

УДК 621.317.361

**В.Т. Ковальчук, здобувач
П.М. Повідайко, к.т.н., доц.***Житомирський державний технологічний університет***МЕТОДИ ФОРМУВАННЯ СИГНАЛІВ З ЗАДАНИМИ ЧАСТОТНИМИ
ПАРАМЕТРАМИ НА ОСНОВІ ВИКОРИСТАННЯ ПРЯМОГО
ТА ОБЕРНЕНОГО ДИСКРЕТНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ ФУР'Є З ПРОМІЖНИМ
ТРАНСФОРМУВАННЯМ СПЕКТРА**

Запропоновані методи формування сигналів з заданими частотними параметрами на основі використання прямого та оберненого дискретних перетворень Фур'є з проміжним трансформуванням спектра.

Постановка проблеми у загальному вигляді. Велике практичне значення в радіотехніці має питання формування сигналів з заданими частотними параметрами на основі застосування цифрових методів обробки сигналів. До таких задач, зокрема, належать: формування квадратурних складових сигналу (квадратур), зсув фази дійсного періодичного сигналу на заданий кут, формування аналітичного сигналу, децимація та інтерполяція сигналу, формування сигналу з однією боковою смугою тощо. Існуючі методи формування сигналів з заданими частотними параметрами побудовані на застосуванні різнопланових алгоритмів трансформування спектра в часовій та частотній областях, що ускладнює проектування та застосування апаратури формування сигналів. Застосування цифрових методів обробки сигналів (ЦОС) на базі ДПФ дозволяє уніфікувати алгоритми обробки інформації та побудувати апаратуру формування сигналів з високими технічними характеристиками.

Аналіз основних досліджень і публікацій. В цифровій обробці сигналів чинне місце посідає дискретне перетворення Фур'є (ДПФ), яке, як правило, застосовується для спектрального аналізу сигналів. Але має місце і прикладне застосування ДПФ для формування сигналів із заданими частотними параметрами [1], [2].

Формування квадратурних складових сигналу (квадратур) є однією з основних операцій ЦОС. Відомі методи формування квадратур можна поділити на три основні групи: 1) формування квадратур в аналоговій частині приймального тракту без процедури аналого-цифрового перетворення (АЦП) сигналів; 2) формування квадратур в аналоговій частині приймального тракту з перенесенням спектра на нульову частоту в цифровій частині обробки; 3) формування квадратур після процедури АЦП сигналів у цифровій частині обробки [5], [6]. Недоліками відомих методів є: спотворення сигналів за рахунок дрейфу нуля, нелінійних ефектів та збільшення рівня шумів аналогової частини приймального тракту (для методів першої групи); спотворення квадратур через неідентичність і нестабільність характеристик квадратурних каналів (для першої та другої груп); попадання в смугу частот, яку займає спектр вхідного сигналу, не тільки різницевих, але й сумарних інтермодуляційних завад та гармонік всіх непарних порядків, що виникають у вихідних каскадах аналогової частини прийомного тракту та в блоці дискретизації (для методів третьої групи) [5], [6].

Зсув фази періодичного сигналу на заданий кут також є однією з основних операцій ЦОС. Найбільше поширення отримав зсув фази сигналу на кут $\pi/2$ без зміни його модуля. Такий зсув називається перетворенням Гільберта, найбільш важливою сферою застосування якого є системи модуляції [9]. Періодичний сигнал – це сума гармонічних коливань і для зсуву його фази на заданий кут A необхідно зсунути на кут A кожен його гармонічну складову [10]. Виконати цифровий зсув фази періодичного сигналу, який є аналітичним (з нульовим спектром в області від'ємних частот), можна за допомогою методу, описаного в [11]. При використанні цього методу для цифрового зсуву фази дійсного сигналу виникає методична адитивна похибка, величина якої дорівнює добутку синфазної складової цього сигналу на синус кута A .

Формування аналітичного (Гільбертового) сигналу, спектр якого в області від'ємних частот нульовий, використовується в ЦОС для представлення функцій в комплексній області, а також для визначення їх огинаючих, модулів та фаз [1], [2].

Децимація та інтерполяція – операції ЦОС, що полягають в проріджуванні (в першому випадку) та нарощуванні (у другому випадку) послідовності часових відліків сигналів. Децимація тотожна компресії (або зменшенню) частоти дискретизації і застосовується для зменшення апаратних та часових затрат [15]. Інтерполяція тотожна збільшенню частоти дискретизації [16]. Децимація та інтерполяція в загальному випадку можуть здійснюватись як з цілим коефіцієнтом D , так і з нецілим F . Децимація сигналу з коефіцієнтом D , який є натуральним числом, не викликає труднощів і здійснюється шляхом відбору для подальшої обробки тільки кожного $(nD+1)$ відліку із послідовності N часових відліків, що проріджується. При цьому $n = 0 \dots E_n[N_{SD}]$, де $E_n[N_{SD}]$ – ціла частина числа $N_{SD} = (N-1)/D$, яка показує, скільки відліків, без врахування першого, залишиться після децимації з коефіцієнтом D [2], [16], [17]. Зменшення частоти дискретизації в неціле число раз F є більш складною задачею.

Формування сигналу з однією боковою смугою застосовується в ЦОС для зменшення апаратних та часових затрат. Найпоширеніші методи цифрового формування сигналу з однією боковою смугою передбачають зміну спектра сигналу шляхом здійснення процедур з його часовими відліками без переходу до частотних (без проміжного отримання спектра). Наприклад, в [2] розглядається формування сигналу з однією боковою смугою за рахунок помноження часових відліків сигналу на комплексні множники зсуву спектра сигналу по осі частот на розраховану величину, пропускання отриманого комплексного сигналу через цифровий фільтр нижніх частот з виділенням сигналу з однією (наприклад, правою) боковою смугою частот та зворотним зсувом спектра отриманого сигналу по осі частот помноженням отриманих часових відліків на комплексні множники зворотного зсуву. Але в багатьох випадках в наявності результати ДПФ, тому використання комплексних множників прямого та зворотного зсувів по частоті, а також фільтра нижніх частот є невиправданим з точки зору апаратних та часових затрат.

Формулювання цілей статті. Формування сигналів із заданими частотними параметрами має велике теоретичне і практичне значення для побудови радіоелектронних засобів різного призначення. **Метою роботи** є розробка та обґрунтування можливості реалізації методів формування відліків квадратурних складових сигналу, зсуву фази дійсного періодичного сигналу на заданий кут, формування аналітичного сигналу, децимації та інтерполяції сигналу, формування сигналу з однією боковою смугою на основі використання прямого та оберненого ДПФ з проміжним трансформуванням спектра.

1. Загальний підхід

Розглянемо вхідний аналоговий сигнал такого виду:

$$x(t) = \sum_{i=0}^{I-1} X_i \cdot \cos(\omega_i t + \varphi_i) = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{I-1} X_i \cdot (\exp(j(\omega_i t + \varphi_i)) + \exp(-j(\omega_i t + \varphi_i))), \quad (1.1)$$

де $x(t)$ – поточне значення вхідного сигналу;

t – поточний час;

i – поточний номер частотних складових вхідного сигналу, причому $i = 0 \dots (I-1)$;

I – кількість частотних складових вхідного сигналу,

X_i, ω_i, φ_i – відповідно амплітуда, кругова частота та початкова фаза i -ої частотної складової вхідного сигналу.

Аналогово-цифрове перетворення сигналу складається з дискретизації та квантування.

Результатом дискретизації вхідного аналогового сигналу (1.1) є дискретний сигнал, часові відліки якого описуються виразом:

$$x\left(\frac{n}{f_d}\right) = \sum_{i=0}^{I-1} X_i \cdot \cos\left(\omega_i \cdot \frac{n}{f_d} + \varphi_i\right), \quad (1.2)$$

де $x\left(\frac{n}{f_d}\right)$ – n -й часовий відлік дискретного сигналу (вхідного сигналу після дискретизації);

n – поточний номер часових відліків дискретного сигналу, причому $n = 0 \dots (N - 1)$;

N – кількість часових відліків дискретного сигналу;

f_d – частота дискретизації вхідного аналогового сигналу;

причому

$\frac{1}{f_d} = T$ – період дискретизації вхідного аналогового сигналу;

$N \cdot T = t_o$ – тривалість вибірки сигналу.

Квантування n -х часових відліків дискретного сигналу (1.2) дає в результаті цифровий сигнал з наступними n -ми часовими відліками:

$$x(n) = h \cdot RND \left[\frac{1}{h} \cdot \sum_{i=0}^{l-1} X_i \cdot \cos \left(\omega_i \cdot \frac{n}{f_d} + \varphi_i \right) \right], \quad (1.3)$$

де h – крок квантування вхідного сигналу;

$RND[A]$ – округлення числа A до найближчого цілого (може бути й інше округлення).

Наступним кроком є пряме ДПФ. Зауважимо, що у загальному випадку ДПФ здійснюється над комплексним сигналом. В запропонованих нижче методах процедурі ДПФ підлягає або дійсний сигнал (як частковий випадок комплексного сигналу з нульовою уявною частиною), або спеціальним чином сформований з дійсного комплексний сигнал (з ненульовою уявною частиною).

Пряме ДПФ виконується згідно з алгоритмом:

$$\dot{x}(k) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=0}^{N-1} \dot{x}(n) \cdot \dot{v}(n) \cdot \dot{w}(n, k), \quad (1.4)$$

де $\dot{x}(n)$ – комплексний n -й часовий відлік сигналу перед прямим ДПФ;

$\dot{x}(k)$ – комплексний k -й частотний відлік спектра сигналу після прямого ДПФ;

$\dot{v}(n)$ – комплексний n -й відлік часового вікна ДПФ, причому у загальному випадку $\dot{v}(n) = 1$, а у випадках, коли необхідно зменшити розмивання спектра внаслідок обмеженої кількості часових відліків N , в якості $\dot{v}(n)$ застосовуються різноманітні спеціальні функції [3], [4];

$\dot{w}(n, k)$ – комплексний n -ий повертаючий множник прямого ДПФ для k -го частотного відліку спектра сигналу, причому

$$\dot{w}(n, k) = \exp \left(-j \frac{2\pi kn}{N} \right) = \cos \left(\frac{2\pi kn}{N} \right) - j \sin \left(\frac{2\pi kn}{N} \right);$$

k – поточний номер частотних відліків вхідного сигналу, причому $k = 0 \dots (N - 1)$;

$\frac{1}{t_o} = \frac{1}{T \cdot N} = \Delta f$ – крок сітки частот (так званий бін);

$\Delta f \cdot N = \frac{1}{T} = F$ – ширина смуги частот спектра ДПФ.

Цифровий сигнал з часовими відліками (1.3) є дійсним, тому отриманий спектр буде мати дійсну та уявну частини з відліками відповідно:

$$\text{Re}(k) = \begin{cases} \frac{X_k}{2} \cdot \cos(\omega_k t_0 + \varphi_k) & \text{для } k = 0 \dots \frac{N}{2} \\ \frac{X_k}{2} \cdot \cos(\omega_k t_0 + \varphi_k) & \text{для } k = \left(\frac{N}{2} + 1\right) \dots (N - 1) \end{cases}; \quad (1.5)$$

$$\text{Im}(k) = \begin{cases} \frac{X_k}{2} \sin(\omega_k t_0 + \varphi_k) & \text{для } k = 0 \dots \frac{N}{2} \\ -\frac{X_k}{2} \sin(\omega_k t_0 + \varphi_k) & \text{для } k = \left(\frac{N}{2} + 1\right) \dots (N - 1) \end{cases}, \quad (1.6)$$

де $\text{Re}(k)$, $\text{Im}(k)$ – відповідно дійсна та уявна частини k -го комплексного частотного відліку спектра сигналу (як результату прямого ДПФ),

X_k, ω_k, φ_k – відповідно амплітуда, кругова частота та початкова фаза k -го частотного відліку спектра сигналу;

t_0 – момент часу початку дискретизації сигналу.

Слід зазначити, що кількість часових (дискретних та цифрових) і частотних відліків сигналу однакова та становить число N .

Визначення амплітуд та фаз спектральних складових (за отриманими частотними відліками) сигналу здійснюється, як відомо [1], у загальному випадку (сигнал є комплексним) за виразами:

$$A_{\text{Re}}(k) = \sqrt{\text{Re}^2(k) + \text{Im}^2(k)} + \sqrt{\text{Re}^2(N-k) + \text{Im}^2(N-k)}; \quad (1.7)$$

$$\varphi_{\text{Re}}(k) = \arctg\left(\frac{\text{Im}(k) - \text{Im}(N-k)}{\text{Re}(k) + \text{Re}(N-k)}\right); \quad (1.8)$$

$$A_{\text{Im}}(k) = \sqrt{\text{Re}^2(k) + \text{Im}^2(k)} - \sqrt{\text{Re}^2(N-k) + \text{Im}^2(N-k)}; \quad (1.9)$$

$$\varphi_{\text{Im}}(k) = \arctg\left[\frac{\text{Re}(N-k) - \text{Re}(k)}{\text{Im}(k) + \text{Im}(N-k)}\right], \quad (1.10)$$

де $A_{\text{Re}}(k), \varphi_{\text{Re}}(k)$ – відповідно амплітуда та фаза дійсної частини k -го комплексного частотного відліку $\text{Re}(k) + \text{Im}(k)$,

$A_{\text{Im}}(k), \varphi_{\text{Im}}(k)$ – відповідно амплітуда та фаза уявної частини k -го комплексного частотного відліку $\text{Re}(k) + \text{Im}(k)$.

Трансформування спектра після прямого ДПФ, як буде показано нижче, для кожного методу має свій алгоритм.

Над комплексним трансформованим спектром виконується обернене ДПФ у загальному випадку згідно з виразом:

$$\dot{x}_s(n) = \sum_{k=0}^{N-1} \dot{x}_s(k) \cdot \dot{w}^{-1}(n, k), \quad (1.11)$$

де $\dot{x}_s(n)$ – комплексний n -й часовий відлік сигналу після оберненого ДПФ;

$\dot{x}_s(k)$ – комплексний k -й частотний відлік трансформованого спектра сигналу перед оберненим ДПФ;

$\dot{w}^{-1}(n, k)$ – комплексний k -й повертаючий множник оберненого ДПФ для n -го часового відліку сигналу, причому

$$\dot{w}^{-1}(n, k) = \exp\left(j \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot k \cdot n}{N}\right) = \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot k \cdot n}{N}\right) + j \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot k \cdot n}{N}\right).$$

Вираз (1.11) дозволяє у загальному вигляді представити аналоговий сигнал з заданими характеристиками після застосування різних алгоритмів трансформування.

2. Формування квадратурних складових сигналу

Формування відліків квадратурних складових сигналу на основі використання прямого та оберненого ДПФ з проміжним трансформуванням спектра полягає в тому, що трансформуванню підлягає комплексний спектр з N частотними відліками, дійсна та уявна частини яких описується виразами (1.5) та (1.6), шляхом помноження вказаних відліків на такі відліки функції трансформування:

$$S(k) = \frac{\text{Re}(k) + \text{Im}(k)}{\sqrt{\text{Re}^2(k) + \text{Im}^2(k)}} \text{ для } k = 0 \dots (N-1). \quad (2.1)$$

Підставивши (1.5) та (1.6) в (2.1), отримуємо функцію трансформування:

$$S(\omega_k) = \begin{cases} \cos(\omega_k t_0 + \varphi_k) + \sin(\omega_k t_0 + \varphi_k) & \text{для } k = 0 \dots \frac{N}{2} \\ \cos(\omega_k t_0 + \varphi_k) - \sin(\omega_k t_0 + \varphi_k) & \text{для } k = \left(\frac{N}{2} + 1\right) \dots (N-1) \end{cases} \quad (2.2)$$

Відліки дійсної та уявної частин трансформованого спектра з врахуванням (1.5), (1.6) та (2.2) відповідають виразам:

$$\text{Re}_s(k) = \frac{X_k}{2} \cos(\omega_k t_0 + \varphi_k) \begin{cases} \cos(\omega_k t_0 + \varphi_k) + \sin(\omega_k t_0 + \varphi_k) & \text{для } k = 0 \dots \frac{N}{2} \\ \cos(\omega_k t_0 + \varphi_k) - \sin(\omega_k t_0 + \varphi_k) & \text{для } k = \left(\frac{N}{2} + 1\right) \dots (N-1) \end{cases}; \quad (2.3)$$

$$\text{Im}_s(k) = \frac{X_k}{2} \sin(\omega_k t_0 + \varphi_k) \begin{cases} \cos(\omega_k t_0 + \varphi_k) + \sin(\omega_k t_0 + \varphi_k) & \text{для } k = 0 \dots \frac{N}{2} \\ -\cos(\omega_k t_0 + \varphi_k) + \sin(\omega_k t_0 + \varphi_k) & \text{для } k = \left(\frac{N}{2} + 1\right) \dots (N-1) \end{cases}, \quad (2.4)$$

і є вхідними для оберненого ДПФ.

Після підстановки (2.3) та (2.4) в (1.7)–(1.10) отримуємо:

$$A_{\text{Re}}(k) = X(k) \cdot \cos(\omega_k \cdot t_0 + \varphi_k); \quad (2.5)$$

$$\varphi_{\text{Re}}(k) = \omega_k \cdot t_0 + \varphi_k; \quad (2.6)$$

$$A_{\text{Im}}(k) = X(k) \cdot \sin(\omega_k \cdot t_0 + \varphi_k); \quad (2.7)$$

$$\varphi_{\text{Im}}(k) = \omega_k \cdot t_0 + \varphi_k - \frac{\pi}{2}. \quad (2.8)$$

Звідки результатами оберненого ДПФ будуть відліки комплексного сигналу, який має вигляд:

$$\dot{x}_s(n) = \text{Re}_s(n) + j \text{Im}_s(n); \quad (2.9)$$

причому

$$\text{Re}_s(n) = \sum_{k=0}^{N-1} X_k \cos(\omega_k t_0 + \varphi_k) \cdot \cos(\omega_k t + \omega_k t_0 + \varphi_k); \quad (2.10)$$

$$\text{Im}_s(n) = \sum_{k=0}^{N-1} X_k \sin(\omega_k t_0 + \varphi_k) \cdot \sin(\omega_k t + \omega_k t_0 + \varphi_k), \quad (2.11)$$

де $\dot{x}_s(n)$ – n -й часовий відлік комплексного сигналу після оберненого ДПФ трансформованого спектра;

$\text{Re}_s(n), \text{Im}_s(n)$ – n -і часові відліки відповідно дійсної та уявної частин комплексного сигналу після оберненого ДПФ трансформованого спектра.

Порівняння відліків вхідного сигналу перед прямим ДПФ з відліками дійсної та уявної частин сигналу після оберненого ДПФ трансформованого спектра показує, що дійсна та умовна частини утвореного комплексного сигналу є квадратурними складовими вхідного сигналу, тобто

$$x_{\cos}(t) = \sum_{k=0}^{N-1} X_k \cos(\psi_k) \cdot \cos(\omega_k t + \psi_k); \quad (2.12)$$

$$x_{\sin}(t) = \sum_{k=0}^{N-1} X_k \sin(\psi_k) \cdot \sin(\omega_k t + \psi_k), \quad (2.13)$$

де $x_{\cos}(t), x_{\sin}(t)$ – відповідно косинусна та синусна складові вхідного сигналу;

$\omega_k t + \psi_k$ – фіксоване значення фази k -ї частотної складової в момент часу початку дискретизації $t = t_0$.

Таким чином, запропонований метод формування відліків квадратурних складових сигналу на основі використання прямого та оберненого ДПФ з проміжним трансформуванням спектра містить наступні процедури:

- АЦП сигналу (1.1) шляхом дискретизації (1.2) та квантування (1.3);
- за вхідний для прямого БПФ приймається цифровий дійсний сигнал після АЦП (1.3);
- пряме ДПФ (1.4) цифрового сигналу (1.3);
- трансформування спектра шляхом помноження його відліків (1.5) та (1.6) на значення функції трансформування (2.1);
- обернене ДПФ (1.11) трансформованого спектра;
- відбір дійсної (2.10) та уявної (2.11) частин утвореного комплексного сигналу (2.9) як квадратурних складових (2.12) та (2.13) вхідного сигналу.

Застосування такого методу дозволяє забезпечити високоточне формування квадратурних складових реальних сигналів з довільною шириною спектра [7], [8].

3. Зсув фази періодичного сигналу на заданий кут

Зсув фази дійсного періодичного сигналу на заданий кут A на основі використання прямого та оберненого ДПФ з проміжним трансформуванням спектра полягає в тому, що на процедуру прямого ДПФ подаються відліки комплексного сигналу, дійсна та уявна частини якого отримані шляхом помноження відліків дійсного сигналу (1.3) на $\cos A$ та на $\sin A$ відповідно.

Після помноження утворюються дві послідовності відліків сигналів:

$$x(t) \cdot \cos A = \cos A \cdot \sum_{i=0}^{I-1} X_i \cdot \cos(\omega_i \cdot t + \varphi_i); \quad (3.1)$$

$$x(t) \cdot \sin A = \sin A \cdot \sum_{i=0}^{I-1} X_i \cdot \cos(\omega_i \cdot t + \varphi_i). \quad (3.2)$$

Слід зауважити, що якщо $A = \pi/2$, то послідовність відліків сигналу (3.1) буде нульовою, а послідовність відліків сигналу (3.2) буде ідентичною вхідній послідовності (1.3).

Створений комплексний сигнал:

$$\dot{x}(t) = x(t) \cdot \cos A + jx(t) \cdot \sin A, \quad (3.3)$$

з комплексними часовими відліками (3.4):

$$\dot{x}(n) = x(n) \cdot \cos(A) + jx(n) \cdot \sin(A), \quad (3.4)$$

після прямого ДПФ дає N частотних відліків комплексного спектра, причому дійсна та уявна частини його описуються такими виразами відповідно:

$$\operatorname{Re}(k) = \begin{cases} \frac{X_k}{2} \sin(\omega_k t_0 + \varphi_k + A) & \text{для } k = 0 \dots \frac{N}{2} \\ \frac{X_k}{2} \sin(\omega_k t_0 + \varphi_k - A) & \text{для } k = \left(\frac{N}{2} + 1\right) \dots (N-1) \end{cases}; \quad (3.5)$$

$$\operatorname{Im}(k) = \begin{cases} \frac{X_k}{2} \cos(\omega_k t_0 + \varphi_k + A) & \text{для } k = 0 \dots \frac{N}{2} \\ \frac{X_k}{2} \cos(\omega_k t_0 + \varphi_k - A) & \text{для } k = \left(\frac{N}{2} + 1\right) \dots (N-1) \end{cases}. \quad (3.6)$$

Трансформування спектра з частотними відліками (3.5) та (3.6) полягає в помноженні вказаних відліків на таку функцію трансформування:

$$S(\omega_k) = \begin{cases} 2 & \text{для } k = 0 \dots \frac{N}{2} \\ 0 & \text{для } k = \left(\frac{N}{2} + 1\right) \dots (N-1) \end{cases} \quad (3.7)$$

При цьому утворюється комплексний трансформований спектр, дійсна та уявна частини якого мають такі відліки відповідно:

$$\operatorname{Re}_s(k) = \begin{cases} X_k \cos(\omega_k t_0 + \varphi_k + A) & \text{для } k = 0 \dots \frac{N}{2}; \\ 0 & \text{для } k = \left(\frac{N}{2} + 1\right) \dots (N-1) \end{cases}; \quad (3.8)$$

$$\operatorname{Im}_s(k) = \begin{cases} X_k \sin(\omega_k t_0 + \varphi_k + A) & \text{для } k = 0 \dots \frac{N}{2}; \\ 0 & \text{для } k = \left(\frac{N}{2} + 1\right) \dots (N-1) \end{cases}. \quad (3.9)$$

Завершенням операції зсуву фази є обернене ДПФ комплексного трансформованого спектра з частотними відліками (3.8) та (3.9), який є нульовим в області від'ємних частот та відповідає аналітичному сигналу:

$$\dot{x}_s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} X_k \cos(\omega_k t + \psi_k + A) + j \sum_{k=0}^{N-1} X_k \sin(\omega_k t + \psi_k + A), \quad (3.10)$$

де $\psi_k = \omega_k t + \varphi_k$ – фіксоване значення фази k -ї частотної складової в момент часу початку дискретизації $t = t_0$.

Отже, результатом оберненого ДПФ комплексного трансформованого спектра є N часових відліків комплексного сигналу (3.10), дійсна частина якого – це сигнал з фазою, зсунутою на кут A по відношенню до сигналу (1.1).

Розглянутий метод може бути використаний не тільки для зсуву фази дійсного сигналу, а й для аналітичного. При цьому дійсна частина вхідного аналітичного сигналу приймається за вхідний дійсний сигнал, а результат оберненого ДПФ і буде аналітичним сигналом з фазою, зсунутою на кут A по відношенню до вхідного аналітичного.

Таким чином, запропонований метод зсуву фази дійсного періодичного сигналу на заданий кут на основі використання прямого та оберненого ДПФ з проміжним трансформуванням спектра містить наступні процедури:

- АЦП сигналу (1.1) шляхом дискретизації (1.2) та квантування (1.3);
- за вхідний для прямого ДПФ береться цифровий комплексний сигнал (3.4), дійсна та уявна частини якого отримані шляхом помноження відліків цифрового дійсного сигналу (1.3) на $\cos A$ та на $\sin A$ відповідно цифровий сигнал (3.4) шляхом множення;
- пряме ДПФ (1.4) цифрового сигналу (1.3);
- трансформування спектра помноженням його відліків (3.5) та (3.6) на значення функції трансформування (3.7);
- обернене ДПФ (1.11) трансформованого спектра;
- відбір дійсної частини отриманого комплексного сигналу (3.10) як сигналу з фазою, зсунутою на заданий кут.

Застосування такого методу дозволяє забезпечити високоточний зсув фази сигналів з довільною шириною спектра [12], [13].

4. Формування аналітичного сигналу

Формування відліків аналітичного сигналу на основі використання прямого та оберненого ДПФ з проміжним трансформуванням спектра полягає в тому, що трансформуванню підлягає комплексний спектр з N частотними відліками, дійсна та уявна частини яких описуються виразами (1.5) та (1.6), шляхом помноження вказаних відліків на відліки функції трансформування (3.7).

При цьому утворюється комплексний трансформований спектр, дійсна та уявна частини якого мають такі частотні відліки відповідно:

$$\operatorname{Re}_s(k) = \begin{cases} X_k \cos(\omega_k t_0 + \varphi_k) & \text{для } k = 0 \dots \frac{N}{2}; \\ 0 & \text{для } k = \left(\frac{N}{2} + 1\right) \dots (N-1) \end{cases}; \quad (4.1)$$

$$\text{Im}_s(k) = \begin{cases} X_k \sin(\omega_k t_0 + \varphi_k) & \text{для } k = 0 \dots \frac{N}{2} \\ 0 & \text{для } k = \left(\frac{N}{2} + 1\right) \dots (N-1) \end{cases} \quad (4.2)$$

Результатом оберненого ДПФ комплексного трансформованого спектра з частотними відліками (4.1) та (4.2) є N комплексних часових відліків аналітичного сигналу (4.3):

$$\dot{x}_s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} X_k \cos(\omega_k t + \psi_k) + j \sum_{k=0}^{N-1} X_k \sin(\omega_k t + \psi_k), \quad (4.3)$$

де $\psi_k = \omega_k t + \varphi_k$ – фіксоване значення фази k -ї частотної складової в момент часу початку дискретизації $t = t_0$.

Запропонований метод формування відліків аналітичного сигналу на основі використання прямого та оберненого ДПФ з проміжним трансформуванням спектра містить наступні процедури:

- АЦП сигналу (1.1) шляхом дискретизації (1.2) та квантування (1.3);
- за вхідний для прямого БПФ приймається цифровий дійсний сигнал після АЦП (1.3);
- пряме ДПФ (1.4) цифрового сигналу (1.3);
- трансформування спектра шляхом помноження його відліків (1.5) та (1.6) на значення функції трансформування (3.7);
- обернене ДПФ (1.11) трансформованого спектра;
- відбір утвореного комплексного сигналу (4.3) як аналітичного.

Застосування такого методу дозволяє забезпечити високоточне формування аналітичного сигналу з довільною шириною спектра [14].

5. Децимація та інтерполяція сигналу

Децимація та інтерполяція сигналу на основі використання прямого та оберненого ДПФ з проміжним трансформуванням спектра полягає в тому, що трансформуванню підлягає комплексний спектр з N частотними відліками, дійсна та уявна частини яких описуються виразами (1.5) та (1.6), шляхом розширення спектра в q разів за рахунок додавання між $(N/2)$ -м та $(N/2 + 1)$ -м частотними відліками Q нульових відліків. Це аналогічно збільшенню частоти дискретизації сигналу в q разів [1]. При цьому число q є мінімально можливим цілим числом, добуток якого на нецілий коефіцієнт децимації F також є цілим числом D , тобто $q \cdot F = D$. Величини Q та q пов'язані між собою наступним виразом: $Q = N \cdot (q - 1)$.

Процедура оберненого ДПФ здійснюється над збільшеною послідовністю з загальною кількістю частотних відліків $N_D = q \cdot N = N + Q$. В результаті цього утворюється послідовність з N_D часових відліків, яка, на відміну від вхідної, надмірна не в F , а в ціле число $D = q \cdot F$ разів.

Із отриманої після оберненого ДПФ часової послідовності відбирають відліки з номерами $(nD + 1)$, де $n = 0 \dots E_n[N_{SD}]$, а $E_n[N_{SD}]$ – ціла частина числа $N_{SD} = (N_D - 1) / D$, яка показує, скільки відліків, без врахування першого, залишаться після децимації. Результатом є вхідна послідовність часових відліків, проріджена в F разів, з кількістю відліків $N_S = 1 + E_n[N_{SD}]$.

Далі слід зазначити, що при $0 \leq F \leq 1$ частота дискретизації збільшується в $1/F$ разів. У цьому випадку маємо справу з інтерполяцією сигналу, що дає право вважати сферами застосування розробленого алгоритму як задачі децимації, так і задачі інтерполяції сигналу.

Запропонований алгоритм зменшує частоту дискретизації f_D в F разів, а фази ψ_d залишає без змін. При необхідності, якщо замість відліків $(nD + 1)$ відбирати відліки $(nD + 1 + d)$, де $d = 0, 1, 2, \dots$ то вказані фази кожної k -ї частотної складової збільшаться на величину

$$\left(\omega_k \cdot \frac{d}{f_d} \cdot q \right).$$

Запропонований метод децимації та інтерполяції сигналу на основі використання прямого та оберненого ДПФ з проміжним трансформуванням спектра містить наступні процедури:

- АЦП сигналу (1.1) шляхом дискретизації (1.2) та квантування (1.3);
- за вхідний для прямого БПФ приймається цифровий дійсний сигнал після АЦП (1.3);
- пряме ДПФ (1.4) цифрового сигналу (1.3);
- трансформування спектра розширенням його в q разів за рахунок додавання між $(N/2)$ -м та $(N/2 + 1)$ -м частотними відліками Q нульових відліків;
- обернене ДПФ (1.11) трансформованого спектра;
- відбір відліків з номерами $(nD + 1)$ як відліків прорідженої (нарощеної) послідовності часових відліків вхідного сигналу.

Застосування такого методу дозволяє забезпечити високоточну децимацію (інтерполяцію) сигналу з довільною шириною спектра, при цьому коефіцієнт децимації (інтерполяції) може бути як цілим, так і нецілим раціональним додатним числом [18], [19].

6. Формування сигналу з однією боковою смугою

Формування відліків сигналу з однією боковою смугою на основі використання прямого та оберненого ДПФ з проміжним трансформуванням спектра полягає в тому, що трансформуванню підлягає комплексний спектр з N частотними відліками, дійсна та уявна частини яких описуються виразами (1.5) та (1.6), шляхом помноження вказаних відліків на такі відліки функції трансформування:

$$S(\omega_k) = \begin{cases} 0 & \text{для } k = k_{ли} \dots k_{ле} \\ 1 & \text{для } k = k_{ни} \dots k_{не} \end{cases}, \quad (6.1)$$

де $k_{ли}, k_{ле}$ — номери відповідно нижньої та верхньої меж лівої бокової смуги частотних відліків;

$k_{ни} \dots k_{не}$ — номери відповідно нижньої та верхньої меж правої бокової смуги частотних відліків.

Якщо потрібно виділити не праву, а ліву смугу, то відліки функції трансформування мають такий вигляд:

$$S(\omega_k) = \begin{cases} 1 & \text{для } k = k_{ли} \dots k_{ле} \\ 0 & \text{для } k = k_{ни} \dots k_{не} \end{cases}. \quad (6.2)$$

Сигнал після оберненого ДПФ трансформованого спектра буде мати одну бокову смугу.

Запропонований метод формування відліків сигналу з однією боковою смугою на основі використання прямого та оберненого ДПФ з проміжним трансформуванням спектра містить наступні процедури:

- АЦП сигналу (1.1) шляхом дискретизації (1.2) та квантування (1.3);
- за вхідний для прямого БПФ приймається цифровий дійсний сигнал після АЦП (1.3);
- пряме ДПФ (1.4) цифрового сигналу (1.3);
- трансформування спектра помноженням його відліків (1.5) та (1.6) на значення функції трансформування (6.1) або (6.2);
- обернене ДПФ (1.11) трансформованого спектра;
- відбір дійсної частини отриманого комплексного сигналу як сигналу з однією боковою смугою.

Застосування такого методу дозволяє забезпечити високоточне формування сигналу з однією боковою смугою з довільною шириною спектра.

7. Висновки

Запропоновані методи формування відліків квадратурних складових сигналу, зсуву фази дійсного періодичного сигналу на заданий кут, формування аналітичного сигналу, децимації та інтерполяції сигналу, формування сигналу з однією боковою смугою на основі використання

прямого та оберненого ДПФ з проміжним трансформуванням спектра містять наступні процедури:

- АЦП сигналу (1.1) шляхом дискретизації (1.2) та квантування (1.3);
- за вхідний для прямого БПФ приймається або цифровий дійсний сигнал після АЦП (1.3), або сформований (для зсуву фази) цифровий комплексний сигнал (3.4);
- пряме ДПФ (1.4) або цифрового сигналу (1.3), або для зсуву фази (3.4);
- трансформування спектра або помноженням його відліків (1.5) та (1.6) на значення для кожного методу відповідної функції трансформування, або розширенням його (для децимації та інтерполяції) додаванням нульових відліків;
- обернене ДПФ (1.11) трансформованого спектра;
- відбір дійсної та (або) уявної частини отриманого комплексного сигналу або відбір їх певних відліків (для децимації та інтерполяції) як сигналу з заданими частотними параметрами.

Застосування таких методів дозволяє забезпечити високоточне виконання розглянутих операцій ЦОС при довільній ширині спектра.

Окрім того, застосовуючи спеціально створені алгоритми трансформування спектра, отриманого після прямого ДПФ, можна формувати сигнали з будь-якими заданими частотними параметрами.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов: Пер. с англ. / Под ред. Ю. Н. Александрова. - М.: Мир, 1978. - 848 с.
2. Гольденберг Л.М. и др. Цифровая обработка сигналов: Справочник / Л.М. Гольденберг, Б.Д. Матюшкин, М.Н. Поляк. - М.: Радио и связь, 1985. - 312 с.
3. Хэррис Ф.Дж. Использование окон при гармоническом анализе методом дискретного преобразования Фурье // ТИИЭР. - 1978. - Т. 66. - № 1. - С. 60-96.
4. Вдовин С.Е. и др. Разрешающая способность по частоте цифровых анализаторов спектра. / С.Е. Вдовин, В.Н. Волянчук, И.Н. Зибров, В.Т. Ковальчук, П.М. Повидайко // Радиотехника. - 1990. - № 1. - С. 41-44.
5. Зарубинский М.В., Побережский Е.С. Формирование отсчетов квадратурных составляющих в цифровых радиоприемных устройствах // Радиотехника. - 1986. - № 1. - С. 53-63.
6. Жодзишский М.И., Сила-Новицкий С.Ю. Цифровые приемники широкополосных радиосигналов // Радиотехника. - 1988. - № 3. - С. 7-12.
7. Вдовин С.Е. и др. Способ формирования отсчетов квадратурных составляющих / С.Е. Вдовин, В.Н. Волянчук, В.Т. Ковальчук, П.М. Повидайко // Тезисы докладов научно-технической конференции "Применение вычислительной техники и математических методов в научных исследованиях" в г. Севастополе. - Севастополь, 1990. - С. 169-170.
8. Ковальчук В.Т., Повидайко П.М. Формування відліків квадратурних складових сигналів // Вісник Житомирського інженерно-технологічного інституту. - 1998. - Вип. 7. - С. 202-204.
9. Побережский Е.С. Цифровые радиоприемные устройства. - М.: Радио и связь, 1987. - 184 с.
10. Шульц Ю. Электроизмерительная техника: 1000 понятий для практиков: Справочник: Пер. с нем. - М.: Энергоатомиздат, 1989. - 288 с.: ил.
11. Попов Д.И. Анализ характеристик обнаружения цифровых систем между периодической обработки // Радиотехника. - 1988. - № 12.
12. Ковальчук В.Т., Повидайко П.М. Способ цифрового фазовращения периодического сигнала // Тези докладів науково-технічної конференції "Фундаментальні та прикладні проблеми космічних досліджень" в м. Житомирі. - Житомир, 1993. - С. 158-159.
13. Ковальчук В.Т., Повидайко П.М. Метод цифрового зсуву фази періодичного сигналу на заданий кут // Вісник Житомирського інженерно-технологічного інституту. - 1996. - Вип. 3. - С. 127-128.

14. *Вдовин С.Е.* и др. Способ формирования отсчетов аналитического сигнала // С.Е. Вдовин, В.Н. Волынчук, В.Т. Ковальчук, П.М. Повидайко // Тезисы докладов научно-технической конференции "Применение вычислительной техники и математических методов в научных исследованиях" в г. Севастополе. – Севастополь, 1990. – С. 188–189.
15. *Романенко В.Д., Игнатенко Б.В.* Адаптивное управление технологическими процессами на базе микроЭВМ: Учебное пособие. – К.: Вища школа, 1990. – 334 с.
16. *Крошьер Р., Рабинер Л.* Интерполяция и децимация цифровых сигналов: Методический обзор // ТИИЭР, 1981. – Т. 69, № 3. – С. 14–49.
17. *Гольденберг Л.М.* и др. Цифровая обработка сигналов: Учеб. пособие для вузов / Л.М. Гольденберг, Б.Д. Матюшкин, М.Н. Поляк. – 2-изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1990. – 256 с.: ил.
18. *Ковальчук В.Т., Повидайко П.М.* Компрессия частоты дискретизации с нецелым коэффициентом децимации // Тезисы докладов республиканской научно-технической конференции "Применение вычислительной техники и математических методов в научных и экономических исследованиях" в г. Шацке 10–14 сентября 1991 г. – Киев, 1991. – С. 57.
19. *Ковальчук В.Т., Повидайко П.М.* Метод компресії частоти дискретизації з нецілим коефіцієнтом децимації // Контроль і управління в складних системах (КУСС-99). – Матеріали п'ятої міжнародної науково-технічної конференції в м. Вінниця 3–5 лютого 1999 р. – Вінниця: "УНІВЕРСУМ Вінниця", 1999. – Том 2. – С. 57–59.

КОВАЛЬЧУК Валерій Тадеушович – здобувач кафедри АУТС Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

– дослідження в галузі цифрової обробки сигналів.

ПОВІДАЙКО Петро Михайлович – кандидат технічних наук, професор кафедри АУТС Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

– дослідження в галузі цифрової обробки сигналів.

Подано 16.09.2004