

**В.М. Мількевич, аспір.**  
Державний агроекологічний університет

### МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ МАСОПЕРЕНОСУ З ВРАХУВАННЯМ ГЛОБАЛЬНОЇ СТРУКТУРИ ГРАНИЧНОЇ ПОВЕРХНІ

(Представлено д.ф.-м.н., проф. Михайленком В.В.)

*В даній роботі отримана математична модель, яка описує процеси масопереносу на неоднорідній області з врахуванням глобальної структури граничної поверхні; описана структура області масопереносу і теоретичне обґрунтування розв'язку задачі масопереносу на граничній поверхні з глобальною неоднорідністю.*

В роботах [1] і [2] було визначено основні задачі математичного моделювання процесів масопереносу у великих природних системах, що мають значну просторову неоднорідність, таких, як природний ландшафт. В роботі [2] розглядається математична модель, яка враховує локальну неоднорідність граничної поверхні в області масопереносу. Там же вказано на стан питання математичного моделювання процесів масопереносу в даних областях масопереносу. Загалом, аналіз літературних джерел засвідчує відсутність в науковій літературі робіт, що стосувалися б розробки питання математичного моделювання процесів масопереносу в областях із глобальною неоднорідністю граничної поверхні.

**Завданням** даної роботи є: описати структуру області масопереносу; отримати математичну модель процесів масопереносу з врахуванням глобальної структури граничної поверхні.

**Об'єктом** дослідження є процеси масопереносу на неоднорідній граничній поверхні.

**Результати досліджень.**

Розглянемо область масопереносу  $D \times [0, T]$ . Опишемо глобальну і локальну структури  $D \times [0, T]$ . В області масопереносу визначена деяка множина  $\Omega \in G$  значень функцій, визначених в  $D \times [0, T]$  так, що кожному елементу  $\omega_i$  множини  $\Omega$  відповідає кінечна кількість значень функцій, визначених в  $D \times [0, T]$ , де  $G$  – гранична поверхня в  $D \times [0, T]$ .

Як властивість області масопереносу існує множина  $P \in G$ , визначена на  $\Omega$  так, що згідно із законом  $f$  кожному елементу  $\omega_i$  множини  $\Omega$  ставиться у відповідність елемент  $p_i$  множини  $P$ ,  $f: \Omega \rightarrow P$ .

Визначимо  $\Omega \subset D = L_x \times L_y \times L_z$  як множину, відповідну просторовій частині області масопереносу. Елементи  $\omega_i$  множини  $\Omega$  визначають об'єм тривимірної просторової частини  $D$  в області  $D \times [0, T]$ . Кожен елемент  $\omega_i$  з набором значень функцій, визначених в  $D \times [0, T]$ , можна охарактеризувати як параметр локальної структури просторової частини області масопереносу.

Визначимо множину  $P$  як множину векторів переносу кількості маси  $P = V \cdot s$ , де  $V$  – швидкість,  $s$  – кількість речовини.

Визначимо операцію просторового усереднення в  $D$  наступним чином:

$$\overline{(*)} = \frac{1}{D} \int_D (**) dD. \quad (1)$$

Використаємо (1) на множині  $P$  і представимо реальне значення будь-якого елемента з  $P$  в наступному вигляді:

$$p = \bar{p} + \delta p,$$

де  $\bar{p}$  – середнє значення вектора переносу кількості маси множини  $P$  на  $\Omega$ ;

$p$  – істинне значення;

$\delta p$  – деяке відхилення істинного значення від середнього.

Використаємо (1) для  $P$  таким чином, щоб отримати два типи усереднених характеристик:  $\bar{p}_0$  – усереднення на  $D$  в точці  $0$ , яка є центром області  $D$ ;  $\bar{p}_i$  – усереднення на деякій підобласті  $D_i \subset D$  в точці  $i$ , яка є центром  $D_i$ . Відповідно матимемо дві характеристики відхилень  $\delta p_0$  і  $\delta p_i$ . Визначимо деякий масштаб усереднення числом  $M \geq 0$ .

**Визначення 1.** Область  $D$  називається глобально-однорідною, якщо виконується умова:

$$\left| \bar{p}_i - \frac{\bar{p}_i^2}{\bar{p}_0} \right| \leq M + m; \quad m = \begin{cases} 0, & -p_i \neq p_0, \\ -(1+M), & -p_i = p_0. \end{cases} \quad (2)$$

Згідно з (2) умову глобальної структури в  $D$  визначає множина  $P$ , яка належить граничній поверхні  $G$ . Тому, говорячи про глобальну однорідність (чи неоднорідність) в  $D$ , будемо мати на увазі її визначеність на множині  $G$ .

**Твердження 1.** Для всякої глобально-неоднорідної області  $D$  можна підібрати таке  $M$ , що з  $D$  можна виділити  $n$  підобластей  $D_i$ , для яких виконується умова (2).

Твердження 1 потребує доведення. Тому покажемо спочатку, що з  $D$  можна завжди утворити хоча б одну глобально-однорідну область  $D' \leq D$ .

Розглянемо точку  $p_0 \in P \subset D$  і деякий її окіл  $\delta$ , що містить точку  $p_i \in \delta$ . Використаємо операцію усереднення (1) в околі точки  $p_0$  і отримаємо:  $p_i = \bar{p}_0 + \delta p_0$ . Перепишемо цей вираз для відхилення

$$\delta p_0 = p_i - \bar{p}_0 \text{ і перетворимо до вигляду } \left| \delta p_0 \cdot \frac{p_i}{\bar{p}_0} \right| = \left| (p_i - \bar{p}_0) \frac{p_i}{\bar{p}_0} \right|.$$

Покладемо  $\left| \delta p_0 \cdot \frac{p_i}{\bar{p}_0} + \Delta \right| = M, \Delta = 0$ , тоді матимемо  $\left| p_i - \frac{p_i^2}{\bar{p}_0} \right| = M$ . Якщо покласти  $\Delta \geq 0$ , то

$$\left| p_i - \frac{p_i^2}{\bar{p}_0} \right| \leq M. \text{ Таким чином, отримано умову глобальної однорідності в околі точки } p_0 \text{ при}$$

умові  $-p_i \neq p_0$ , тобто  $\delta \in G$  глобально-однорідною областю.

Цей результат прямо узагальнюється на область  $D$ , попередньо прийнявши, що до уваги береться той вектор  $p_i \in D$ , при якому  $\delta p_0$  є максимальним.

Таким чином, будь-яку глобально-неоднорідну область  $D$  можна перетворити в одну глобально-однорідну область з відповідним значенням  $M = \left| \delta p_{0\max} \cdot \frac{p_i}{\bar{p}_0} + \Delta \right|$ .

Покажемо тепер, що всяка глобально-однорідна область  $D'(D, M)$ , отримана з  $D$  шляхом введення масштабу  $M$ , може бути перетворена на  $n$  глобально-однорідних підобластей шляхом зменшення масштабу  $M$ .

Розіб'ємо область  $D'(D, M)$  довільно на дві частини так, щоб  $\delta p_{0\max} > \delta p_{01\max} > \delta p_{02\max}$  та щоб підобласть  $D_i \in D$ , в якій  $p_i$  обумовлює максимальне значення  $\delta p_0$ , належала будь-якій одній з двох підобластей  $D'_1, D'_2 \in D'$ .

Використаємо операцію усереднення в  $D'_1, D'_2$ . Тоді для кожної підобласті в  $D'$  матимемо:  $\bar{p}_{01}, \bar{p}_{02}, \bar{p}_{i1}, \bar{p}_{i2}$ , для яких виконується умова  $\delta p_{01\max}$  на  $D'_1$  і  $\delta p_{02\max}$  – на  $D'_2$ .

Перетворимо  $D'_1$  і  $D'_2$  на глобально-однорідні області шляхом введення масштабів:

$$M_1 = \left| \delta p_{01\max} \cdot \frac{p_{i1}}{\bar{p}_{01}} + \Delta \right|;$$

$$M_2 = \left| \delta p_{02\max} \cdot \frac{p_{i2}}{\bar{p}_{02}} + \Delta \right|.$$

Очевидно, що  $M > M_1, M_2$ . Нехай  $M_1 > M_2$  і  $M_1 - M_2 = \Delta_{12}$ . Тоді на  $D$  утворяться дві глобально-однорідні області  $D'_1(D, M_2^*)$  і  $D'_2(D, M_2^*)$ , де  $M_2^* = \left| \delta p_{02\max} \cdot \frac{p_{i2}}{\bar{p}_{02}} + \Delta_{12} \right|$ .

Аналогічно, отримаємо на  $D$   $n > 2$  глобально-однорідних підобластей. Отже, твердження 1 доведено.

Нехай  $D'_n(D, M_n)$  — глобально-однорідна область в  $D$ . Тоді існування в  $D \times [0, T]$  за умовою відображення  $f$  обумовлює існування множини  $\Omega'_n \subset \Omega \in D$  так, що на  $D'_n(D, M_n)$   $f^{-1}: p'_n \rightarrow \Omega'_n$ .

Введемо просторове усереднення на множині  $\Omega$ :

$$\bar{\omega} = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \omega d\Omega. \quad (3)$$

Використаємо (3) на  $\Omega'_n$ , матимемо:  $\omega_i = \bar{\omega}_0 + \delta\omega$ .

**Визначення 2.** Область  $D'_n(D, M_n)$  називається локально-однорідною, якщо виконується умова:

$$|\delta\omega| \leq M^\Omega, \tag{4}$$

в іншому випадку область називається локально-неоднорідною.  $M^\Omega$  – деякий масштаб усереднення на  $\Omega$ .

**Твердження 2.** Для всякої локально-неоднорідної області  $D'_n(D, M_n)$  можна підібрати таке  $M^\Omega$ , що з  $D'_n(D, M_n)$  можна виділити  $n$  підобластей, для яких виконується умова (4).

Дане твердження доводиться аналогічно твердженню 1.

Визначимо основні задачі масопереносу на  $D \times [0, T]$ .

1. Визначити кількість речовини, що виноситься з  $D$ , тобто знайти

$$s_D(T) \in \Gamma_D, \tag{5}$$

де  $\Gamma_D$  – границя області  $D$ .

2. Визначити кількість речовини, що виноситься з деякої підобласті  $D' \subset D$ , тобто знайти

$$s_{D'}(T) \in \Gamma_{D'}, \tag{6}$$

де  $\Gamma_{D'}$  – границя області  $D'$ .

Розглянемо структуру відображення  $f: \Omega \rightarrow P$ . У тривіальному випадку для глобально-однорідної області  $D'_n(D, M_n)$  структуру  $f$  можна представити:  $f = \{L\}$ , тобто

$$\Omega \xrightarrow{L} P, \tag{7}$$

де  $L$  – деякий оператор масопереносу, який в  $D'_n(D, M_n)$  визначає рівняння:

$$L \cdot s = 0, \tag{8}$$

$$s|_{T=0} = 0. \tag{9}$$

Для глобально-неоднорідної області відображення (7) і задача (8)–(9) виконуються лише при звуженні  $L$  на деяку підобласть в  $D$ , для якої виконується умова (2). Це обумовлено тим, що задача (8)–(9) розв'язується на множині, де векторні лінії потоку паралельні і не перетинаються. Глобально-неоднорідна область обумовлює невиконання цієї умови, тоді як в  $D'_n(D, M_n)$  ця умова виконується.

**Визначення 3.** Відбиттям на  $D \times [0, T]$  (рис. 1) будемо називати множину відображень:

$$E = \{ \varepsilon_\Omega(\omega_i) = h_i, \varepsilon_H(h_i) = \omega_{i+1} : \Omega, H \in G; h_i \in H \}. \tag{10}$$

Відбиття  $E$  визначає впорядковану множину  $K$  на граничній поверхні  $G$ .

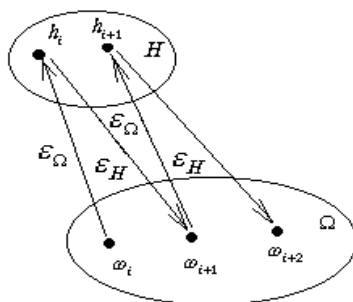


Рис. 1. Відбиття в області  $D$

**Твердження 3.** Структура відображення  $f$  в глобально-неоднорідній області  $D$  визначається:  $f = \{E, L\}$ , тобто пара  $(E, L)$  визначає множину  $P$  в  $D$ .

Доведемо дане твердження. Нехай необхідно визначити множину  $P$  в  $D$ , використовуючи оператор  $L$ . Оскільки в  $D$  не виконується умова (2), оператор  $L$  не можна безпосередньо використовувати в  $D$ , тому використаємо оператор  $L$  для будь-якої однієї векторної траєкторії  $K_i \in D$ . В результаті отримаємо деяку підмножину  $P'_i \subset P \in D$ .

Для визначення  $P$  необхідно визначити всі  $P'_i \in D$ . Для цього визначимо всі  $K_i \in D$  і розв'яжемо для кожного  $K_i$  задачу (8)–(9). Оскільки кожна множина  $K_i$  визначається множиною відображень  $E_i$ , то для визначення  $P$  в  $D$  необхідно розв'язати відповідну кількість задач:

$$\begin{aligned} [L(E_i)] \cdot s &= 0, \\ s_i \Big|_{T=0, \omega_i \in \Omega} &= 0. \end{aligned}$$

Тому є справедливим твердження, що пара  $(E, L)$  визначає множину  $P$  в  $D$ , отже, твердження доведено.

Розширимо поняття глобальної структури області  $D$  введенням понять про екстремальну і термінальну множини на граничній поверхні в  $D$ .

**Визначення 4.** Екстремальна множина в  $D$  визначається як:

$$ext(G) = \{ \Omega_i^{ext} \subset \Omega \in G : \varepsilon_H^{-1}(\omega_i) = h_i, \varepsilon_\Omega^{-1}(h_i) = \omega_i \}. \quad (11)$$

**Визначення 5.** Термінальна множина в  $D$  визначається як:

$$ter(G) = \{ \Omega_i^{ter} \subset \Omega \in G : \varepsilon_\Omega(\omega_i) = h_i, \varepsilon_H(h_i) = \omega_i \}. \quad (12)$$

З врахуванням (10), (11), (12) і твердження 3 розв'язок задач (5) і (6) можна представити наступним чином:

1. Кількість речовини, яка виноситься з  $D$ , визначається:

$$s_D = \sum_{i=1}^{ter(G)} s_i, \quad (13)$$

де  $s_i \in ter(G)$  є розв'язком рівняння  $[L(E_i)] \cdot s = 0$ . Тут відбиття  $E_i$  визначає одиничну векторну траєкторію, вздовж якої розв'язується рівняння  $L \cdot s = 0$ .

2. Початкові та граничні умови лежать на множині  $ext(G)$ ; розв'язок задачі – на множині  $ter(G)$ .

3.  $ext(G), ter(G) \in \Gamma_D$ .

Відмітимо особливості розв'язку (13) для задачі (6). Якщо для задачі (5)  $ter(G)$  і  $ext(G)$  завжди належать границі  $\Gamma_D$  замкненої області  $D$ , то для будь-якої підобласті  $D' \subset D$  така умова не виконується обов'язково, хоча формально можна визначити множину  $ter(G)$  для  $\Gamma_{D'} \in D'_n(D, M_n)$ . Для визначення початкових умов задачі (6) необхідно розв'язати рівняння  $[L(E_i)] \cdot s = 0$ , розв'язок якого належить границі області  $D'_n(D, M_n)$ , а початкові та граничні умови даного рівняння належать множині  $ext(G) \not\subset D'_n(D, M_n)$ , яка певним чином розподілена на  $G$  в області  $D$ .

В такому представленні розв'язок задач (5) і (6) є нераціональним, оскільки кількість  $N$  рівнянь  $[L(E_i)] \cdot s = 0, (i = 1, 2, \dots, N)$ , які визначають всі розв'язки на множині  $ter(G)$ , може бути нескінченно великою. Тому розв'язок задач (5), (6) необхідно доповнити.

**Твердження 4.** Для глобально-неоднорідної області  $D$  із визначеним на ній масштабом  $M_n$  можна визначити кінечну кількість  $Q$  відображень у  $E$ :

$$Q(E) = C_E, (C_E = 2, 3, \dots, N).$$

Наведемо доведення даного твердження, використовуючи (2) і твердження 1.

Нехай масштаб  $M_n$  в області  $D$  визначає  $n$  глобально-однорідних областей  $D'_{n_i}(D, M_n), (i = 1, 2, 3, \dots, n)$ ;  $E$  визначає впорядковану множину  $K \in G$  в  $D$ . Тоді, якщо  $K'$  – деяка підмножина в  $K$ , то є справедливим, що  $K' \subset D'_{n_i}(D, M_n)$ .

Визначимо таку множину відображень  $E_{\omega_i}$ , яка включає деяку точку  $\omega_i \in \Omega$ . Пара  $(\Omega, M_n)$  визначає певну кількість  $q$  розбиттів множини  $K = \{K'_i\}$ , причому  $q = 1, 2, 3, \dots, n$ . Тоді визначене кінечне число  $C'$  областей  $D'_{n_i}(D, M_n)$ , які включають  $E_{\omega_i}$ :

$$C' = n - m, (m = 1, 2, \dots, n - 1).$$

Введемо характерний лінійний розмір  $\Delta L_x$  в  $D'_{n_i}(D, M_n)$ . Визначимо для  $K'_i \subset D'_{n_i}(D, M_n)$  точку  $\omega_b$  – початок відображень в  $E_i \in D'_{n_i}(D, M_n)$ , та  $\omega_e$  – кінець таких відображень в межах  $D'_{n_i}(D, M_n)$ . Тоді з врахуванням (2) і похибки від введеного масштабу на  $D$  можна записати:

$$K'_i(\omega_b, \omega_e) = K'_i(\omega_b + \Delta L_x, \omega_e),$$

де в даному випадку  $\Delta L_x$  визначає будь-яку точку  $\omega_i$  вздовж усередненого вектора:

$$P_{D'_n} \in D'_n(D, M_n).$$

Тоді кількість  $C''$  відображень в межах  $D'_n(D, M_n)$  визначається характерним лінійним розміром  $\Delta L_x$ . Звідси можна записати:

$$C_E = \sum_{i=1}^{n-m} C_i''.$$

У загальному випадку, при рівних об'ємах множини  $K'_i$ , можна записати:

$$C_E = (n-m)C''.$$

Таким чином, дане твердження є доведеним.

**Твердження 5.** Для глобально-неоднорідної області  $D$  із визначеним на ній масштабом  $M_n$  можна визначити кінечну кількість  $Q$  розв'язків  $s_i \in \text{ter}(G)$ :

$$Q(L(E_i)) = C_{L(E_i)}, \quad (C_{L(E_i)} = 1, 2, \dots, N).$$

Для доведення твердження 5 дещо розширимо поняття про структуру в  $D$ . Нехай  $K'_i(\omega_b, \omega_e)$  – одинична векторна траєкторія на  $G$ , створена відбиттям  $E_i$ . Точка  $\omega_b$  – початок відображень в  $E_i$ ,  $\omega_b \in \text{ext}(G) \subset \Gamma_{D_1}$ ,  $D'_1 \subseteq D$ ; точка  $\omega_e$  – кінець таких відображень в  $E_i$ ,  $\omega_e \in \text{ter}(G) \subset \Gamma_{D_2}$ ,  $D'_2 \subseteq D$ .

**Визначення 6.** Пучком в  $D$  будемо називати множину  $K_\delta$ , яка визначається:

$$K_\delta = \cup K'_i = \left\{ K'_i(\omega_b, \omega_e), i = 1, 2, \dots, N_\delta : K'_i(\omega_b, \omega_e) = K'_i(\omega_b + \delta_\omega, \omega_e + \delta_\omega) \right\},$$

де  $N_\delta$  – точка множини  $\text{ter}(G)$  і  $\text{ext}(G)$ , яка належить околу  $\delta_\omega$  точки  $\omega_i$ ;

$i$  – індекс, який визначає будь-яку точку  $\omega_i$ , що лежить в околі  $\delta_\omega$ ;

$\omega_b + \delta_\omega$  – точка початку відображень в  $E_i$ , що лежить на відстані  $\delta_\omega$  від точки  $\omega_b$ ,  $\omega_b + \delta_\omega \in \text{ext}(G)$ ;

$\omega_e + \delta_\omega$  – точка кінця відображень в  $E_i$ , що лежить на відстані  $\delta_\omega$  від точки  $\omega_e$ ,  $\omega_e + \delta_\omega \in \text{ter}(G)$ .

**Визначення 7.** Спряженою множиною в  $D$  будемо називати такі підмножини  $\text{ext}(G)^* \subseteq \text{ext}(G)$ ,  $\text{ter}(G)^* \subseteq \text{ter}(G)$ , які містяться в одному пучку:

$$\left[ \text{ext}(G)^*, \text{ter}(G)^* \right] \in K_\delta.$$

**Твердження 6.** В глобально-неоднорідній області  $D$  із введеним на ній масштабом  $M_n$  завжди існує хоча б один пучок:

$$K_\delta|_D \geq 1.$$

Доведення даного твердження базується на результатах доведення твердження 1. Для всякої глобально-неоднорідної області  $D$  можна підібрати таке  $M_n$ , що утвориться хоча б одна глобально-однорідна область  $D'_n(D, M_n)$ . Тоді в  $D'_n(D, M_n)$  буде існувати хоча б одна спряжена множина  $\left[ \text{ext}(G)^*, \text{ter}(G)^* \right] \subseteq (\text{ext}(G), \text{ter}(G))$ , тобто  $K_\delta|_{D'_i} \geq 1$ . Якщо  $M_n$  утворює дві глобально-однорідні області в  $D$ , то  $K_\delta|_{D'_1, D'_2} \geq 2$ . Аналогічним чином, змінюючи  $M_n$ , змінюється кількість  $K_\delta$ .

Можна також стверджувати, що при відсутності масштабу на  $D$ ,  $K_\delta \rightarrow \infty$ .

Доведемо твердження 5, використовуючи визначення 6, 7, і твердження 6. Для доведення справедливості  $Q(L(E_i)) = C_{L(E_i)}$  достатньо довести, що кількість спряжених множин в  $D$  є кінечною. Введемо характерний лінійний розмір  $\Delta L_y = \delta_\omega$  в  $\text{ter}(G)$  і  $\text{ext}(G)$ . В найпростішому випадку  $Q\left(\left[ \text{ext}(G)^*, \text{ter}(G)^* \right]\right) \geq 1$ , із збільшенням кількості глобально-однорідних областей в  $D$ , збільшується і кількість спряжених множин. Але, згідно з твердженням 1, введення масштабу в  $D$  обумовлює утворення злічимої кількості областей  $D'_n(D, M_n)$ , отже, відповідно будемо мати і злічиму кількість спряжених множин. Це обумовлює кінечну кількість розв'язків  $s_i \in \text{ter}(G)$ , яка визначається парою  $(\Delta L_y, M_n)$ . Отже, твердження 5 доведено.

Таким чином, доповнення до розв'язку задачі масопереносу в глобально-неоднорідній області полягає в тому, що рівняння  $L \cdot s = 0$  розв'язується не для кожної векторної траєкторії  $K'_i$ , а для кожного пучка  $K_{\delta_i}$ ,  $Q(K'_i) \gg Q(K_{\delta_i})$ . Кількість пучків  $Q(K_{\delta_i})$  є скінченною і злічимою і визначається парою  $(\Delta L_y, M_n)$ . Множина вхідних параметрів, що визначається на множині  $\Omega$ , також скінченна і обмежена парою  $(\Delta L_x, M^\Omega)$ .

**Висновки:** отримана математична модель процесів масопереносу на неоднорідній області, яка враховує глобальну структуру граничної поверхні; представлений розв'язок задачі для глобально-неоднорідної області із введеним на ній масштабом усереднення.

Як **перспектива подальших досліджень** є необхідним застосування отриманих результатів до конкретних систем, з метою визначення властивостей моделі та оцінки можливих обмежень у застосуванні до тих чи інших систем.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Мількевич В.М. Загальна постановка задач кількісної оцінки горизонтального переносу речовини в ландшафті // Вісник Державного агроекологічного університету. – 2002. – № 2. – С. 164–167.
2. Мількевич В.М. Математичне моделювання масопереносу на неоднорідній поверхні в середовищі з врахуванням граничних значень структурного параметра // Вісник ЖДТУ / Технічні науки. – 2004. – №3 (30). – С. 109–118.

МІЛЬКЕВИЧ Віктор Миколайович – аспірант Державного агроекологічного університету (м. Житомир).

Наукові інтереси:

– математичне моделювання масопереносу на неоднорідній області.

Тел.: (0412) 33-82-83 (д).

Подано 3.09.2004

**Мількевич В.М.** Математичне моделювання процесів масопереносу з врахуванням глобальної структури граничної поверхні.

**Милькевич В.Н.** Математическое моделирование процессов массопереноса с учётом глобальной структуры граничной поверхности.

**Milkevych V.M.** The mathematical modeling of masses carrying processes with considering of global structure of boundary surface.

УДК 519.86:681.3.06

**Математичне моделювання процесів масопереносу з врахуванням глобальної структури граничної поверхні / В.М. Мількевич**

В даній роботі отримана математична модель, яка описує процеси масопереносу на неоднорідній області з врахуванням глобальної структури граничної поверхні; описана структура області масопереносу і теоретичне обґрунтування розв'язку задачі масопереносу на граничній поверхні з глобальною неоднорідністю.

УДК 519.86:681.3.06

**Математическое моделирование процессов массопереноса с учётом глобальной структуры граничной поверхности / В.Н. Милькевич**

В данной работе получена математическая модель, которая описывает процессы массопереноса на неоднородной области с учетом глобальной структуры граничной поверхности; описана структура области массопереноса и теоретическое обоснование решения задачи массопереноса на граничной поверхности с глобальной неоднородностью.

УДК 519.86:681.3.06

**The mathematical modeling of masses carrying processes with considering of global structure of boundary surface / V.M. Milkevych**

In the article a mathematical model, which describes masses carrying processes on the inhomogeneous environment with considering of global structure of boundary surface; describe the structure of masses carrying environment and theoretical substantiation of solution of masses carrying problem on the inhomogeneous environment.