УДК 621.391

І.А. Пількевич, к.т.н., доц.
Житомирський військовий інститут радіоелектроніки ім. С.П. Корольова
Т.Ю. Микуляк, магістр
Відокремлений підрозділ Європейського університету в м. Житомирі

МАТЕМАТИЧНИЙ ОПИС ПОЛЯРИЗАЦІЙНОЇ МАТРИЦІ РОЗСІЮВАННЯ ДИПОЛЯ

У статті запропонована методика математичного опису поляризаційної матриці розсіювання окремого диполя. Вона є продовженням статті, що присвячена математичному опису розсіювання електромагнітної хвилі на окремому диполі при широкосмуговому зондуванні. Результати статті можна застосовувати при моделюванні хмар дипольних відбивачів на атмосферній та поза атмосферній ділянках траєкторій.

1. Постановка задачі

У даний час накопичений незначний експериментальний матеріал щодо оцінок характеристик хмари дипольних відбивачів (ХДВ) за результатами натурних досліджень. До того ж наявна натурна інформація має невисоку вірогідність, оскільки розробка методу експериментального оцінювання характеристик ХДВ знаходиться на початковій стадії розвитку [1]. У зв'язку з цим особливо важливе значення для одержання характеристик сигналів, відбитих від хмари диполів, набувають методи модельного експерименту.

Математична модель – це наближений опис якого-небудь явища або класу явищ зовнішнього світу, виражений за допомогою математичної символіки. Сьогодні математичні моделі майже не використовують емпіричного матеріалу. Вони цілком замкнуті, а емпіричні результати залучаються на останньому етапі апробації моделей [2].

До останніх років поляризаційні властивості радіолокаційних сигналів не заслуговували на особливу увагу дослідників й інженерів [3]. Значною мірою ця обставина була обумовлена обмеженими можливостями техніки антенно-фідерних систем надвисоких частот. Тому на відміну від оптики, де поляризаційні ефекти були давно досліджені й увійшли в практику, у радіолокації вони не тільки не застосовувалися, але і не були досить серйозно вивчені.

Положення різко змінилося в зв'язку з розвитком феритових елементів. Вони дозволили простими технічними засобами вирішити проблеми аналізу поляризаційної структури відбитих сигналів з будь-якими поляризаційними параметрами.

Тому в статті запропонований простий метод математичного опису поляризаційної матриці розсіювання окремого диполя в лінійному та круговому базисах.

2. Перерахування елементів поляризаційної матриці розсіювання з лінійного базису в круговий. Американський варіант

Розглянемо лінійний базис $\left\lfloor \vec{e}_1, \vec{e}_2 \right\rfloor$. Обидва орти – це гармонійні вектори-функції з лінійними годографами, розташованими в просторі під кутом $\pi/2$. Геометричні співвідношення векторів, що належать до лінійного поляризаційного базису, подані на рис. 1 (обидві вектор-функції сфазовані).

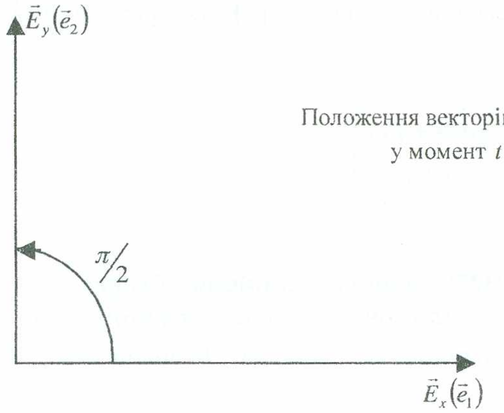
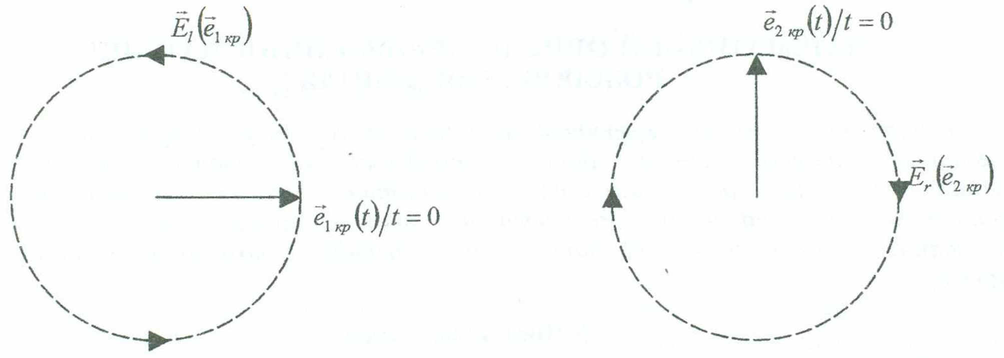


Рис. 1

Круговий базис задається одиничними векторами $\vec{r}$ і $\vec{l}$ правого і лівого напрямку обертання відповідно. Геометричні співвідношення векторів, що належать до кругового базису, подані на рис. 2 (а – 1-й орт із позитивним напрямком обертання; б – 2-й орт із негативним напрямком обертання).



а) *б)*

Рис. 2

Аналіз рис. 1 і 2 показує, що в момент часу $t=0$ вектор поля $\vec{e}_{1кр}(t)$ збігається з першим ортом лінійного базису, а $\vec{e}_{2кр}(t)$ – із другим ортом лінійного базису.

Орти кругового базису виражаються через орти лінійного за допомогою системи:

$$\begin{cases} \vec{E}_l = \vec{E}_x - j\,\vec{E}_y; \\ \vec{E}_r = \vec{E}_x + j\,\vec{E}_y \end{cases}$$

або в матричній формі $\vec{E}_{кр} = P\,\vec{E}_л$, де з урахуванням нормувального коефіцієнта $1/\sqrt{2}$:

$$P = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & -j \\ 1 & j \end{pmatrix}, \quad Q = \left(P^T\right)^{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & -j \\ 1 & j \end{pmatrix}.$$

Таким чином, перерахування елементів поляризаційної матриці розсіювання (ПМР) з лінійного базису в круговий можна здійснити за допомогою матричного рівняння:

$$S_{кр} = QS_лP^T = QS_лQ^{-1} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & j \\ 1 & -j \end{pmatrix}\begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -j & j \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{2}\begin{pmatrix} (S_{11}+S_{22}) - j(S_{12}-S_{21}) & (S_{11}-S_{22}) + j(S_{12}+S_{21}) \\ (S_{11}-S_{22}) - j(S_{12}+S_{21}) & (S_{11}+S_{22}) + j(S_{12}-S_{21}) \end{pmatrix}.$$

Істотною властивістю матриці розсіювання є те, що вона відповідає принципу взаємності, тобто $S_{12}=S_{21}$. Строгий доказ цього принципу, з урахуванням поляризаційних перетворень, розглядається в роботах Чандрасекара і Сексона [3]. З урахуванням принципу взаємності маємо:

$$S_{кр} = \begin{pmatrix} \dfrac{S_{11}+S_{22}}{2} & \dfrac{S_{11}-S_{22}}{2} + jS_{12} \\ \dfrac{S_{11}-S_{22}}{2} - jS_{12} & \dfrac{S_{11}+S_{22}}{2} \end{pmatrix}. \qquad (1)$$

3. ПМР диполя в лінійному базисі

Нехай на диполь довжиною l і радіусом основи a під кутом φ до нормалі падає плоска лінійно-поляризована хвиля з амплітудою E (рис. 3). Фазовий центр O вибираємо в центрі диполя.

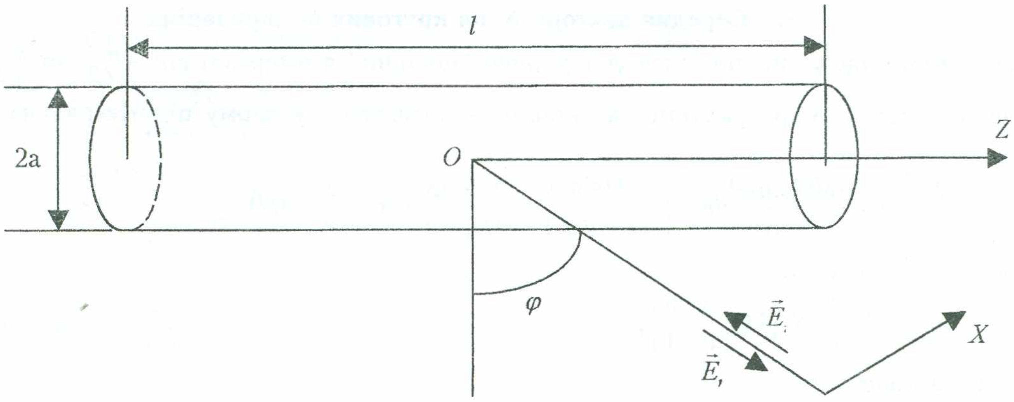


Рис. 3

Повне розсіяне поле можна описати за допомогою ефективної поверхні розсіювання (ЭПР) диполя [4]:

$$\sigma_{\text{II}}(\varphi)=\sigma_0\left[\cos^2\gamma\cos\varphi\frac{\sin(kl\sin\varphi)}{kl\sin\varphi}\right]^2;$$

$$\sigma_{\perp}(\varphi)=\sigma_0\left[\frac{1}{2}\sin 2\gamma\cos\varphi\frac{\sin(kl\sin\varphi)}{kl\sin\varphi}\right]^2,$$

де γ – кут нахилу вектора падаючої хвилі $\vec{E}_i$ до осі OX.

Тоді при $\gamma={\lambda}/{2}$

$$\sigma_0\cong\frac{51{,}5\lambda^2}{\pi^2+\left[2\ln\left(0{,}178\dfrac{\lambda}{a}\right)\right]^2}.$$

Змінюючи кут γ на $+{\pi}/{2}$, можна одержати ПМР диполя в лінійному базисі, що з точністю до постійного множника має вигляд:

$$\begin{pmatrix}\cos^2\gamma\left|\cos\varphi\dfrac{\sin(kl\sin\varphi)}{kl\sin\varphi}\right|e^{j0} & \dfrac{1}{2}\sin 2\gamma\left|\cos\varphi\dfrac{\sin(kl\sin\varphi)}{kl\sin\varphi}\right|e^{j0}\\ \dfrac{1}{2}\sin 2\gamma\left|\cos\varphi\dfrac{\sin(kl\sin\varphi)}{kl\sin\varphi}\right|e^{j0} & \sin^2\gamma\left|\cos\varphi\dfrac{\sin(kl\sin\varphi)}{kl\sin\varphi}\right|e^{j0}\end{pmatrix}=$$

$$=C\left|\cos\varphi\frac{\sin(kl\sin\varphi)}{kl\sin\varphi}\right|\begin{pmatrix}\cos^2\gamma & \dfrac{1}{2}\sin 2\gamma\\ \dfrac{1}{2}\sin 2\gamma & \sin^2\gamma\end{pmatrix}, \tag{2}$$

де C – деяка константа.

(Постійний коефіцієнт „C” для даної задачі неістотний, оскільки він буде віднормований під час наступного нормування кореляційно-поляризаційної матриці).

4. ПМР диполя в круговому базисі

Підставляючи (2) у (1) і опускаючи коефіцієнт ${1}/{2}$, одержимо:

$$S_{кр}=C\left|\cos\varphi\frac{\sin(kl\sin\varphi)}{kl\sin\varphi}\right|\begin{pmatrix}1 & e^{j2\gamma}\\ e^{-j2\gamma} & 1\end{pmatrix}=\vec{S}, \tag{3}$$

де C – деяка константа.

5. Середнє вектора $\vec{S}$ на кругових поляризаціях

Вважатимемо, що розподіл кутів φ і γ рівноймовірний в інтервалі від $-\pi/2$ до $\pi/2$.

Середнє вектора $\vec{S}$ розрахуємо за допомогою інтеграла, у якому підінтегральна функція парна:

$$\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi/2}\cos\frac{\sin(kl\sin\varphi)}{kl\sin\varphi}d\varphi = \begin{vmatrix} x = kl\sin\varphi \\ dx = d\varphi \end{vmatrix} = \frac{2}{\pi kl}\int_0^{kl}\frac{\sin x}{x}dx = \frac{2}{\pi kl}S_i(kl). \quad (4)$$

Остаточно одержимо:

$$\vec{S}_{cp} = C\frac{2}{\pi kl}S_i(kl)\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}, \quad (5)$$

де C – деяка константа.

У такий спосіб матриця (5) дійсна.

5.1. Усереднення за кутом γ

Якщо $\gamma = \gamma_0 + \dot{\gamma}\tau$, а розподіли $W\gamma_0(\gamma)$ і $W\dot{\gamma}(\dot{\gamma})$ відомі, то середнє дорівнюватиме:

$$\left\langle e^{j2\gamma}\right\rangle = \iint e^{j2\gamma_0}e^{2\dot{\gamma}\tau}W\gamma_0 W\dot{\gamma}d\gamma_0 d\dot{\gamma}. \quad (6)$$

Оскільки швидкість зміни кута γ постійна, то розподіл $W\dot{\gamma}(\dot{\gamma})$ під час обчислення інтеграла (6) можна не враховувати. Тоді остаточно одержимо:

$$\left\langle e^{j2\gamma}\right\rangle = \theta_{\dot{\gamma}}(2\tau)\frac{1}{\pi}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}e^{j2\gamma_0}d\gamma_0 = \theta_{\dot{\gamma}}(2\tau)\cdot\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}e^{jx}dx = 0.$$

(Інтеграл $\int_{-\pi}^{\pi}e^{jx}dx = 0$).

5.2. Усереднення за кутом φ

Якщо $\varphi = \varphi_0 + \dot{\varphi}\tau = \varphi_0 + \Delta\varphi$ (де $\Delta\varphi = \dot{\varphi}\tau$), а розподіли $W\varphi_0$ і $W\dot{\varphi}$ відомі, тоді розподіл збільшення $\Delta\varphi$ дорівнюватиме:

$$W_{\Delta\varphi} = \frac{1}{|\varphi|}W_{\dot{\varphi}}\left(\frac{\Delta\varphi}{\tau}\right).$$

Розподіл суми $\varphi_0 + \Delta\varphi$ можна знайти через характеристичні функції:

$$\theta_\varphi = \theta_{\varphi_0}\cdot\theta_{\Delta\varphi}.$$

З урахуванням рівномірності розподілу кута φ_0 в інтервалі від $-\pi/2$ до $\pi/2$ одержимо:

$$\theta_{\varphi_0} = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}e^{jx\varphi_0}d\varphi_0 = \frac{1}{j\pi x}e^{jx\varphi_0}\Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} = \frac{1}{\frac{\pi}{2}x}\cdot\frac{e^{j\frac{\pi}{2}x} - e^{-j\frac{\pi}{2}x}}{2j} = \frac{\sin\frac{\pi}{2}x}{\frac{\pi}{2}x}; \quad (7)$$

$$\theta_{\Delta\varphi} = \frac{1}{|\tau|}\int_{-\infty}^{\infty}W_{\dot{\varphi}}\left(\frac{\Delta\varphi}{\tau}\right)e^{jx\Delta\varphi}\Delta\varphi = \int_{-\infty}^{\infty}W_{\dot{\varphi}}(\mu)e^{j\mu\tau x}d\mu = \theta_{\dot{\varphi}}(x\tau). \quad (8)$$

Характеристична функція θ_φ, з урахуванням (7) і (8), дорівнюватиме:

$$\theta_\varphi = \theta_{\varphi_0}\cdot\theta_{\Delta\varphi} = \theta_{\dot{\varphi}}(x\tau)\cdot\frac{\sin\frac{\pi}{2}x}{\frac{\pi}{2}x}.$$

Тоді

$$W_\varphi = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\theta_{\dot{\varphi}}(x\tau)e^{-j\varphi x}\frac{\sin\frac{\pi}{2}x}{\frac{\pi}{2}x}dx.$$

Скориставшись фільтруючою властивістю функції $\frac{\sin x}{x}$ [3]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\frac{\sin \pi b(x-a)}{\pi b(x-a)}dx = \frac{1}{b} f(a),$$

остаточно одержимо:

$$W_\varphi = \frac{1}{2\pi} 2\theta_{\dot{\varphi}}(\tau \cdot 0) e^{j\varphi_0} = \frac{1}{\pi} - \text{const}.$$

Оскільки інтервал значень кута φ для зручності був прийнятий від $-\pi/2$ до $\pi/2$, то функція $\cos\varphi \frac{\sin(kl \sin \varphi)}{kl \sin \varphi}$ періодична з інтервалом періодичності π і за умовами нормування в інтервалі „π" радіан

$$\int_{-\infty}^{\infty} W_\varphi d\varphi = 1.$$

Таким чином, середнє вектора ПМР $\vec{S}$ ненульове.

Висновки

1. Вирішення проблеми підвищення захисту РЛС від перешкод під час їх роботи в умовах дії пасивних перешкод в космосі у вигляді хмари дипольних відбивачів базується на знанні та використанні статистичних характеристик хмари диполів як вторинних випромінювачів радіохвиль.
2. Запропонована методика математичного опису поляризаційно-кореляційної матриці розсіювання диполя може застосовуватись в комплексній моделі хмари дипольних відбивачів у космосі.
3. Середнє вектора поляризації матриці розсіювання окремого диполя не дорівнє нулю. Цей факт можна використати при розробці оптимальних алгоритмів обробки луна-сигналів, що враховують поляризаційні властивості цілей, з метою підвищення потенціальних можливостей РЛС.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Пількевич І.А.* Результати експериментальних досліджень коефіцієнтів кореляції ефективної поверхні розсіювання хмари диполів і амплітуд відбитих від них сигналів // Проблеми створення, випробування, застосування та експлуатації складних інформаційних систем: Збірник наукових праць. – Житомир: ЖВІРЕ, 2004. – Вип. 7. – С. 132–142.
2. Основы научных исследований: Учебное пособие. – К.: Изд-во Европ. Ун-та, 2002. – 110 с.
3. *Канарейкин Д.Б., Павлов Н.Ф., Потехин В.А.* Поляризация радиолокационных сигналов / Под ред. В.Е. Дулевича. – М.: Сов. радио, 1966. – 440 с.
4. *Кобак В.О.* Радиолокационные отражатели / Под ред. О.Н. Леонтьевского. – М.: Сов. радио, 1975. – 248 с.
5. *Левин Б.Р.* Теоретические основы статистической радиотехники. – Т.1. – М.: Сов. радио, 1974. – 552 с.

ПІЛЬКЕВИЧ Ігор Анатолійович – кандидат технічних наук, доцент кафедри радіоелектроніки Житомирського військового інституту радіоелектроніки ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:

– математичне моделювання складних систем;

– обробка радіолокаційної інформації на фоні перешкод.

E-mail: office@eu.zt.ua.

МИКУЛЯК Таміла Юріївна – магістр, лаборант кафедри математики та інформаційних технологій Відокремленого підрозділу Європейського університету в м. Житомирі.

Наукові інтереси:

– математичне моделювання фізичних процесів.

Тел.: 42-14-27.

Подано 15.05.04