

ІНФОРМАТИКА, ОБЧИСЛЮВАЛЬНА ТЕХНІКА  
ТА АВТОМАТИЗАЦІЯ

УДК 681.3

В.Л. Баранов, д.т.н., проф.  
С.В. Водоп'ян, к.т.н.  
П.М. Піонтківський, ад'юнкт  
Д.В. П'яковський, к.т.н., доц.

*Житомирський військовий інститут радіоелектроніки ім. С.П. Корольова*

**МЕТОДИКА ОПТИМІЗАЦІЇ ПАРАМЕТРІВ ФІЛЬТРА  
ЧЕРЕЗПЕРІОДНОГО КОМПЕНСУВАННЯ НА ОСНОВІ ІНТЕГРАЛУ ПАРСЕВАЛЯ  
В УМОВАХ ДІЇ КОРЕЛЬОВАНОЇ ЗАВАДИ**

*У роботі запропоновано методику вибору оптимальних коефіцієнтів фільтра черезперіодного компенсування в умовах дії пасивної завади на основі дискретного аналога інтегралу Парсеваля. Показана еквівалентність результатів нової методики та раніше розроблених. У порівнянні з відомими, нова методика може бути застосована для кореляційних функцій та фільтрів з більш високою структурною складністю.*

**Актуальність задачі.** Космічні системи дистанційного зондування Землі в сучасних умовах забезпечують виконання широкого спектра прикладних задач. Обробка сигналів у таких системах має ряд особливостей: потужність корисного сигналу може знаходитися на межі чутливості приймачів; потужність сумарного сигналу від фону може перевищувати сигнал від об'єктів спостереження; космічний апарат знаходиться над об'єктом спостереження протягом короткого проміжку часу; на якість спостереження впливають зовнішні фактори, такі як: час доби, метеорологічна обстановка, розміщення району спостереження відносно траєкторії польоту космічного апарата [1], [2].

Особливо чутливий вплив недостатньої потужності сигналів на якість зображень спостерігається в сканерах з високою розрізнявальною здатністю. Одним із шляхів вирішення даної задачі є метод накопичення корисного сигналу. Наприклад, на космічному апараті (КА) дистанційного зондування Землі "ERS" реалізовано режим, що дозволяє при прольоті над районом спостереження розкручувати КА відносно центра мас в напрямі, що протилежний руху КА. В результаті цього сканування вздовж траси району спостереження відбувається з меншою, ніж звичайно, кутковою швидкістю, завдяки чому тривалість накопичення зростає. Накопичений таким чином сигнал має кращі енергетичні характеристики, але він містить і пасивну заваду – сигнал від фону. При його обробці хороші результати дає використання фільтрів, що реалізують алгоритми черезперіодного компенсування (ЧПК).

**Аналіз досліджень, що проводилися за тематикою черезперіодної обробки зображень.** Реальний сигнал фону відмінний від білого шуму і певним чином корельований, а значить при накопиченні корисного сигналу накопичується і завада. За таких умов класичного накопичення сигналу недостатньо, необхідно застосовувати сумарно-різницеву обробку. Однією з відомих моделей процесу черезперіодної обробки є гребінчасті фільтри [3], а для вибору оптимальних коефіцієнтів фільтрації застосовують метод рекурентних сум.

У публікації [7] показано, що точно отримати оптимальні значення коефіцієнтів фільтра ЧПК для пасивної завади з кореляційною функцією, більш складною у порівнянні з експоненціальною, неможливо, тому що суми рекурентного ряду не сходяться.

**Постановка завдання.** Необхідно розробити методику аналізу алгоритмів черезперіодного компенсування для фільтрації корельованої пасивної завади на основі інтегралу Парсеваля. Проаналізувати можливість застосування такого підходу для фільтрації корельованих завод складними фільтрами.

**Матеріали дослідження.** Для аналізу усталених випадкових процесів у системах з постійними параметрами достатньо визначити значення дисперсії на виході системи обробки сигналу (рис. 1, а). У даному випадку обробку сигналу проводить фільтр черезперіодного компенсування, на вхід якого надходить корельована завада.

Застосуємо методику формуючого фільтра [6] для отримання моделі корельованої завади та приведемо схему рис. 1, а до вигляду рис. 1, б. На рис. 1, б позначено через  $x_0(n)$  випадковий процес – білий шум з одиничною інтенсивністю;  $K_{\phi\phi}(z)$  – передаточна функція формуючого фільтра, який здійснює перетворення білого шуму  $x_0(n)$  у корельований вхідний шум  $x(n)$ ;  $K_c(z)$  – передаточна функція фільтра черезперіодного компенсування;  $y(n)$  – значення сигналу на виході системи.

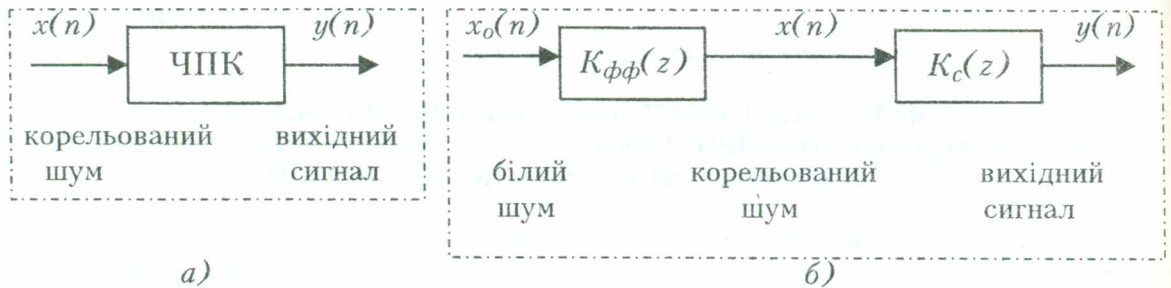


Рис. 1

Вхідний вплив –  $x_0(n)$  білий шум, кореляційна функція якого визначається наступним чином:  $R_x(m-l) = D_{x1}\sigma(m-l)$ , де  $D_x$  – дисперсія процесу  $x(n)$ ;  $D_{x1}$  – дисперсія процесу  $x_0(n)$ , а  $\sigma$  визначається формулою:

$$\sigma(m-l) = \begin{cases} 1, m = l \\ 0, m \neq l \end{cases} \quad (1)$$

Використовуючи дискретний аналог формули Парсеваля [5], можна оцінити дисперсію сигналу на виході системи:

$$D_y = D_x \cdot I^* = D_x \oint_{|z|=1} K_{\phi\phi c}(z) \cdot K_{\phi\phi c}(z^{-1}) z^{-1} dz \quad (2)$$

де  $I^*$  – квадратична інтегральна оцінка функції ваги.

Для порівняння різних фільтрів користуються коефіцієнтом проходження завади [3], [4], який визначається як відношення дисперсії сигналу на виході –  $D_y$  до дисперсії сигналу на вході системи –  $D_x$ :

$$K_{\Pi} = \frac{D_y}{D_x} \quad (3)$$

Інтеграл в (2) зручно знаходити, користуючись білінійним перетворенням. Провівши заміну  $z = (1+v)/(1-v)$ , отримуємо:

$$I^* = \frac{1}{\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \frac{K(v)K(-v)}{(1+v)(1-v)} dv \quad (4)$$

Ввівши позначення  $K(v)/(1+v) = \psi(v)$ ,  $K(v)/(1-v) = \psi(v)$ , запишемо формулу для квадратичної інтегральної оцінки функції ваги:

$$I^* = 2 \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \psi(v)\psi(-v) dv = 2I \quad (5)$$

де  $I$  – табличний інтеграл Парсеваля.

Отже, дисперсія на виході системи знаходиться за формулою:

$$D_y = D_x \cdot 2I \quad (6)$$

від якої легко перейти до коефіцієнта проходження завади (3).

Таким чином, методика вибору оптимальних коефіцієнтів фільтра черезперіодного компенсування в умовах дії пасивної корельованої завади на основі дискретного аналога інтегралу Парсеваля складається з наступних кроків:

1. Визначається передаточна функція фільтра ЧПК –  $K_c(z)$ .
2. Використовуючи білінійне перетворення, проводиться перехід від  $K_c(z)$  до  $K_c(v)$  за допомогою заміни у передаточних функціях  $z$  на вираз  $(1+v)/(1-v)$ .
3. Складається вираз для  $\psi(\pm v) = K(\pm v)/(1 \pm v)$ .
4. Знайшовши  $\psi(\pm v)$ , за допомогою табличного інтегралу Парсеваля  $I$ , знаходиться значення дисперсії на виході системи.
5. Визначається формула для коефіцієнта проходження завади  $K_{\Pi}$ , невідомими в якій є значення коефіцієнтів фільтра ЧПК  $\alpha$  та  $\beta$ .
6. Знаходяться такі оптимальні значення  $\alpha$  та  $\beta$ , при яких коефіцієнт проходження завади  $K_{\Pi}$  мінімальний.

Для отримання кореляційної функції експоненціального виду дискретний формуючий фільтр разом з ланцюгом врахування теплових шумів матиме вигляд, зображений на рис. 2 [6], де  $r_{ш}$  – коефіцієнт, що враховує інтенсивність внутрішніх теплових шумів.

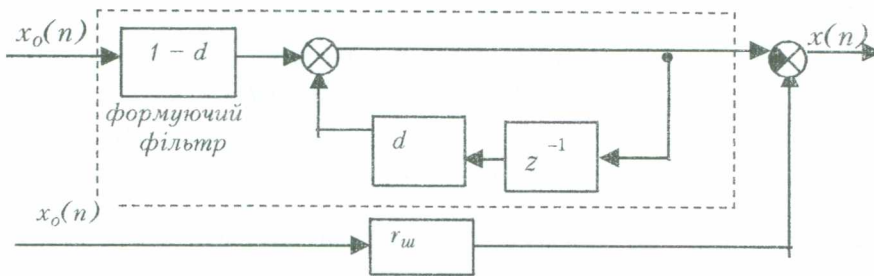


Рис. 2

Дискретні передаточні функції формуючого фільтра та ланцюга врахування внутрішніх шумів визначаються наступними формулами:

$$K_{\text{фф}}(z) = \frac{1-d}{1-dz^{-1}}, \tag{7}$$

$$K_e(z) = r_{ш}, \tag{8}$$

де  $d = e^{-\frac{T}{T_f}}$ ;  $T$  – період дискретизації сигналу;  $T_f$  – постійна часу формуючого фільтра.

Проаналізуємо проходження завади через фільтр черезперіодного компенсування, структурна схема якого представлена на рис. 3, якщо пасивна завада має кореляційну функцію експоненціального виду.

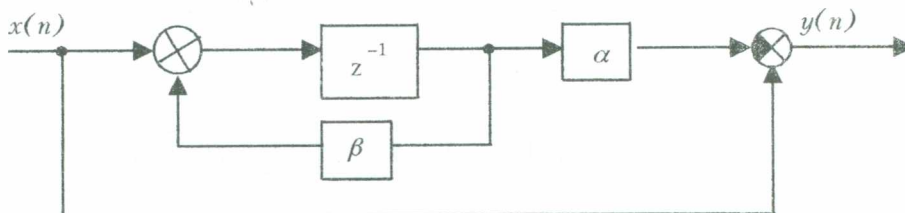


Рис. 3

Для схеми фільтра ЧПК на рис. 3 передаточна функція матиме наступний вигляд:

$$K_c(z) = \frac{1 - \alpha z^{-1} - \beta z^{-1}}{1 - \beta z^{-1}}. \tag{9}$$

Згідно з (3) знайдемо  $D_x$ , як суму дисперсій на виході формуючого фільтра та ланцюга врахування внутрішніх шумів. Маючи їх передаточні функції – (7) та (8), скористаємося методикою (4), (5), (6) та табличними виразами для інтегралу Парсеваля [5]. Тоді  $D_x$  матиме вираз:

$$D_x = \frac{D_{x1}(1 - d + r^2_{ш} + r^2_{ш}d)}{1 + d} \quad (10)$$

Аналогічно  $D_y$  знайдемо як суму дисперсій на виході фільтра ЧПК, у випадку проходження через нього сигналів з виходів формуючого фільтра та ланцюга врахування внутрішніх шумів. Вираз для  $D_y$  матиме наступний вигляд:

$$D_y = - \frac{D_{x1}(1 + a^2 - \beta^2)}{-1 + \beta^2} - \frac{D_{x1}(1 - \beta d + a^2 - \beta^2 - 2ad + \beta^3 d + a^2 \beta d + 2a\beta^2 d)(-1 + d)}{(1 + d)(-1 + \beta d)(-1 + \beta^2)} \quad (11)$$

Маючи значення дисперсії на виході фільтра ЧПК та на його вході, можна визначити коефіцієнт проходження завади:

$$K_{\Pi} = \frac{D_y}{D_x} = \frac{-r^2_{ш}(1 + a^2 - \beta^2)(1 + d)(-1 + \beta d)}{(-1 + \beta^2)^2(1 - d + r^2_{ш} + r^2_{ш}d)(-1 + \beta d)} - \frac{(1 - \beta d + a^2 - \beta^2 - 2ad + \beta^3 d + a^2 \beta d + 2a\beta^2 d)(-1 + d)}{(-1 + \beta^2)(1 - d + r^2_{ш} + r^2_{ш}d)(-1 + \beta d)} \quad (12)$$

З (12) видно, що на  $\beta$  накладаються додаткові умови:  $\beta \neq 1$ ,  $\beta \neq 1/d$ . Крім того, коефіцієнт зворотного зв'язку, виходячи з вимог стійкості, повинен задовольняти умові  $0 < \beta < 1$ .

Візьмемо похідну  $\partial K_{\Pi}$  по  $\beta$  і прирівняємо її до нуля, при цьому отримаємо оптимальне значення  $\alpha$ :

$$\alpha_{opt} = \frac{d(-1 + \beta^2)(-1 + d)}{r^2_{ш}\beta d^2 - d\beta + r^2_{ш}\beta d + \beta d^2 - r^2_{ш}d - 1 - r^2_{ш} + d} \quad (13)$$

Виключимо  $\alpha$  з виразу (12), підставивши оптимальне значення  $\alpha_{opt}$  у вираз для  $K_{\Pi}$ . Якщо після цього взяти похідну по  $\beta$  від  $K_{\Pi}|_{\alpha_{opt}}$  та прирівняти її до нуля, то буде визначено оптимальне значення  $\beta_{opt}$ . Розв'язок дає дві формули для  $\beta_{opt}$  (14)–(15):

$$\beta_{opt1} = \frac{(r^2_{ш} + 1)(d^2 + 1) - 2d}{2r^2_{ш}d} + \frac{\sqrt{(1 + r^2_{ш})((d^2 + 1)(1 + r^2_{ш})r^2_{ш}d^2 - 2d + 2r^2_{ш}d)(-1 + d^2)}}{2r^2_{ш}d} \quad (14)$$

$$\beta_{opt2} = \frac{(r^2_{ш} + 1)(d^2 + 1) - 2d}{2r^2_{ш}d} - \frac{\sqrt{(1 + r^2_{ш})((d^2 + 1)(1 + r^2_{ш})r^2_{ш}d^2 - 2d + 2r^2_{ш}d)(-1 + d^2)}}{2r^2_{ш}d} \quad (15)$$

але підстановка реальних параметрів у ці формули показує, що лише одне значення лежить в області допустимих значень  $0 < \beta < 1$ .

Потрібно відмітити, що ускладнення схеми фільтра ЧПК не вплине на дану методику. Воно лише призведе до більш громіздких виразів у формулах для оптимальних коефіцієнтів  $\alpha$  та  $\beta$ . Ці труднощі легко долаються за допомогою використання електронно-обчислювальної техніки, а розрахунок для кореляційної функції з певними параметрами проводиться один раз.

У випадку методу рекурентних сум незначне ускладнення схеми фільтра ЧПК призведе до лавиноподібного збільшення громіздкості рекурентних формул, що не дозволить провести достатню кількість ітерацій для отримання високої точності.

У випадку кореляційної функції, більш складної за експоненціальну, необхідно додатково знайти передаточну функцію відповідного формуючого фільтра. Методики знаходження передаточних функцій формуючих фільтрів за кореляційними функціями відомі [6] і особливих труднощів не викликають, на відміну від методу рекурентних сум, в якому при ускладненні кореляційної функції шуму суми рекурентного ряду розходяться і отримати результат важко.

Для перевірки методики задамося конкретними значеннями періоду дискретизації сигналу та постійної часу формуючого фільтра:  $T = 0,001$  секунд,  $T_f = 0,05$  секунд і проаналізуємо, якою буде залежність  $K_{II}$  від коефіцієнтів  $\alpha$  та  $\beta$ , провівши розрахунки відомим методом рекурентних сум [7] та запропонованою методикою. Результати математичного моделювання наведено на рис. 4. Причому для методу рекурентних сум з нульовими початковими умовами аналізувались три випадки – коли було взято десять, двадцять і тридцять кроків ітерацій для отримання результуючої формули коефіцієнта проходження завади [3]:

$$\begin{aligned} s1(n) &= s1(n-1) + \beta^{n-1} r_{ш} d^{|n|}, \\ s2(n) &= s2(n-1) + 2\beta^{n-1} s3(n-1) + \beta^{2(n-1)}, \\ s3(n) &= \beta s3(n-1) + r_{ш} d^{|n|}, \\ K_{II}(n) &= 1 - 2\alpha s1(n) + \alpha^2 s2(n). \end{aligned} \quad (16)$$

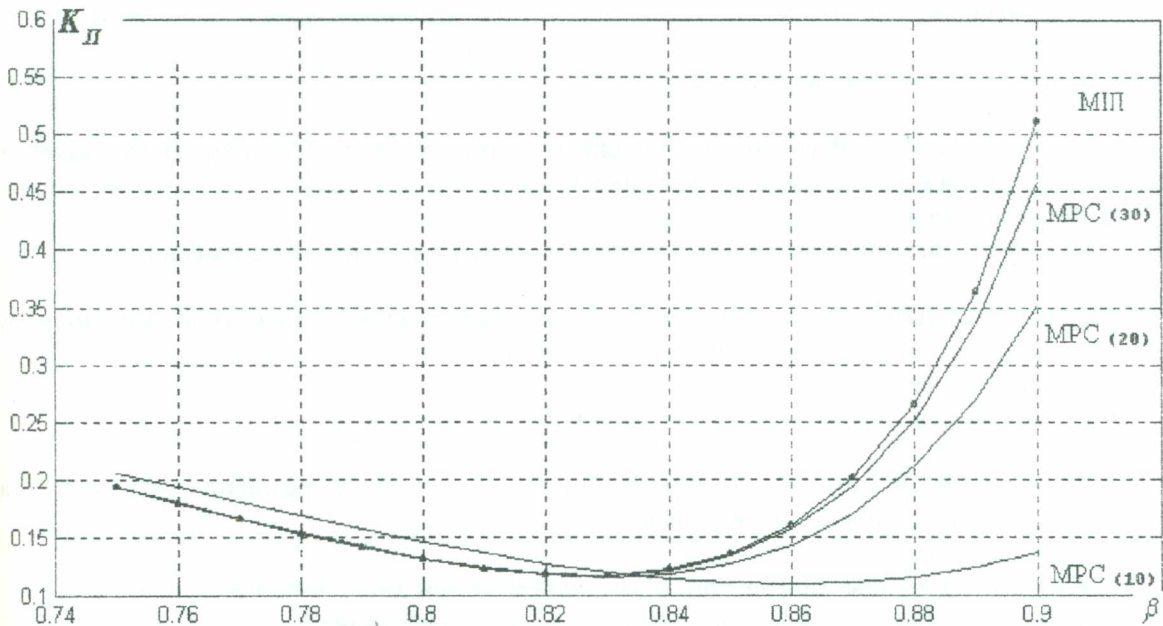


Рис. 4

Видно, що в обох випадках результати майже ідентичні. При збільшенні кількості кроків ітерацій для відомого методу рекурентних сум (МРС) відмінність від методики інтегралу Парсевалю (МІП) зменшується, при кількості кроків більше ста відмінність зникає. Отже, у даному випадку можна говорити про вірність розробленої методики, що базується на використанні дискретного аналога інтеграла Парсевалю.

**Висновок.** Отримана методика дозволяє проводити аналіз проходження корельованих завод через фільтри черезперіодної компенсації, що дає можливість визначення оптимальних значень коефіцієнтів фільтрів черезперіодного компенсування, при яких досягається мінімум коефіцієнта проходження завади. На відміну від існуючих, методика дозволяє аналізувати якість фільтрації сигналів з кореляційними функціями, складнішими по відношенню до експоненціальної, на роботу методики не впливає ускладнення структури фільтрів ЧПК. Вона

простіша щодо обчислювальної складності у порівнянні з методом рекурентних сум і дозволяє одразу отримати точний результат.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Ярославский Л.П. Введение в цифровую обработку изображений. – М.: Сов. радио, 1979. – 312 с.
2. Ярославский Л.П. Цифровая обработка сигналов в оптике и голографии: Введение в цифровую оптику. – М.: Радио и связь, 1987. – 296 с.
3. Финкельштейн М.И. Гребенчатые фильтры. – М.: Сов. радио, 1969. – 320 с.
4. Сопровождение движущихся целей / Ю.И. Фельдман, Ю.Б. Гидаспов, В.Н. Гомзин; Под ред. Ю.И. Фельдмана. – М.: Сов. радио, 1978. – 288 с.
5. Пушкарев Ю.А. Основы автоматического управления систем радиоэлектронных средств. – Житомир: ЖВУРЭ ПВО, 1991. – 479 с.
6. Бесекерский В.А. Цифровые автоматические системы. – М.: Наука, 1976. – 576 с.
7. Пясковский Д.В. Анализ эффективности использования обратных связей при однократной черезпериодной компенсации пассивных помех // Тематический научно-технический сборник. – Житомир: ЖВУРЭ, 1983. – С. 84–89.

БАРАНОВ Володимир Леонідович – Заслужений діяч науки і техніки України, доктор технічних наук, професор кафедри Житомирського військового інституту радіоелектроніки ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:

- моделювання;
- оптимізація;
- диференціальні перетворення.

ВОДОП'ЯН Сергій Васильович – кандидат технічних наук Житомирського військового інституту радіоелектроніки ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:

- алгоритми багатоканальних автоматичних систем управління та оцінювання.

ПІОНТКІВСЬКИЙ Петро Миколайович – ад'юнкт очної ад'юнктури Житомирського військового інституту радіоелектроніки ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:

- алгоритми обробки матеріалів дистанційного моніторингу.

П'ЯСКОВСЬКИЙ Дмитро Володимирович – Заслужений працівник народної освіти України, кандидат технічних наук, доцент.

Наукові інтереси:

- методи та алгоритми підвищення ефективності систем дистанційного моніторингу;
- автоматичні багатоканальні системи управління та оцінювання.

Подано 10.03.2004