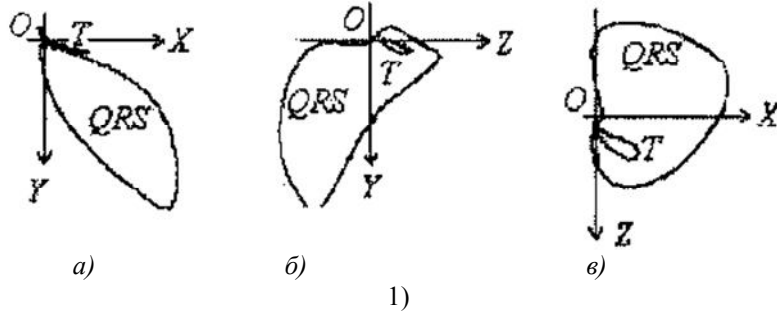
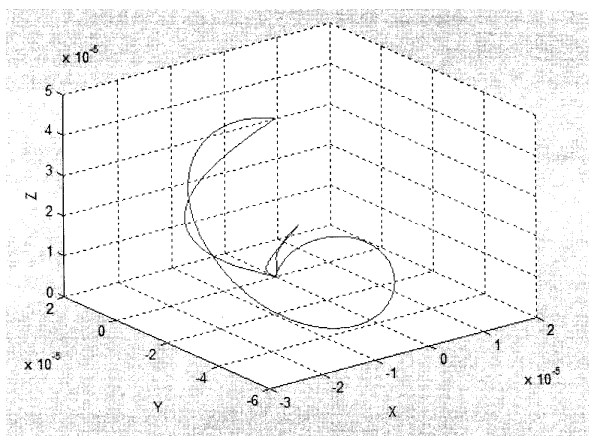


Рис. 2

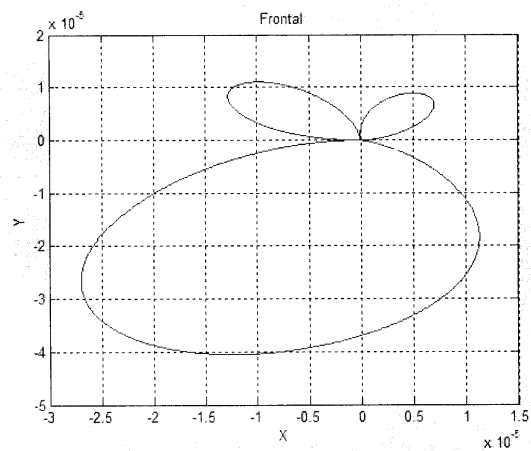
В процесі роботи над темою були розроблені програми, які дозволяють розрахувати основні еквівалентні параметри серця (еквівалентну електричну добротність, відношення еквівалентного електричного опору до еквівалентної електричної індуктивності, кут електричної осі серця) та провести побудову моделей лінійної та векторної кардіограм, а також модель просторової векторкардіограми та проєкції цієї моделі на фронтальну, сагітальну та горизонтальну площини за цими параметрами. Всі побудови відбуваються за час одного кардіоциклу. Отримані результати досить точно збігаються з графіками, якими оперують в клінічній практиці. На рис. 3 наведено: 1) проєкції петель *QRS* та *T* векторкардіограми у нормі на фронтальну а), сагітальну б) та горизонтальну в) площини; 2) просторову векторкардіограму та її проєкцію у трьох площинах отримано за допомогою програми. Проводиться аналіз змін кривих при різних патологіях.



1)



а) просторова



б) фронтальна

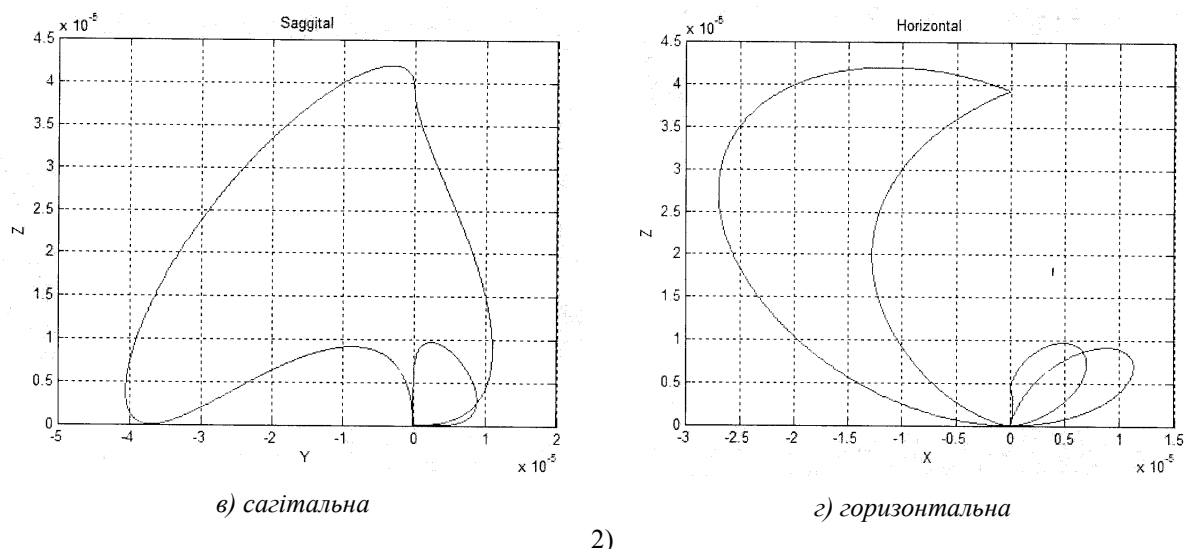


Рис. 3. Просторова векторкардіограма та її проєкції на фронтальну, горизонтальну та сагітальну площини

Вже на даному етапі розробки така програма дозволяє автоматизувати процес діагностики та дослідження роботи серця. В перспективі, з метою спрощення роботи лікарів, планується створити базу даних кардіологічних норм та патологій, яка автоматично видавала б діагноз або перелік можливих патологій при кожному дослідженні.

#### Висновки

1. Описана модель, яка ґрунтується на сучасних даних про структуру міокарда та його електрофізіології. За допомогою цієї моделі були отримані криві, які задовільно відтворюють реальні електрокардіограми, що підтверджує правильність обраного підходу до моделювання електричної активності серця.

2. Впровадження розробленої програми дозволить значно спростити та покращити якість постановки діагнозу, що є важливим для лікарів.

3. Досвід клінічної практики лікарів показує, що найчастіше патологічний процес, який зайшов далеко, не відбивається на контрольованих параметрах ЕКГ, але величина добротності серця при цьому міняється, бо добротність є сукупним параметром, що залежить від основних електричних характеристик серця: ємності, індуктивності та активного опору. Тому, контролюючи тенденцію зміни добротності серця протягом деякого часу і знайшовши, наприклад, її зменшення, можна робити висновок про розвиток патологічного процесу, навіть якщо інші контрольовані параметри ЕКГ знаходяться в межах норми. Звідси можна зробити висновок, що доцільно, для подальшого використання в клінічній практиці, вивчити зміну цього параметра в залежності від виду патологій.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Теоретические основы электрокардиологии / Под ред. К.В. Нельсона и Д.Б. Гезеловица; Пер. с англ. Л.И. Титамира. – М.: Медицина, 1979. – 200 с.
2. Титамир Л.И. Электрический генератор сердца. – М.: Наука, 1980. – 371 с.
3. Рашмер Р. Динамика сердечно-сосудистой системы: Пер. с англ. – М.: Медицина, – 1981. – 346 с.
4. Волобуев А.Н. Курс медицинской и биологической физики. – Самара: Самарский Дом печати, 2002. – 432 с.
5. Ходжкин А. Нервный импульс: Пер. с англ. – М.: Мир. – 1965. – 128 с.
6. Самойлов В.О. Медицинская биофизика. – Л.: ВМА, 1986. – 335 с.
7. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям: Пер. с нем. – М.: Наука, – 1976. – 398 с.
8. Кечкер М.И. Руководство по клинической электрокардиографии. – М., 2000. – 395 с.

КОРЕНІВСЬКА Оксана Леонідівна – інженер кафедри медичних приладів і систем Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:  
– медична техніка;

– обробка сигналів медичної інформації на ЕОМ.  
E-mail: [niki80@rambler.ru](mailto:niki80@rambler.ru)

ЛАЗЕБНИК Юлія Олександрівна – магістр кафедри медичних приладів і систем Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:  
– медична техніка.

Подано 11.11.2004

**Коренівська О.Л., Лазебник Ю.О.** Розгляд електрогенезу серцевої діяльності за допомогою створення індуктивно-ємнісної моделі серця

**Кореновская О.Л., Лазебник Ю.А.** Рассмотрение электрогенеза сердечной деятельности с помощью создания индуктивно-емкостной модели сердца

**Korenovskaya O.L., Lazebnik U.A.** Consideration of electrogenes of intimate activity with the help of creation of inductance-capacitor model of the heart

УДК 577.3: 621.315

**Розгляд електрогенезу серцевої діяльності за допомогою створення індуктивно-ємнісної моделі серця / О.Л. Коренівська, Ю.О. Лазебник**

В даній статті проводиться вивчення електрогенезу серця за допомогою створення індуктивно-ємнісної моделі серця. На основі отриманих даних розроблено програмне забезпечення, яке дозволяє проводити математичний розрахунок еквівалентних електричних параметрів серця та побудувати лінійну та векторну моделі електрокардіограми. Розроблено програму, що будує просторову векторкардіограму та її проєкції на горизонтальну, фронтальну та сагітальну площини.

УДК 577.3: 621.315

**Рассмотрение электрогенеза сердечной деятельности с помощью создания индуктивно-емкостной модели сердца / О.Л. Кореновская, Ю.А. Лазебник**

В статье проводится изучение электрогенеза сердца с помощью создания индуктивно-емкостной модели сердца. На основе полученных данных разработано программное обеспечение, которое разрешает проводить математический расчет эквивалентных электрических параметров сердца и построить линейную и векторную модели электрокардиограммы. Разработана программа для построения электрокардиограммы и ее проеций на горизонтальную, фронтальную и сагитальную плоскости.

УДК 577.3: 621.315

**Consideration of electrogenes of intimate activity with the help of creation of inductance-capacitor model of the heart / O.L. Korenovskaya, U.A. Lazebnik**

In paper the study of electrogenes of heart with the help of creation of inductance-capacitor model of the heart is spent. On the basis of the received data the software is developed which permits to spend mathematical account of equivalent electrical parameters of the heart and to construct linear and vector models of electrocardiogram. The program for construction of electrocardiogram and its projections on horizontal, frontal and sagittal planes is developed.