

УДК.621.793.004.6.001.57(045)

М.О. Ходак, к.т.н., доц.
О.А. Вишневський, асист., аспір.
Київський національний авіаційний університет

СПОСІБ ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ АПРОКСИМАЦІЇ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ ПРОЦЕСУ АБРАЗИВНОГО ЗНОСУ ПОВЕРХОНЬ МАТЕРІАЛІВ ТА ПОКРИТТІВ

Наведено результати експериментальних досліджень та розглядається спосіб підвищеної точності вибору виду оптимальної апроксимуючої функції процесу зносу поверхонь матеріалів деталей та їх покриттів при терті об нежорстко закріплені абразивні частинки.

Загальна постановка проблеми та її зв'язок з науково-практичними задачами. Абразивне зношування є одним з розповсюджених видів пошкоджуваності елементів авіаційних конструкцій, деталей вузлів тертя автомобілів, деталей сільськогосподарських, будівельних, гірських та інших машин шляхом попадання на їх поверхні в процесі експлуатації часток мінерального походження SiO_2 , глинозему, гірських порід, продуктів зносу поверхонь самих деталей з виступами шорсткостей більш твердих поверхонь з їх твердими структурними складовими (оксидні плівки та ін.)

Для забезпечення більш тривалої працездатності елементів конструкцій та їхніх конструкційних матеріалів, що працюють в умовах абразивного зношування, на їхні робочі поверхні наносять покриття різними способами [1–3], що призводить до істотних змін механізмів і кінетики процесів руйнування поверхневих шарів деталей. У зв'язку з цим виникає необхідність розробки прискорених методик і критеріїв оцінки процесів зношування матеріалів та їхніх покриттів, визначення виду апроксимуючих функцій експериментальних залежностей процесу абразивного зношування з метою визначення порівняльних характеристик їхніх механічних властивостей і показників, а також всебічного дослідження на основі використання математичних методів моделювання процесів абразивного зношування поверхонь деталей.

Огляд публікацій та аналіз невирішених проблем. Види і механізми абразивного зношування конструкційних матеріалів описані в роботах [4–12]. Дослідники відзначають розмаїтість факторів, що визначають той або інший вид зношування і механізм його розвитку. В основі механізму цього процесу лежить взаємодія абразивної частинки з металом, що складається з двох етапів: 1) укорінення абразивної частинки в метал; 2) поступальне переміщення її уздовж поверхні. У більшості випадків дослідження проводили на залізобуглецевих сплавах. Питання дослідження властивостей покриттів, нанесених на різні сталі, на сьогодні ще недостатньо широко вивчені.

Безпосередньо питаннями моделювання й апроксимації експериментальних залежностей процесів абразивного зносу різних матеріалів займалися найбільш відомі провідні спеціалісти в області тертя і зносу [8], [11], [12].

Відомо, що задачі на встановлення зв'язку між ваговим зносом і максимальною глибиною лунки або зносом і площею поверхні лунки не знаходили розв'язку дослідниками. У роботі [13] зроблена спроба знайти розв'язок цієї задачі. Однак отриманий результат виявився громіздким і незручним у використанні.

У роботі [14] отримана модель абразивного зносу, що не враховує залежності вагового зносу від лінійного. У ній не вказані методи побудови універсальної моделі для всіх матеріалів, тобто відсутній універсальний узагальнений принцип побудови моделі абразивного зношування.

У деяких існуючих моделях [15], [16] основу складає ймовірно-статистичний підхід, але недоліком зазначених моделей є громіздкість і незручність у використанні, оскільки вони включають обмежене число характерних параметрів, але які впливають на зносостійкість. У цьому зв'язку виникає необхідність створення універсальної та узагальненої моделі, яка повинна враховувати вплив багатьох характерних факторів на процес зношування. Зрозуміло, що для моделювання процесів абразивного зносу, проведення порівняльного аналізу та оцінки матеріалів і покриттів на абразивну зносостійкість необхідно мати точні види апроксимуючих

функцій експериментальних залежностей, з допомогою яких можна підтвердити або заперечити правильність моделювання.

Мета статті. В даній роботі пропонується спосіб, який полегшує процес визначення оптимального виду апроксимуючих функцій експериментальних залежностей абразивного зносу та значно підвищує точність їх апроксимації, що, в свою чергу, дає можливість підвищити якість прогнозування зносостійкості матеріалів та покриттів при різних умовах експлуатації елементів конструкцій.

Для перевірки способу були проведені експериментальні випробування ряду матеріалів на абразивну зносостійкість на машині тертя Брінеля. Схема установки Брінеля показана на рис.1.

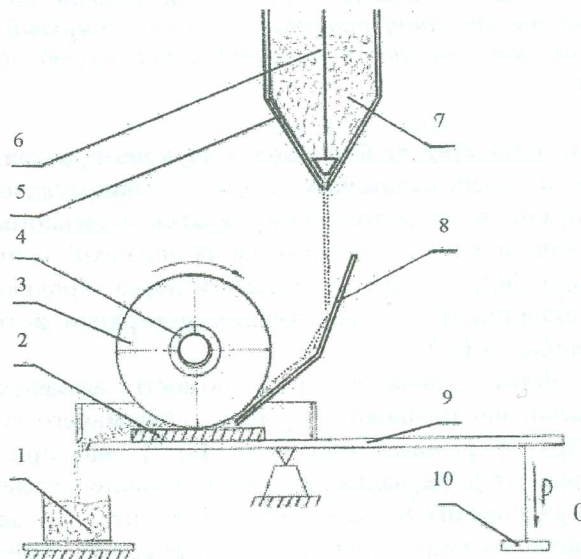


Рис. 1. Схема експериментальної установки: 1 – бункер для збору відпрацьованого абразиву; 2 – дослідний зразок; 3 – гумовий ролик; 4 – втулка для ролика; 5 – бункер для вільного абразиву; 6 – важіль для регулювання швидкості подання абразиву; 7 – вільний абразив; 8 – лоток для подачі абразиву; 9 – важіль для регулювання зусиль притискування зразка до ролика; 10 – навантаження P_0

Для інженерної практики необхідно прогнозувати величину зносу як при дії абразивних частинок різної твердості і розмірів, так і при зміні швидкості їх переміщення по поверхні матеріалів, а також від протяжності шляху тертя та зусиль взаємодії частинок з поверхнею матеріалів.

На рис. 2 показані експериментальні залежності вагового зносу від протяжності шляху тертя для чотирьох матеріалів, які відрізняються своєю твердістю. Наведені експериментальні залежності отримані при умовах стандартного навантаження ($P_0 = 44,1\text{Н}$) згідно з ГОСТ 23.208-79.

Співвідношення між величиною вагового абразивного зносу поверхонь матеріалів підтверджується відповідними значеннями твердості даних матеріалів, наведених у табл. 1 (виміри твердості проводилися на приладі ТШ-2М)

Таблиця 1

Марка матеріалу	Стан	НВ(d) мм	НВ $_{5/750}$
Мідь М1М	–	3,95	78,3
Ст. 30	нормалізована	3,0	95,5
Ст. 45	нормалізована	2,15	197
30 ХГСА	нормалізована	2,05	217

Як відомо, для апроксимації результатів експериментальних досліджень, в тому числі вагового зношування матеріалів (рис. 2), широко застосовують апроксимуючі функції у вигляді алгебраїчних поліномів і обробку експериментальних залежностей проводять за методом найменших квадратів [17], [18].

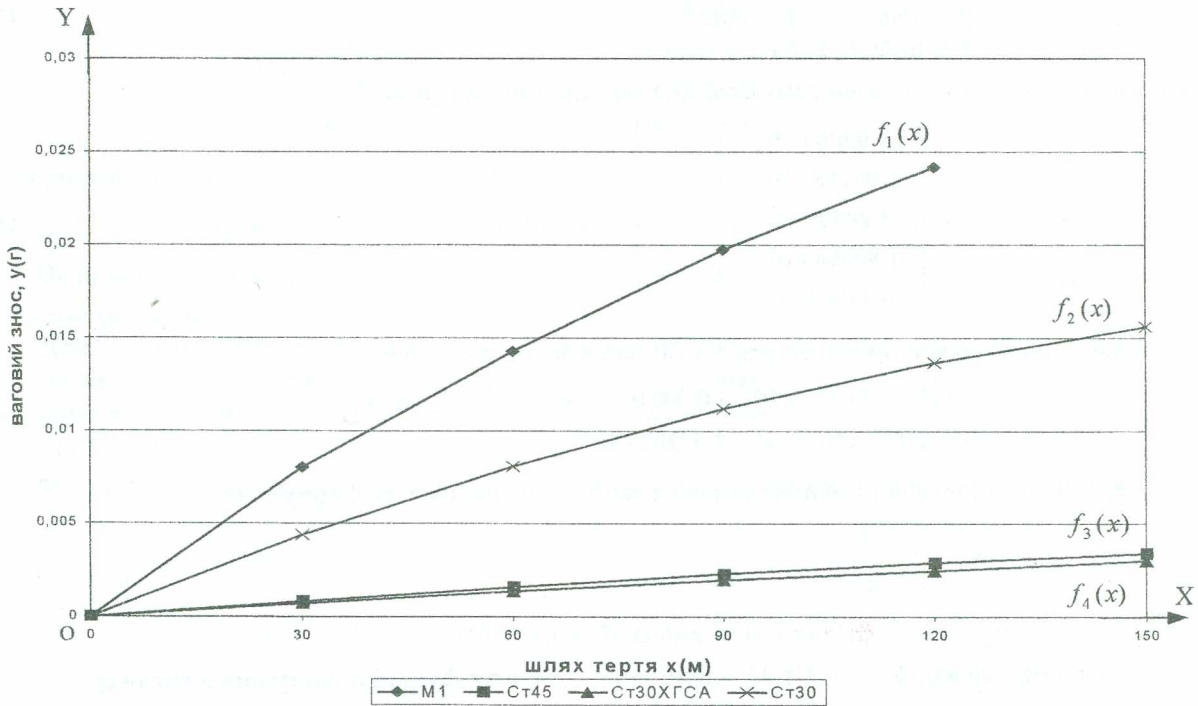


Рис. 2. Експериментальні залежності вагового абразивного зносу поверхонь матеріалів від величини шляху тертя для наступних матеріалів:
 а) для міді М1 ($f_1(x)$);
 б) для Ст. 30 нормалізованої ($f_2(x)$);
 в) для Ст. 45 нормалізованої ($f_3(x)$);
 г) для Ст. 30 ХГСА нормалізованої ($f_4(x)$)

Апроксимація функцій алгебраїчними поліномами в класичній формі методом найменших квадратів потребує значного об'єму обчислень і часу.

Обчислення значно спрощуються, якщо апроксимуюча функція буде знайдена за допомогою програми "Mathcad-2001".

У зв'язку з цим розглянемо визначення видів апроксимуючих функцій до залежностей величин вагового зносу поверхні сталевих та мідних зразків від шляху тертя, показаних на рис. 2.

Для зразків із Ст.30 експериментальні залежності запишемо у вигляді матриці (1):

$$data := \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 30 & 0.0044 \\ 60 & 0.0081 \\ 90 & 0.0112 \\ 120 & 0.0137 \\ 150 & 0.0156 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Основні складові компоненти апроксимуючої функції також записуються матрицею стовпцем:

$$F(x) := \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix} \quad (2)$$

Те, що величина шляху тертя відповідає першому стовпчику матриці (1), а ваговий знос – другому стовпчику, позначаємо у вигляді (3):

$$\begin{aligned} X &:= \text{data}^{<0>} & Y &:= \text{data}^{<1>} \\ S &:= \text{linfit}(X, Y, F), \end{aligned} \quad (3)$$

а коефіцієнти шуканої апроксимуючої функції показує матриця S :

$$S := \begin{pmatrix} -9.92063 \times 10^{-7} \\ 2.94268 \times 10^{-5} \\ -1.89429 \times 10^{-7} \\ 1.80898 \times 10^{-9} \\ -6.43004 \times 10^{-12} \end{pmatrix} \quad (4)$$

Тоді апроксимуюча функція для Ст.30 набуває вигляду (5):

$$\begin{aligned} f_1(x) &:= 3.96827 \times 10^{-7} + 0.00016 \cdot x - 4.52932 \times 10^{-7} \cdot x^2 + \\ &+ 9.43073 \times 10^{-10} \cdot x^3 - 2.57202 \times 10^{-1}. \end{aligned} \quad (5)$$

Середньоквадратична похибка апроксимації обчислюється за формулою:

$$\delta = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{\varepsilon_i^2}{n}},$$

де $\varepsilon = y_{\text{експер.}} - y_{\text{апроксим.}}$. Тоді для (5) похибка $\delta_1 \approx 0,000054$.

Для нормалізованої сталі Ст.45 маємо апроксимуючу функцію наступного вигляду:

$$\begin{aligned} f_2(x) &:= -3.96825 \times 10^{-7} + 2.56041 \times 10^{-5} \cdot x + 6.40432 \times 10^{-8} \cdot x^2 - \\ &- 9.43073 \times 10^{-10} \cdot x^3 + 2.57202 \times 10^{-12} \cdot x^4. \end{aligned} \quad (6)$$

Середньоквадратична похибка апроксимації $\delta_2 \approx 0,000000066137$.

Апроксимуюча функція залежності вагового зносу від шляху тертя для сталі 30 ХГСА нормалізованої має вигляд (7):

$$\begin{aligned} f_3(x) &:= -9.92063 \times 10^{-7} + 2.94268 \times 10^{-5} \cdot x - 1.89429 \times 10^{-7} \cdot x^2 + \\ &+ 1.80898 \times 10^{-9} \cdot x^3 - 6.43004 \times 10^{-12} \cdot x^4. \end{aligned} \quad (7)$$

Відповідна середньоквадратична похибка $\delta_3 \approx 0,000005773$.

Аналогічно виконуємо обчислення для мідних зразків при даних (8):

$$\text{data} := \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 30 & 0.0080 \\ 60 & 0.0143 \\ 90 & 0.0197 \\ 120 & 0.0242 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

$$F(x) := \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix}, \quad S := \text{linfit}(X, Y, F), \quad S = \begin{pmatrix} 0.0000114 \\ 0.0002947 \\ -0.0000011 \\ 2.4691358 \times 10^{-9} \end{pmatrix},$$

де апроксимуюча функція має вигляд (9):

$$f_4(x) := 1.14286 \times 10^{-5} + 0.00029 \cdot x - 1.07143 \times 10^{-6} \cdot x^2 + 2.46914 \times 10^{-9} \cdot x^3. \quad (9)$$

При цьому середньоквадратична похибка апроксимації $\delta_4 \approx 0,0003475$.

Порівнюючи похибку δ_4 і попередні, можна зробити висновок, що остання апроксимація поступається їм на декілька порядків і менша за точність вимірювання маси зношеного матеріалу.

Для підвищення точності апроксимуючої функції розглянемо інші її складові компоненти.

При тих самих даних (8) нехай

$$F(x) := \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ x^2 \\ \ln(x+1) \end{pmatrix}, \quad \text{тоді} \quad S = \begin{pmatrix} 1.5454523 \times 10^{-7} \\ 0.0002454 \\ -4.6679116 \times 10^{-7} \\ 0.000307 \end{pmatrix},$$

а апроксимуюча функція має вигляд (10):

$$f_5(x) := 1.54545 \times 10^{-7} \cdot x + 0.00025 \cdot x - 4.66791 \times 10^{-7} \cdot x^2 + 0.00031 \cdot \ln(x+1). \quad (10)$$

Величина середньоквадратичної похибки $\delta_5 = 0.0003479$ і майже дорівнює δ_4 . Ця точність теж нас не задовольняє.

Для знаходження оптимальних компонент апроксимуючої функції розглянемо удосконалений нами спосіб, який значно підвищує точність апроксимації і вибору виду емпіричної залежності. Розглянемо особливий клас монотонних двопараметричних функцій $f(x, a, b)$ [19].

Нехай ці функції будуть визначені одним із наступних рівнянь (11–14):

$$y = (ax^p + b)^q, \quad \text{якщо } p \neq 0, q \neq 0; \quad (11)$$

$$y = (a \ln x + b)^q, \quad \text{якщо } q \neq 0; \quad (12)$$

$$y = e^{ax^p} + b, \quad \text{якщо } p \neq 0; \quad (13)$$

$$y = bx^q. \quad (14)$$

Як видно, функції (11–14) об'єднані за формою в один клас.

Узагальнені середні від додатніх величин Z_1, Z_2, \dots, Z_n визначимо як:

$$M_z(t) = \left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n Z_k^t \right)^{\frac{1}{t}}. \quad (15)$$

Для визначення середнього гармонічного формула має вигляд (16):

$$H_z = \left(\frac{1}{n} \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \dots + \frac{1}{z_n} \right) \right)^{-1} = M_z(-1), \quad (16)$$

а для середнього геометричного (17):

$$G_z = (z_1 \cdot z_2 \cdot \dots \cdot z_n)^{\frac{1}{n}} = \lim_{t \rightarrow 0} M_z(t) = M_z(0). \quad (17)$$

Відповідно формули для обчислення значень середнього арифметичного мають вигляд (18):

$$A_z = \frac{z_1 + z_2 + \dots + z_n}{n} = M_z(1), \quad (18)$$

а для обчислення середнього квадратичного (19):

$$S_z = \sqrt{\frac{z_1^2 + z_2^2 + \dots + z_n^2}{n}} = M_z(2). \quad (19)$$

Розглянемо наступні класи середніх величин:

$$K_z = \sqrt[3]{\frac{z_1^3 + z_2^3 + \dots + z_n^3}{n}} = M_z(3) \quad (20)$$

і при $t = -2$ маємо:

$$F_z = \left(\frac{1}{n} \left(\frac{1}{z_1^2} + \frac{1}{z_2^2} + \dots + \frac{1}{z_n^2} \right) \right)^{-\frac{1}{2}} = M_z(-2). \quad (21)$$

При цьому має місце співвідношення між вищевизначеними середніми додатніх величин за формулами (16–19): $\min z \leq F_z \leq H_z \leq G_z \leq A_z \leq S_z \leq K_z \leq \max z$.

Визначимо основну властивість класу функцій (11-14), яка полягає у рівності значення функції від узагальненого середнього від p узагальненому середньому від q :

$$f(M_x(p)) = M_y(q)$$

Для функції $y = bx^q$ p і q візьмемо рівними нулю.

Отримаємо $f(M_x(0)) = M_y(0)$, аналогічно можна показати, що $f(G_x) = G_y$.

Розглянемо даний клас функцій зі змінними p і q , які будуть приймати значення $-2; -1; 0; 1; 2; 3$, а потім визначимо 25 різних функцій, які часто використовуються в інженерній практиці при моделюванні різних процесів. Види запропонованих нами функцій та функцій, взятих з роботи [19], зведені в табл. 2.

Таблиця 2

№	$y = f(x, a, b)$	P	q	$M_x(p)$	$M_y(q)$
1	$ax + b$	1	1	A_x	A_y
2	ba^x	1	0	A_x	G_y
3	$1/(ax + b)$	1	-1	A_x	H_y
4	$A \ln x + b$	0	1	G_x	A_y
5	$b + a/x$	-1	1	H_x	A_y
6	bx^a	0	0	G_x	G_y
7	$x/(bx + a)$	-1	-1	H_x	H_y
8	$ba^{\frac{1}{x}}$	-1	0	H_x	G_y
9	$1/(a \ln x + b)$	0	-1	G_x	H_y
10	$ax^2 + b$	2	1	S_x	A_y
11	ba^{x^2}	2	0	S_x	G_y
12	$1/(ax^2 + b)$	2	-1	S_x	H_y
13	$\sqrt{ax^2 + b}$	2	2	S_x	S_y
14	$\sqrt{ax + b}$	1	2	A_x	S_y
15	$\sqrt{a \ln x + b}$	0	2	G_x	S_y
16	$\sqrt{\frac{a}{x} + b}$	-1	2	H_x	S_y
17	e^{ax+b}	1	0	A_x	G_y
18	e^{ax^2+b}	2	0	S_x	G_y
19	$\sqrt[3]{ax^2 + b}$	2	3	S_x	K_y
20	$\sqrt[3]{ax + b}$	1	3	A_x	K_y
21	$\sqrt[3]{a \ln x + b}$	0	3	G_x	K_y
22	$\sqrt[3]{\frac{a}{x} + b}$	-1	3	H_x	K_y
23	$ax^3 + b$	3	1	K_x	A_y
24	e^{ax^3+b}	3	0	K_x	G_y
25	$\sqrt[3]{\frac{a}{x^2} + b}$	-2	3	F_x	K_y

Для визначення оптимальної апроксимуючої формули треба відмітити параметри p і q на рис. 3 і відповідні середні $F_x, H_x, G_x, A_x, S_x, K_x, F_y, H_y, G_y, A_y, S_y, K_y$. Після цього на відповідних координатних осях треба провести через них прямі лінії, паралельні осям. Ці лінії

перетнуться в тридцяти шести точках, кожна з яких відповідає одній із наведених в табл. 2 функцій.

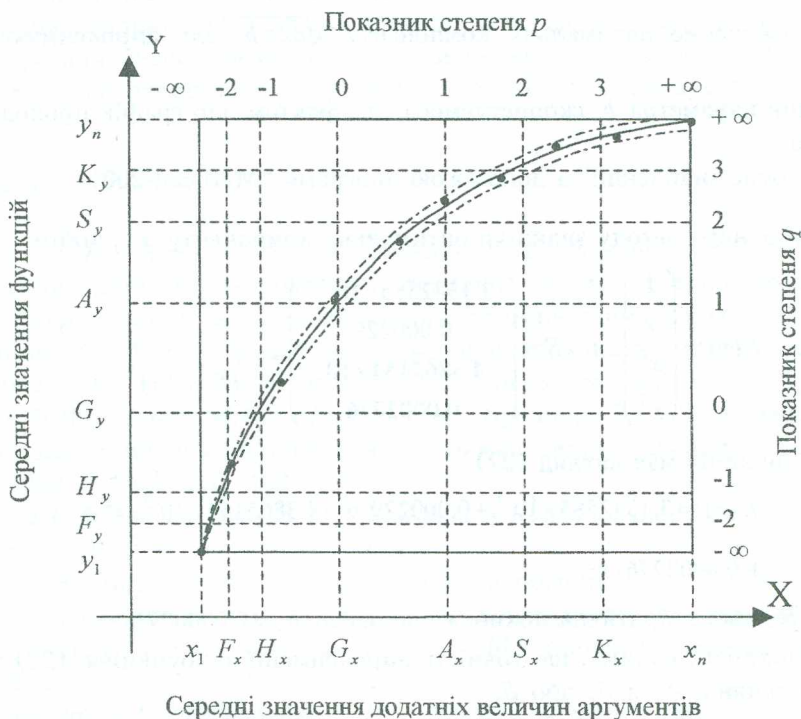


Рис. 3. Алгоритм знаходження оптимальної апроксимуючої функції

За наведеним алгоритмом визначимо оптимальну компоненту для експериментальної залежності абразивного зносу поверхні мідного зразка $f_1(x)$ на рис. 2.

Знайдемо $A_x, A_y, G_x, G_y, S_x, S_y$.

Нанесемо отримані значення на осі OX і OY на рис. 4. Проведемо графік експериментальної залежності $f_1(x)$.

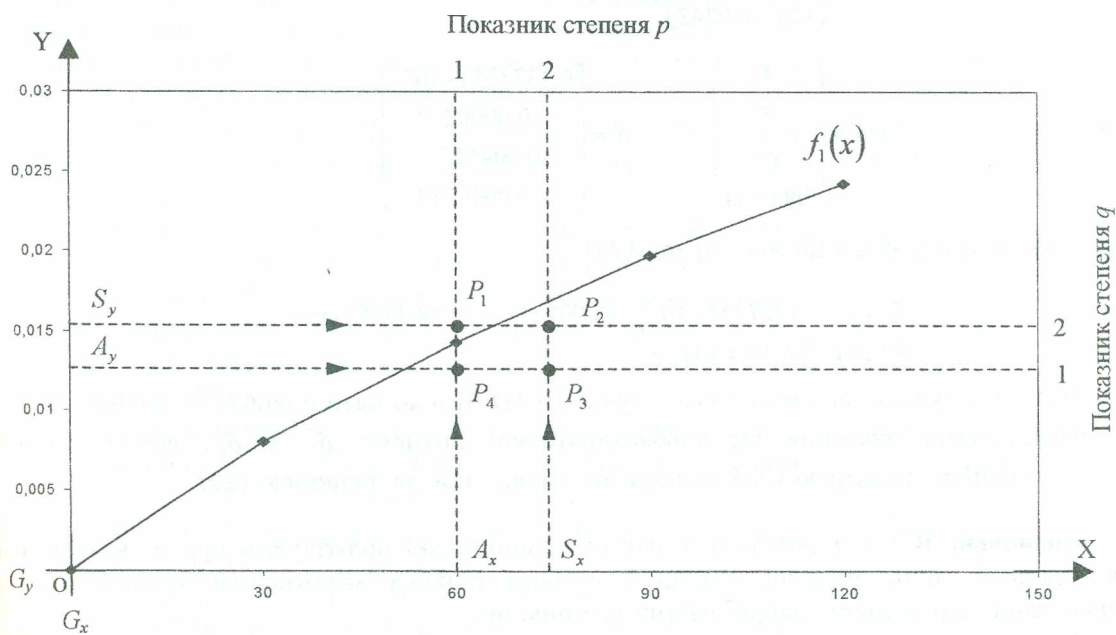


Рис. 4. Метод знаходження оптимальних компонент апроксимуючої функції

Знаходимо точки перетину прямих $y = S_y$, $y = A_y$, $x = S_x$, $x = A_x$. Серед чотирьох точок перетину цих прямих P_1, P_2, P_3, P_4 шукаємо точку P_1 , найближчу до графіка експериментальної залежності, яка розташована на перетині прямих $y = S_y$ і $x = A_x$.

За табл. 2 визначаємо оптимальну компоненту $\sqrt{ax+b}$ для апроксимуючої функції, де $p=1$, а $q=2$.

Для визначення параметра b скористуємося тим фактом, що графік проходить через точку $(0; 0)$, тобто $b=0$.

Коефіцієнт a буде знайдений за допомогою програми "Mathcad-2001".

При реалізації даного методу знайшли оптимальну компоненту $x^{\frac{1}{2}}$, тобто

$$F(x) := \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ x^2 \\ x^{\frac{1}{2}} \\ x^2 \end{pmatrix}, \text{ а } S = \begin{pmatrix} 3.1342585 \times 10^{-7} \\ 0.000229 \\ -4.3865154 \times 10^{-7} \\ 0.0002776 \end{pmatrix},$$

де апроксимуюча функція має вигляд (22):

$$f_6(x) := 3.1342585 \times 10^{-7} + 0.000229 \cdot x - 4.3865154 \times 10^{-7} \cdot x^2 + 0.0002776 \cdot x^{\frac{1}{2}}. \quad (22)$$

При цьому середньоквадратична похибка становить $\delta_6 \approx 0,0000071$

Порівнюючи похибки, бачимо, що точність апроксимації за функцією (22) підвищилась на два порядки в порівнянні δ_6 з δ_4 або δ_5 .

Якщо спробувати в складові компоненти шуканої функції ввести функцію, яка не пропонується за розглянутим алгоритмом, то точність апроксимації зменшується. Наприклад, якщо взяти nereкомендовану компоненту $\ln(x+1)$ разом з рекомендованою $x^{\frac{1}{2}}$, то маємо:

$$data := \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 30 & 0.0080 \\ 60 & 0.0143 \\ 90 & 0.0197 \\ 120 & 0.0242 \end{pmatrix},$$

$$F(x) := \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ x^{\frac{1}{2}} \\ x^2 \\ \ln(x+1) \end{pmatrix}, \quad S = \begin{pmatrix} 6.1327244 \times 10^{-7} \\ -0.0000237 \\ 0.0045159 \\ -0.0046713 \end{pmatrix},$$

де апроксимуюча функція має вигляд (23):

$$f_7(x) := 6.1327244 \times 10^{-7} - 0.0000237 \cdot x + 0.0045159 \cdot x^{\frac{1}{2}} - 0.0046713 \cdot \ln(x+1). \quad (23)$$

При застосуванні апроксимуючої функції (23) будемо мати похибку $\delta_7 \approx 0.0000395$.

Порівнюючи значення середньоквадратичної похибки δ_7 з δ_6 , видно, що точність апроксимації за функцією (23) на порядок менша, ніж за функцією (22).

Висновки. В даній роботі розглянуто прийоми, які полегшують процес визначення виду оптимальної апроксимуючої функції експериментальних залежностей процесів абразивного зношування з нежорстко закріпленими частинками.

На основі отриманих оптимальних апроксимуючих функцій експериментальних залежностей показано значне збільшення точності моделювання процесу абразивного зношування, що дає

можливість на ранніх стадіях обґрунтовано і найбільш точно прогнозувати термін зношування деталей або його покриттів, а також призначати періоди проведення регламентно-ремонтних робіт.

В результаті порівняння точностей виконаних апроксимацій в даній роботі та за відомим методом найменших квадратів [18] можна констатувати, що розглянутий нами удосконалений підхід апроксимування експериментальних залежностей абразивного зношування поверхонь деталей при нежорстко закріплених абразивних частинках підвищує точність на порядок і більше.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Мальшикин В.В., Ходак Н.А., Дмытренко В.Н., Лубяный В.В.* Повышение сроков эксплуатации деталей авиационной техники путем восстановления размеров их геометрических форм и упрочнения газотермическим напылением жаростойкими покрытиями // В сб. Трудов IV Международной научно-технической конференции АВИА-2002. – К.: НАУ 23–25 апреля, 2002. том. 3, секція 31. – С. 31.101–31.103.
2. *Лабунець В.Ф., Ходак М.О., Марчук В.Е., Братиця Л.С.* Застосування детонаційних покриттів для зміцнення і відновлення третьових деталей авіаційної техніки // Вісник НАУ. – 2002. – № 1. – С. 183–187.
3. *Костецкий Б.И., Носовский И.Г., Караулов А.К.* Поверхностная прочность материалов при трении. – К.: Техника, 1986. – 296 с.
4. *Хрущев М.М., Бабичев М.А.* Абразивное изнашивание. – М.: Наука, 1970. – 251 с.
5. *Кащеев В.Н.* Сопротивление металлической поверхности абразивному разрушению // Долговечность трущихся деталей машин. – М.: Машиностроение, 1990. – Вып. 4. – С. 279–295.
6. *Добровольский А.Г., Кошеленко Г.И.* Абразивная износостойкость материалов. – К.: Техника, 1989. – 128 с.
7. *Костецкий Б.И.* Трение, смазка и износ в машинах. – К.: Техника, 1970. – 390 с.
8. *Крагельский И.Г.* Трение и износ. – М.: Машгиз, 1962. – 383 с; 1968. – 480 с.
9. *Зорин В.А.* Основы долговечности строительных и дорожных машин. – М.: Машиностроение, 1986. – 248 с.
10. *Тененбаум М.М.* Износостойкость конструкционных материалов и деталей машин при абразивном изнашивании. – М.: Машиностроение, 1966. – 331 с.
11. *Тененбаум М.М., Бернштейн Д.Б.* Моделирование процесса абразивного изнашивания. Моделирование трения и износа: Материалы I межотраслевого научного семинара по моделированию трения и износа. – М.: НИИмаш, 1967. – С. 81–92.
12. *Крагельский И.В., Добычин М.Н., Комбалов В.С.* Основы расчетов на трение и износ. – М.: Машиностроение, 1977. – С. 319–326.
13. *Гавриков М.В., Мазинг Р.И.* Применение наследственно-стареющей модели изнашивания к осесимметричной контактной задаче // Трение и износ. – Том 10. – № 6. – 1989. – С. 981–986.
14. *Рыжиков А.Л., Грозянов В.М., Тараканчиков Л.Т.* Модель абразивного износа алюмооксидной керамики // Трение и износ. – Том 12. – № 2. – 1991. – С. 361–364.
15. *Сорокатый Р.В.* Моделирование поведения трибосистем методом трибоэлементов // Трение и износ. – Том 23. – № 1. – 2002. – С. 16–22.
16. *Федоров С.В.* Обобщенная модель трения // Трение и износ. – Том 14. – № 3. – 1993 г. – С. 460–470.
17. *Ходак М.О., Ситниченко В.В.* Геометричне моделювання обводів характерних перерізів повітрязабірників авіаційних ГТД з використанням поліномів // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 1999. – Вып. 66. – С. 144–148.
18. *Фильчаков П.Ф.* Численные и графические методы прикладной математики. – К.: Наукова думка, 1970. – С. 42, 51, 665.
19. *Poljaev Viktor* Choice of optimum form of the relation between two variables // Proceeding of 10th ICGG, 28 July – 2 August 2002, Kyiv, Ukraine. – P. 226–227.

ХОДАК Микола Олександрович – кандидат технічних наук, доцент кафедри прикладної геометрії та комп'ютерної графіки Київського національного авіаційного університету.

Наукові інтереси:

- механіка руйнування матеріалів і елементів авіаційних конструкцій та прогнозування процесів розвитку в них втомлювальних тріщин;
- датчики, прилади, системні засоби і методи контролю параметрів експериментів та автоматизація їх обробки;
- оптимальне математичне та геометричне моделювання об'єктів авіаційної техніки та створення програмних засобів їх комп'ютерної візуалізації при проектуванні і виготовленні;
- моделювання процесів при терті і зношуванні поверхонь деталей та їх покриттів;
- технологічні методи відновлювання та подовження терміну експлуатації деталей і вузлів авіаційної техніки;
- нові технології інтенсивного і проблемного навчання та контроль якості знань студентів у навчальному процесі за модульно-рейтинговою системою.

ВИШНЕВСЬКИЙ Олег Анатолійович – асистент кафедри вищої математики інституту економіки та менеджменту Київського національного авіаційного університету.

Наукові інтереси:

- математичне моделювання процесів при терті і зношуванні поверхонь деталей та їх покриттів;
- математичне моделювання об'єктів авіаційної техніки;
- оптимізація апроксимації експериментальних залежностей;
- технологія інтенсифікації процесів навчання студентів.

Подано 01.09.2004