УДК 51:330.115

А.В. Панішев, д.т.н., проф.
Д.Д. Плечистий, аспір.
В.О. Скачков, доц.
Житомирський державний технологічний університет

ВУЗЛОВІ ПИТАННЯ ЗАДАЧІ КОМІВОЯЖЕРА. 1

Розглянуто задачу комівояжера та її математичні модифікації. Наведено перелік застосувань задачі комівояжера у транспортній та інших галузях.

1.1. Вступ

Успішний розвиток методів управління технічними та виробничими системами, відповідаючи вимогам режиму реального часу, пов'язано з побудовою та вивченням моделей циклічних процесів. Для багатьох таких моделей потрібно впорядкувати послідовності технологічних операцій або робіт, що періодично повторюються, згідно з обґрунтовано обраним показником відповідності. Велика кількість прикладних задач оптимального впорядкування циклічних процесів зводиться до широко відомої задачі комівояжера (ЗК) [1], яка формулюється наступним чином.

Задана квадратна матриця вартостей $\left[d_{ij}\right]_n$, де d_{ij} – цілі, невід'ємні числа, і потрібно знайти циклічну перестановку τ^* її стовпчиків, яка мінімізує:

$$D(\tau)=\sum_{i=1}^{n} d_{i\tau[i]} . \tag{1.1}$$

Тут $\tau=(\tau[1],\tau[2],...,\tau[n])$ – циклічна перестановка, якій відповідає маршрут комівояжера, представлений послідовністю $(\tau[1],\tau[2],...,\tau[n],\tau[1])$, де всі номери $\tau[1],\tau[2],...,\tau[n]$ із $\{1,2,...,n\}$ є різними. Величину $D(\tau)$ назвемо вартістю маршруту, а задачу в постановці (1.1) – загальною ЗК.

На даний момент опубліковано і продовжує з'являтися велика кількість робіт, присвячених ЗК та пов'язаних з нею питанням. Однак не можна стверджувати, що стан цієї проблеми виражено вичерпно. Причину постійної уваги до ЗК слід шукати у наступних її властивостях.

1. Загальна ЗК породжує цілу множину висунутих практикою задач побудови циклічних перестановок, оптимальних за обраним критерієм.

2. Загальна ЗК є джерелом численних підзадач, які отримуються у вигляді обмежень на значення вартостей матриці $\left[d_{ij}\right]_n$ або у вигляді додаткових вимог до розв'язку.

3. ЗК має великий список практичних застосувань, який постійно поповнюється.

4. При найбільш вірогідному припущенні, що $P\neq NP$, загальна ЗК є NP-трудною в сильному розумінні, і не існує поліноміальних наближених алгоритмів розв'язування її з похибкою у вигляді константи ε або виразу, асимптотично наближеного до ε [1–3].

1.2. Комбінаторні формулювання задачі комівояжера та її версій

Нехай $\tau=(\tau[1],\tau[2],...,\tau[n])$ – циклічна перестановка чисел $1,2,...,n$. Задача пошуку на множині всіх циклічних перестановок τ перестановки, для якої сума (1.1) набуває максимального значення, називається загальною ЗК на максимум [4–6]:

$$\tau^0=\arg\max_{\tau}\{D(\tau)\}. \tag{1.2}$$

Визначимо вагу перестановки τ у вигляді:

$$d(\tau)=\max\left\{d_{i\tau[i]}\,|\,i=\overline{1,n}\right\}.$$

Задача знаходження такої τ_0, що

$$\tau_0=\arg\min\{d(\tau)\} \tag{1.3}$$

відома як мінімаксна ЗК на вузьке місце маршруту [6].

Циклічній перестановці ЗК τ поставимо у відповідність вагу:

$$D(\tau) = \min\left\{d_{i\tau[i]} \mid i = \overline{1,n}\right\}.$$

Назвемо задачу побудови перестановки з максимальною вагою:

$$\tau_* = \arg\max_{\tau}\left\{D(\tau)\right\} \qquad (1.4)$$

максимінною ЗК на вузьке місце маршруту.

Задача в постановці (1.1) називається замкненою. Для незамкненої (відкритої) ЗК вартість допустимого розв'язку τ визначається так [6]:

$$D(\tau) = \sum_{k=1}^{n-1} d_{\tau[k]\tau[k+1]}\,. \qquad (1.5)$$

Близькою до задач (1.1) та (1.3) є бікритеріальна ЗК з наступним формулюванням [7–9].

Кожній циклічній перестановці τ поставимо у відповідність два числа:

$$D(\tau) = \sum_{k=1}^{n} d_{\tau[k]\tau[k+1]}\,,\ d(\tau) = \max_{(\tau[k],\tau[k+1])} d_{\tau[k]\tau[k+1]}\,,\ k = \overline{1,n}\,, \tau[n+1] = \tau[1]\,.$$

Для незамкненої задачі у виразах для $D(\tau)$ і $d(\tau)$ замість n потрібно брати $n-1$.

Позначимо через Т множину всіх можливих маршрутів. Нехай

$$c(\tau) = \left(D(\tau), d(\tau)\right).$$

Бікритеріальна ЗК складається в мінімізації $c(\tau)$ на множині Т:

$$c(\tau) \to \min, \tau \in \mathrm{T}\,. \qquad (1.6)$$

Розв'язування задачі мінімізації з двома критеріями являє собою знаходження всіх розв'язків, оптимальних в розумінні Парето [8].

За аналогією з ЗК формулюється задача мінімізації вартості перестановки на деякій підмножині $H \subseteq P$, P – множина всіх перестановок $\pi = (\pi[1], \pi[2], ..., \pi[n])$: знайти $\pi^* \in H$, для якої

$$D(\pi^*) = \min_{\pi \in H} D(\pi)\,.$$

У випадку, коли $H = P$, отримаємо відому задачу про призначення [10].

Звернемося до графового формулювання ЗК.

Нехай $G = (V, E)$ – орієнтований граф з множиною вершин V, $|V| = n$, та множиною дуг E. Для орграфів в подальшому будемо застосовувати термінологію – дуга, шлях, контур, а для неорієнтованих графів – ребро, ланцюг, цикл. Відмітимо, що якщо послідовність $(v_1, v_2, ..., v_n)$ задає гамільтонів контур, то пари вершин (v_i, v_{i+1}), $1 \le i < n$, і пара (v_n, v_1) є дугами в цьому контурі. Гамільтонів шлях – це гамільтонів контур без дуги (v_n, v_1).

Нехай $\left[d_{ij}\right]_n$ – матриця ваг дуг орграфа G. Тоді загальна ЗК полягає у визначенні в G гамільтонового контуру з мінімальною сумою ваг дуг, що до нього входять. В задачі (1.5) потрібно знайти гамільтонів шлях мінімальної вартості, а в задачі (1.3) – гамільтонів контур, в якому максимальна вага дуги була б мінімальною серед максимальних ваг дуг всіх гамільтонових контурів графа G.

1.3. Окремі випадки задачі комівояжера

Основні компоненти ЗК представлені матрицею вартостей $\left[d_{ij}\right]_n$ та відповідним їй повним графом $G = (V, E)$. Тому специфіка ЗК визначається переважно типом матриці вартостей. Для загальної ЗК матриця $\left[d_{ij}\right]_n$ є несиметричною та неметричною.

Якщо матриця $\left[d_{ij}\right]_n$ є симетричною $\left(d_{ij} = d_{ji}\right)$, то ЗК називається симетричною. Симетричній матриці $\left[d_{ij}\right]$ відповідає повний неорієнтований граф $G = (V, E)$, де E – множина ребер.

Якщо для елементів несиметричної матриці $\left[d_{ij}\right]_n$ виконується нерівність трикутника

$$d_{ij} \le d_{ik} + d_{kj}, i \ne j,\ i,j,k = \overline{1,n}\ ,$$

то і матрицю $\left[d_{ij}\right]_n$, і ЗК будемо називати напівметричними.

Напівметрична ЗК є метричною, якщо $d_{ij} = d_{ji}$. Інакше кажучи, метрична ЗК – це ЗК, обмежена на симетричні матриці, які задовольняють нерівності трикутника.

Нерівність трикутника та умова симетричності матриці $\left[d_{ij}\right]_n$ автоматично виконуються, якщо вона породжена метрикою, наприклад, як у важливому окремому випадку, евклідовою метрикою [1]. Метрична ЗК, обмежена на матриці евклідових відстаней, називається евклідовою ЗК. Евклідова ЗК на площині формулюється так.

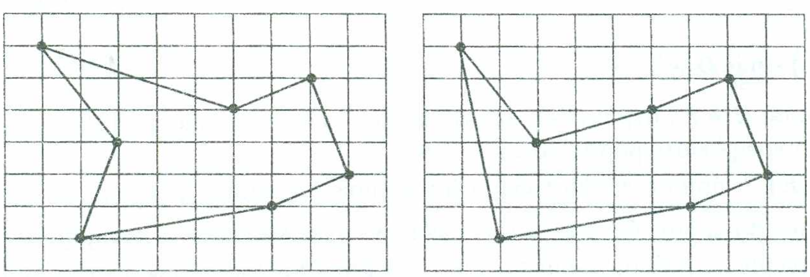
Нехай N – скінченна кількість точок площини, і кожна з вершин задається координатами (x_i, y_i). Парі $i \in N, j \in N$ ставиться у відповідність дійсне число d_{ij}, яке визначається координатами точок (x_i, y_i) та (x_j, y_j) за формулою:

$$d_{ij} = \sqrt{\left(x_i - x_j\right)^2 + \left(y_i - y_j\right)^2}\ , d_{ii} = \infty\ .$$

Потрібно мінімізувати (1.1) на множині всіх циклічних перестановок $\tau = \left(\tau[1], \tau[2], ..., \tau[n]\right)$ стовпчиків матриці $\left[d_{ij}\right]_n$.

Результати з вивчення просторової евклідової ЗК тільки починають розвиватися і переважно адресовані ЗК в постановці (1.2) [5].

ЗК з обмеженнями для допустимих розв'язків звужує множину всіх циклічних перестановок до деякої підмножини H. Розв'язування евклідової ЗК спрощується, якщо H є областю бітонічних циклів, тобто циклів, що починаються в крайній лівій точці, ідуть зліва направо до крайньої правої точки, а потім повертаються справа наліво у вихідну точку [10].



а) б)

Рис. 1.1

На рис. 1.1, *а* зображено оптимальний розв'язок евклідової ЗК для семи точок, а на рис. 1.1, *б* – її найкоротший бітонічний цикл.

Слід відмітити, що напівметрична і метрична ЗК хоча і залишаються сильно NP-трудними задачами, але відрізняються від загальної ЗК алгоритмічними властивостями, які дозволяють отримувати наближені розв'язки з відносною похибкою у вигляді константи. У деяких випадках метрична ЗК, доповнена „зниженими" вимогами до розв'язку, що шукається, стає ефективно розв'язуваною. Наприклад, бітонічний цикл мінімальної довжини можна знайти за час $O\left(n^2\right)$.

Незважаючи на вражаючу широту освітлення ЗК, список її ефективно розв'язуваних підзадач не є великим. Однією з таких підзадач є випуклий випадок.

Випукла оболонка скінченної множини точок площини – це випуклий багатокутник мінімального периметра, кожна вершина якого співпадає з однією із точок, а решта точок знаходяться на сторонах або всередині нього [11]. Зрозуміло, що коли всі n точок розташовані на гранях їх випуклої оболонки, вона є гамільтоновим циклом мінімальної довжини.

Час побудови точного розв'язку ЗК залежить не тільки від геометричних властивостей множини точок, але й від комбінаторної структури матриці вартостей.

Нехай у симетричній матриці вартостей $\left[d_{ij}\right]_n$ виконуються наступні умови:

$$d_{ij}+d_{kl}\le d_{ik}+d_{jl},\ 1\le i<j<k<l\le n, \tag{1.7}$$

$$d_{il}+d_{jk}\le d_{ik}+d_{jl},1\le i<j<k<l\le n. \tag{1.8}$$

Для такої матриці, відомої як матриця Кальмансона, розв'язком ЗК в постановці (1.1) є $\tau^*=(1,2,...,n)$ [12].

Симетрична матриця вартостей $\left[d_{ij}\right]_n$ називається матрицею Супніка, якщо мають місце співвідношення (1.7) та умова:

$$d_{il}+d_{jk}\ge d_{ik}+d_{jl},1\le i<j<k<l\le n. \tag{1.9}$$

Відомо, що в ЗК, обмеженій на матриці Супніка, оптимальний розв'язок являє собою перестановку $\tau^*=(1,3,5,7,...,8,6,4,2)$ [12].

Матриці Кальмансона та Супніка відрізняються лише умовами (1.8) і (1.9) та мають одну загальну важливу властивість: розв'язок ЗК для обох матриць належить області пірамідальних перестановок [12]. Якщо позбутися умов (1.8) та (1.9), отримаємо матрицю, яка задовольняє єдиній вимозі (1.7). Наприклад, ця вимога виконується для значень матриці

	1	2	3	4	5	6
1	∞	2	1	4	4	100
2		∞	1	3	3	5
3			∞	1	2	3
4				∞	3	4
5					∞	4
6						∞

Оптимальний розв'язок ЗК, обмеженої на матрицю з елементами, пов'язаними співвідношеннями (1.7), знаходиться на множині пірамідальних перестановок з працеміcткістю $O\left(n^2\right)$ [12].

Класу пірамідальних перестановок належить точний розв'язок ЗК з матрицею вартостей $\left[d_{ij}\right]_n$, яка задовольняє умові:

$$d_{rk}-d_{ik}\ge d_{rj}-d_{ij},\ n\ge j>k\ge 1,\ n\ge r>i\ge 1,\ r\ne k,\ i\ne k,\ r\ne j,\ i\ne j. \tag{1.10}$$

Умова (1.10) дозволяє мінімізувати (1.1) за поліноміальний час з допомогою рекурентних співвідношень, розглянутих в [13].

Найбільш повний список поліноміально-розв'язуваних підзадач ЗК наведено в [12].

1.4. Застосування задачі комівояжера в системах управління транспортним процесом та при побудові розкладів

Більшість сформульованих тут варіантів ЗК наведені в огляді [6]. Розглянемо традиційні застосування ЗК, які відносяться до ефективної організації транспортного процесу.

1.1) Узагальнення ЗК за числом комівояжерів. Сформулюємо задачу про p комівояжерів. Представимо граф G транспортною мережею регіону, де p комівояжерів знаходяться в одній вершині (базі). Потрібно таким чином покрити всі вершини графа сім'єю із не більш ніж p елементарних циклів, які перетинаються тільки по базовій вершині, щоб вартість сім'ї була мінімальною. Якщо кількість циклів повинна точно дорівнювати p, то маємо задачу p нелінивих комівояжерів [6], [14].

Іншим узагальненням ЗК є наступна задача. Задані транспортна мережа у вигляді графа G та відповідна їй матриця вартостей. Необхідно знайти мінімальну вартість заданої кількості p елементарних циклів, що покривають всі вершини G.

Ці задачі відносяться до класу задач маршрутизації, який детально розглянуто в [6], [14].

1.2) Задача кур'єра (ЗК з передуванням (*рос.* – предшествованием) або задача про кільцевий маршрут). На множині з n пунктів вказано, які з них відвідуються раніше. Потрібно розв'язати ЗК при заданих умовах передування.

1.3) Кластерна ЗК. Множину пунктів представлено розбиттям на групи (кластери). Після обходу всіх точок одного кластера виконується перехід до іншого кластера. Всередині кластерів та між ними може бути задана умова передування.

1.4) ЗК з вибором. Задано розбиття точок на кластери. Потрібно обрати по одній точці із кожного кластера. Інший варіант задачі полягає в тому, що кластери заздалегідь не фіксовані, але задано число ε. Потрібно визначити такі точки маршруту, що відстань від обраної точки до найближчої, яка не входить в маршрут, менше або дорівнює ε.

1.5) Найкоротший повний цикл (контур). В цій задачі вимога відвідування „точно один раз" вершини графа G замінюється на вимогу „хоча б один раз".

1.6) Багатовізитна ЗК. Тут матриця вартостей не обов'язково симетрична, а $d_{ii} \geq 0$ та не нескінченні. Задано вектор $(k_1, k_2, ..., k_n)$. Потрібно побудувати маршрут мінімальної вартості, який проходить через точку 1 k_1 раз (можна і поспіль), через точку 2 – k_2 раз і т.д.

1.7) ЗК з виділеними вершинами. В графі із n вершин k вершин помічені. Потрібно побудувати маршрут, який проходить через помічені вершини рівно один раз, а через інші – не більше одного разу.

1.8) Трубопровідна задача. В графі помічено l ребер (труб). Потрібно побудувати маршрут, який обов'язково проходить через всі помічені ребра.

1.9) Задача про кран. В змішаному графі потрібно визначити маршрут за умов наступного обмеження: якщо із вершини виходять ребра та дуги, то по ребру можна переходити тільки у випадку, коли неможливо переходити по дузі.

1.10) ЗК з термінами. Разом з матрицею тривалостей $\left[d_{ij}\right]_n$ задається час перебування комівояжера в кожному пункті та початковий пункт маршруту. Для кожного пункту відомий термін, після якого комівояжер повинний залишити його. Задача полягає в побудові маршруту, який задовольняє переліченим умовам.

1.11) Задача ремонтника. Це версія попередньої задачі, в якій визначено час очікування пункту i – час руху від початкового пункту до пункту i, а термін перебування у всіх пунктах дорівнює одному й тому ж числу. Задача формулюється як з обмеженнями на терміни, так і без них. Потрібно знайти маршрут комівояжера з найменшим сумарним по всіх пунктах часом очікування.

1.12) Обмежені ЗК. Окрім матриці $\left[d_{ij}\right]_n$ задана одна або декілька інших матриць ваг для обмеження зверху та (або) знизу ваги маршруту. Потрібно розв'язати ЗК з матрицею $\left[d_{ij}\right]_n$, не порушуючи обмежень по вагах маршрутів.

1.13) Задача мандрівника. Знайти в графі G k гамільтонових циклів, які реберно не перетинаються (для орграфа – гамільтонових контурів), мінімальної сумарної вартості.

1.14) Гамільтонова задача розташування. Маємо n пунктів обслуговування та k пунктів можливого розташування бази комівояжера з відомою вартістю побудування її в кожному пункті. Задана вартість проїзду між кожною парою із $n+k$ пунктів. Маршрут починається на базі та закінчується на ній після відвідування n пунктів обслуговування. Потрібно визначити місце для побудування бази, вартість якої разом з вартістю маршруту була б мінімальною.

Сформульовані варіанти ЗК мають більш широкий спектр застосувань, ніж транспорт. Наприклад, задача кур'єра є застосуванням ЗК в системах планування та реконструкції кільцевих мереж енергопостачання міського району, а також в системах планування улаштування нафтових свердловин. Розв'язок кластерної задачі оптимізує технологічний процес шляхом визначення послідовності операцій, які виконуються різними інструментами при умові, що зміна інструменту виконується тільки тоді, коли всі операції з ним виконані. Умови багатовізитної ЗК моделюють процес обслуговування приладів декількох типів. Перед тим, як обслужити кожен з них, необхідно виконати деяку послідовність операцій. Слід зазначити необхідність розв'язування ЗК в системах автоматизованого проектування друкованих плат [9].

З появою прогресивних технологій та оновленням технічним систем і устаткування проблема комівояжера не втратила актуальності. Наприклад, умови ЗК описують наступні технологічні процеси.

1.15) Точкове зварювання при зборці кузова автомобіля. В процесі зборки деталі зварюються у деяких точках. Потрібно запрограмувати траєкторію контактів зварювального апарата так, щоб він закріпив деталі у всіх точках за мінімальний час.

1.16) Вишивання тканин. Сучасні моделі швейних машин виконують функцію вишивання, яка полягає в нанесенні на тканину узору та його заповнення. Технологія вишивання є такою, що при автоматичному переміщенні тканини узор виконується не одразу, а частинами. Процес переміщення тканини по частинах узору оптимізується розв'язуванням ЗК.

ЗК можна сформулювати в термінах теорії розкладів.

2.1) Задача про мінімізацію часу переналагоджування [6], [15]. Потрібно виконати n різних операцій на одній машині. Порядок їх проходження не має значення. Після виконання операції i та перед виконанням операції j за час d_{ij} виконується переналагоджування машини. По закінченню всіх операцій машина повинна знаходитися у вихідному стані. Потрібно побудувати розклад, який мінімізує час роботи машини. Відмітимо, що тут, взагалі кажучи, $d_{ij} \neq d_{ji}$. Якщо d_i – тривалість операції i, $i = \overline{1,n}$, то при обраному порядку проходження операцій $\tau = (\tau[1], \tau[2], ..., \tau[n])$ час їх виконання з урахуванням переналагоджень дорівнює:

$$\sum_{i=1}^{n} d_{i\tau[i]} + \sum_{i=1}^{n} d_{i1},$$

де друга складова є константою.

Симетрична версія цієї задачі з більш детальним описом процесу виконання операцій відома як задача про діркопробивний прес [16].

2.2) Задача побудови оптимального за швидкістю розкладу безперервно виконуваних робіт для конвеєрних систем [3], [13]. В конвеєрній системі з m машин потрібно виконати за мінімально-можливий час n робіт i. Робота i виконується без затримок за час $\sum_{j=1}^{m} t_{ij}$, де час t_{ij} – тривалість роботи i на машині j, $j = \overline{1,m}$. При $t_{ij} > 0$ розв'язок задачі належить класу перестановочних розкладів π. Тривалість розкладу π визначається із функціонала, який з точністю до позначень має вигляд (1.1).

При $m = 2$ циклічну перестановку $\pi = (\pi[1], \pi[2], ..., \pi[n])$ можна представити послідовністю підключень комутатора до n датчиків інформаційно-вимірювальної системи з обмеженим обсягом пам'яті запам'ятовуючого пристрою [17].

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Пападимитриу Х., Стайглиц К.* Комбинаторная оптимизация. Алгоритмы и сложность. – М.: Мир, 1985. – 510 с.
2. *Гэри М., Джонсон Д.* Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. – М.: Мир, 1982. – 416 с.
3. *Панішев А.В., Данильченко О.М., Скачков В.О.* Вступ до теорії складності дискретних задач. – Житомир: ЖДТУ, 2004. – 326 с.
4. *Гимади Э.Х., Сердюков А.И.* О некоторых результатах для задачи коммивояжера на максимум // Дискретный анализ и исследование операций. – Новосибирск, 2001. – Серия 2. – Том 8. – № 1. – С. 22–39.
5. *Бабурин А.Е., Гимади Э.Х.* Об асимптотической точности одного алгоритма решения задачи коммивояжера на максимум // Дискретный анализ и исследование операций. – Новосибирск, 2002. – Серия 1. – Том 9. – № 4. – С. 23–32.
6. *Меламед И.И., Сергеев С.И., Сигал И.Х.* Задача коммивояжера. Вопросы теории // Автоматика и телемеханика. – 1989. – № 9. – С. 3–33.
7. *Сигал И.Х.* Алгоритмы для решения бикритериальной задачи коммивояжера большой размерности // ЖВМ и МФ. – 1994. – Том 34. – № 1. – С. 44–57.
8. *Емеличев В.А., Перепелица В.А.* К вычислительной сложности дискретных многокритериальных задач // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. – 1988. – № 1. – С. 78–85.

9. *Меламед И.И., Сигал И.Х.* Исследование линейной свёртки критериев в бикритериальной задаче коммивояжера // ЖВМ и МФ. – 1997. – Том 37. – № 8. – С. 933–936.
10. *Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р.* Алгоритмы: построение и анализ. – М.: МЦНМО, 2000. – 960 с.
11. *Сигал И.Х.* Алгоритмы и диалоговая система для решения. Задачи коммивояжера большой размерности на плоскости. – М.: ВЦ АН СССР, 1988. – 32 с.
12. *Дейнеко В.Г.* Розв'язні випадки проблеми комівояжера та евристичні алгоритми. Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук. – Київ, 1995. – 49 с.
13. *Танаев В.С., Сотсков Ю.Н., Струсевич В.А.* Теория расписаний. Многостадийные системы. – М., 1989. – 328 с.
14. *Артынов А.П., Ембулаев В.Н., Пупышев А.В., Сколсукий В.В.* Автоматизация управления транспортными системами. – М.: Наука, 1984. – 271 с.
15. *Бондарев В.М., Рублинецкий В.И., Качко Е.Г.* Основы программирования. – Харьков: Фолио, 1997. – 367 с.
16. *Лурье З.Я., Рублинецкий В.И., Томчук Е.Я.* Оптимизация управляющей программы автоматизированного привода одного класса механизмов // Изв. ВУЗов, сер. Электромеханика. – 1972. – № 4. – С. 27–32.
17. *Акимов А.А., Панишев А.В.* Выбор последовательностей для опроса измерительных устройств // Электронное моделирование. – 1988. – № 5. – С. 95–96.

ПАНІШЕВ Анатолій Васильович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри інформатики та комп'ютерного моделювання Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:
- теорія розкладів;
- комбінаторна оптимізація.

ПЛЕЧИСТИЙ Дмитро Дмитрович – магістр комп'ютерних наук, аспірант Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:
- комп'ютерно-інформаційні технології;
- комбінаторна оптимізація.

СКАЧКОВ Володимир Олександрович – доцент, заступник завідувача кафедри програмного забезпечення та обчислювальної техніки Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:
- експертні системи;
- дискретна оптимізація.

Подано 15.03.2004