

УДК 550.34 : 621.371

Ю.О. Гордієнко, інж.

Головний центр спеціального контролю Національного космічного агентства України

АНАЛІЗ ГЕОФІЗИЧНОЇ ІНФОРМАЦІЇ МЕТОДАМИ ФРАКТАЛЬНОЇ РОЗМІРНОСТІ

(Представлено д.т.н., проф. Грабаром І.Г.)

У статті представлені основи теорії фрактального аналізу і види фрактальної розмірності. Розглядається можливість застосування фрактального апарата для аналізу стану геофізичних полів при вирішенні завдань контролю, діагностики і прогнозу сейсмічної інформації засобами спостереження ГЦСК НКАУ.

Вступ

З метою підвищення безпеки проживання населення та експлуатації виробничих фондів у сейсмонезбезпечних регіонах в Україні створюється Національна система сейсмічних спостережень (Постанова КМУ № 728 від 11 вересня 1995 року). Крім задачі оперативного забезпечення органів державної влади інформацією про зареєстровані сейсмічні явища, на Систему покладено завдання складання прогнозів землетрусів.

У рамках створення Системи в ГЦСК, що є одним з її основних інформаційних сегментів, проводиться модернізація засобів спостереження, розробляються нові методи комп'ютерної обробки зареєстрованої інформації, створюється Національний центр даних. У зв'язку з цим з'являється можливість проведення безперервного моніторингу стану геофізичних полів різної природи з метою виділення аномальних збурень, пов'язаних з переходом процесів підготовки сейсмічних явищ природного характеру в активну фазу. Враховуючи специфіку інформаційної системи ГЦСК НКАУ, а також різну фізичну природу контрольованих засобами спостереження геофізичних полів, виникає необхідність розробки єдиного математичного апарата аналізу стану підконтрольних середовищ.

Як такий апарату пропонується застосовувати теорію фрактальної розмірності. Тому є доцільним проаналізувати основні види фрактальної розмірності й способи її визначення.

Види фрактальної розмірності

Розмірність визначає кількість інформації, необхідної для завдання координат крапки в просторі з заданою точністю [1].

Поняття розмірності базується на визначеннях цілої евклідової або топологічної розмірності D_0 . Зокрема для простих геометричних фігур крапка має топологічну розмірність $D_0 = 0$. Гладкі криві мають розмірність $D_0 = 1$, топологічна розмірність об'ємних тіл $D_0 = 3$ і т.ін.

Існуючі поняття розмірності загалом розділяються на дві групи [12]:

- характеристики міри, отримані з суто геометричних розумінь;
- характеристики, пов'язані з теорією інформації.

Поняття фрактальної розмірності базується на визначеннях, введених Хаусдорфом і Безиковичем. Первісне визначення фракталів дав Б.Мандельброт, який відніс до них множини, розмірність Хаусдорфа-Безиковича D яких строго більше їх топологічної.

Даному визначенню можна додати конкретний фізичний зміст – воно характеризує ускладнення множини. Так, якщо це – пряма, її можна ускладнювати шляхом нескінченного числа згинань до такого ступеня, коли її розмірність досягне двох, коли вона щільно покриє кінцеву площину. Визначення міри Хаусдорфа спирається на математичну абстракцію практичного способу вимірювання довжин, площ і об'ємів, якщо вимірюваний об'єкт покривається еталонами з визначеними мірами.

Для визначення **розмірності Хаусдорфа-Безиковича** використовують нижчевикладений спосіб. Вибирають деякий розмір клітки r і покривають аналізовану множину (у нашому випадку сигналограму). Нехай $N(r)$ мінімальна кількість кліток зі стороною r необхідних для покриття цієї множини (сигналограми). Тоді M_d приблизно:

$$M_d \approx N(r)r^d. \quad (1)$$

Вважаючи, що $M_d > 0$ для якогось $c > 0$, маємо:

$$N(r) \approx \frac{c}{r^d}. \tag{2}$$

Логарифмуючи праву і ліву частини, отримаємо:

$$\log N(r) = \log c - d \log r. \tag{3}$$

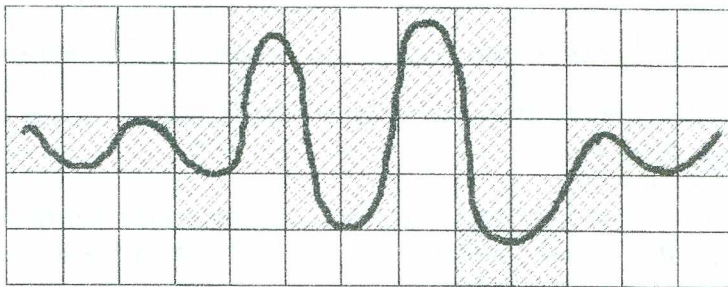
Виражаючи звідси d , одержимо:

$$D = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log N(r)}{\log(1/r)}. \tag{4}$$

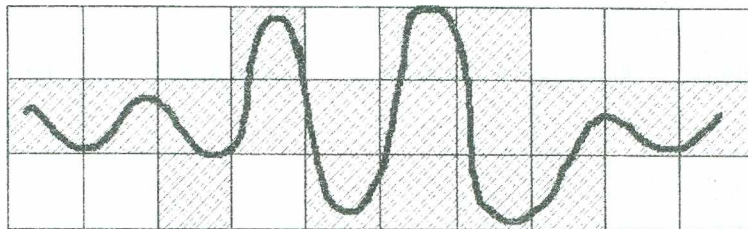
Якщо межа існує, то розмірність, визначену за формулою (4) шляхом підрахунку кліток прийнято клітинною розмірністю або, у ряді випадків, просто фрактальною розмірністю, а сам спосіб обчислення – методом покриття.

Комп'ютерні алгоритми розрахунку розмірності [2–3] зазвичай реалізують співвідношення (3).

Для визначення невідомих параметрів c і d необхідно оцінити $N(r)$ для декількох значень r (рис. 1).



а)



б)

Рис. 1. Покриття об'єкта клітками різного розміру r

Якщо використовувати клітки тільки двох розмірів, r_1 та r_2 , то невідомі c і d можна визначити із системи рівнянь:

$$\begin{aligned} \log N(r_1) &= \log c - d \log r_1, \\ \log N(r_2) &= \log c - d \log r_2. \end{aligned} \tag{5}$$

Проте враховуючи, що величини $N(r)$ можуть бути знайдені лише приблизно, має сенс оцінити $N(r)$ для більшого числа різних значень r . У цьому випадку одержимо систему, яка, скоріше за все, не буде мати точного рішення. Стандартний прийом у такій ситуації полягає в тому, щоб знайти значення $\log c$ і d , що мінімізують суму квадратів відхилень.

Поняття розмірності Хаусдорфа-Безиковича є суто метричним і ніяк не враховує інформацію про поведінку системи в часі. На відміну від фрактальної розмірності, поняття **інформаційної розмірності** є імовірнісним і визначається через частоту влучення деякої фазової траєкторії динамічної системи в задану область простору. Інформаційна розмірність D_I задається співвідношенням [3–5]:

$$D_I = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log S(r)}{\log(1/r)}, \tag{6}$$

де

$$S(r) = - \sum_{i=1}^{N(r)} P_i \ln P_i . \tag{7}$$

Величина P_i являє собою відносну частоту, з якою деяка типова траєкторія динамічної системи влучає в i -тий елемент об'єму розглянутого покриття.

Величина $S(r)$ являє собою ентропію, тобто кількість інформації, необхідної для встановлення системи з точністю r . Це і визначає використовуваний термін інформаційної розмірності.

Іншим імовірнісним типом розмірності є **кореляційна розмірність** D_c , яка визначається як [1], [5]:

$$D_c = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\ln \sum_{i=1}^{N(r)} P_i^2}{\ln r} . \tag{8}$$

Для полегшення інтерпретації чисельника правої частини рівняння (8) припустимо, що шляхом експерименту (моделювання) були отримані N крапок на будь-якій ділянці траєкторії системи. Визначимо, щодо розглянутого випадку, кореляційну розмірність у такий спосіб:

$$C(r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \{ \text{число пар крапок } x_i, x_j, \text{ таких що } \|x_i - x_j\| < r \} . \tag{9}$$

Тоді співвідношення (8) може бути приведення до вигляду:

$$D_c = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\ln C(r)}{\ln r} . \tag{10}$$

Використання співвідношення (10) замість (8) дозволяє значно спростити розрахунки.

Аналіз хвильових форм записів геофізичних полів можна проводити з використанням методу нормованого розмаху або методу Херста.

При цьому послідовність вимірів (часовий ряд) характеризується показником Херста - H , що визначається зі співвідношення:

$$R / \sigma = (N / 2)^\sigma . \tag{11}$$

де σ - середньоквадратичне відхилення досліджуваного хвильового фрагмента розраховується за формулою:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (x(t) - \langle x \rangle)^2} . \tag{12}$$

$$R(N) = \max_{1 \leq t \leq N} X(t, N) - \min_{1 \leq t \leq N} X(t, N) - \text{розмах зміни } X(t),$$

$X(t)$ - накопичення відхилення $x(t)$ від $\langle x \rangle$ середнього:

$$X(t, N) = \sum_{u=1}^t \{x(u) - \langle x \rangle\} . \tag{13}$$

$$\langle x \rangle = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N x(t) - \text{середня зміна за період } N;$$

$x(t)$ - часовий ряд.

У свою чергу хвильовий фрагмент являє собою криву фрактальної розмірності:

$$D = 2 - H . \tag{14}$$

Таким чином, залежно від конкретної задачі, вибирається конкретний вид фрактальної розмірності. При цьому необхідно вибирати той тип фрактальної розмірності, що несе максимум інформації про поведінку досліджуваного процесу або об'єкта.

Застосування фрактального апарата для аналізу стану геофізичних полів

Аналіз розмірності широко використовується в різних галузях, оскільки експериментальні дані найчастіше мають фрактальний характер [1].

Нерегулярність лінії, що описує еволюцію даних, можна представити фрактальною розмірністю, оскільки можна вважати, що "ламаність" або "звивистість" лінії виникає через розходження між фрактальною і топологічною розмірностями.

Аналіз зміни розмірності зручний для обробки геофізичних даних, оскільки оцінка розмірності дозволяє відрізнити шум від корисного сигналу, а також виявити особливості зміни фону в пунктах реєстрації. Передбачається, що при відсутності сигналу фоновий шум випадковий, тому повинен мати порівняно високу розмірність. У присутності сигналу запис буде мати більш низьку розмірність.

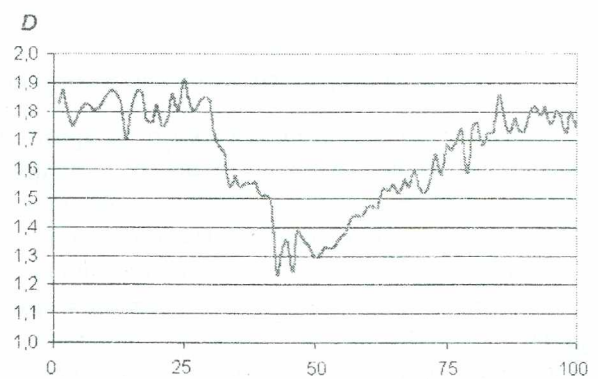
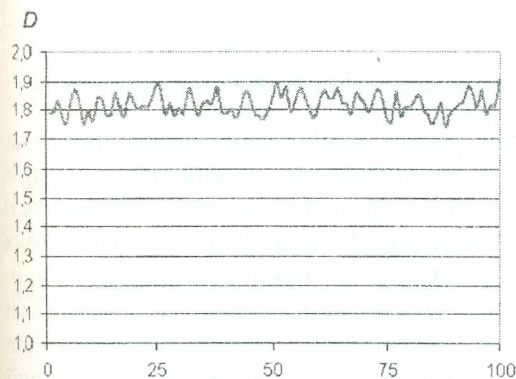
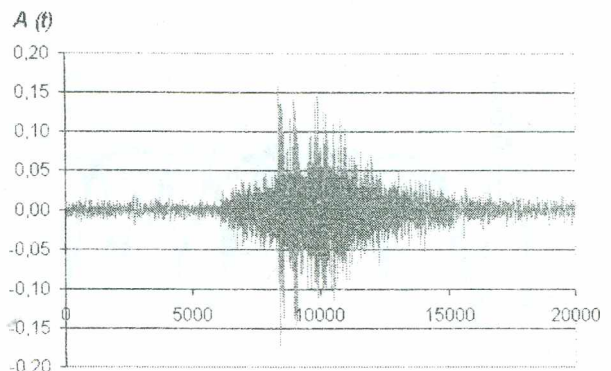
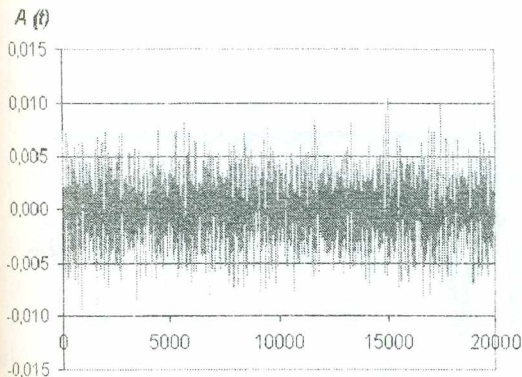
З розглянутих методів визначення розмірності один з найбільш доцільних для аналізу геофізичних часових рядів – метод нормованого розмаху.

На рис. 2 представлені результати застосування апарата фрактальної розмірності як викривача сейсмічних сигналів. На рис. 2, а представлені дані вимірювальної інформації сейсмічного методу при відсутності сигналу і відповідне йому значення розмірності. При цьому фон характеризується високим значенням розмірності ($D_{cp} = 1,84$).

На рис. 2, б – вимірювальна інформація від землетрусу в зоні Вранча (румунська частина Карпат) 21.01.2004 з магнітудою $M = 3,7$, зареєстрована сейсмічною станцією, яка розташована в Малинському районі Житомирської області. Як видно, вступ сейсмічного сигналу вказується різким зменшенням значення розмірності. При цьому перше зменшення розмірності викликане P -хвилею (середнє значення розмірності $D_{cp} = 1,56$), друге зменшення обумовлене S -хвилею (середнє значення розмірності $D_{cp} = 1,33$).

На рис. 2 в і г представлені фрагменти вимірювальної інформації, отримані в результаті моделювання шляхом додавання при різних співвідношеннях сигнал/шум для випадків а і б рис. 2. При цьому фонове значення (рис. 2, а) не змінювалося, а сигнальна частина (рис. 2, б) бралася з коефіцієнтами 0,1 і 0,05 відповідно (при більшому зменшенні сигнальної частини зміна розмірності візуально не виділялася). Зміні сигнальної складової відповідала зміна магнітуди землетрусу із зазначеного району від 3,7 (при 1:1) до 2,5 (при 1:0,05).

Як бачимо з наведеного аналізу реальних і модельних даних, застосування розмірностного апарата дозволяє виявляти (виділяти) сейсмічні сигнали в широкому діапазоні амплітуд. При цьому розглянутий апарат дає можливість виділити основні фази сейсмічного сигналу та оцінити його тривалість, що, у свою чергу, дозволяє оцінити дальність до сейсмічного джерела (епіцентрально відстань) і провести попередню ідентифікацію сейсмічної події (землетрус або вибух).



а)

б)

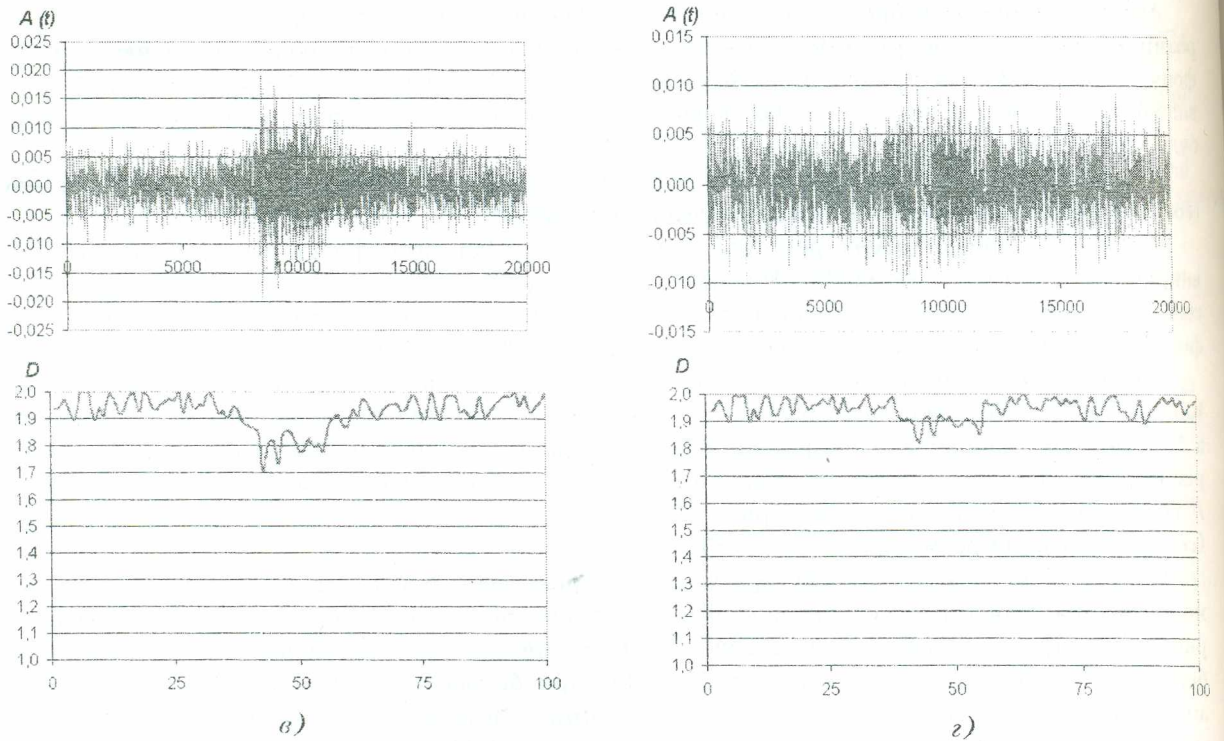


Рис. 2. Залежність значення розмірності хвилових форм для різних відносин сигнал/шум: а – фонове значення; б – землетрус у зоні Вранча; в – змодельований хвиловий фрагмент при сигнал*0,1/шум*1; г – при сигнал*0,05/шум*1

Реалізований на основі розмірного апарата викривач не дозволяє розпізнати інші фази сейсмічного сигналу (в даному випадку об'ємні й поверхневі хвилі L_r та L_g) поки продовжується попередня (в даному випадку S).

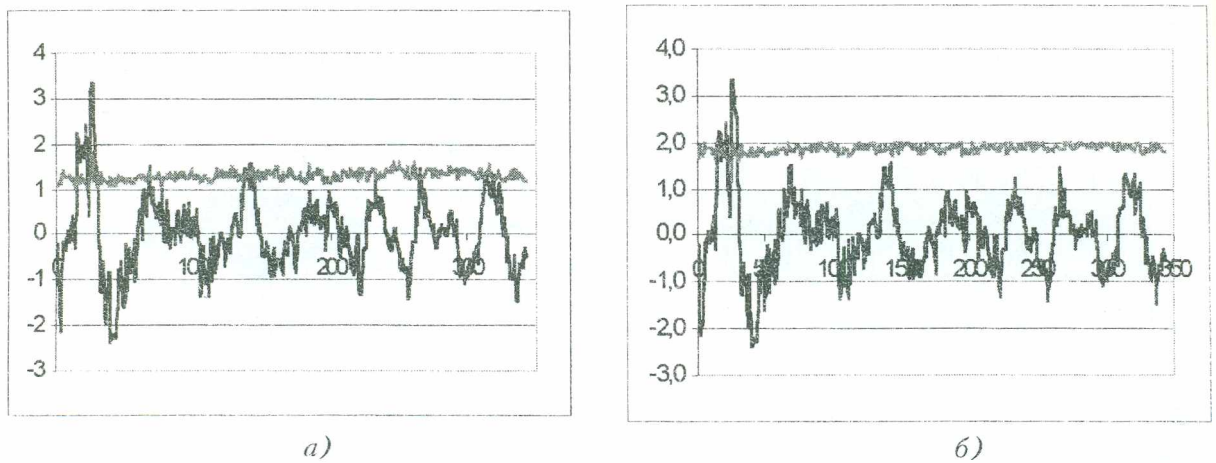


Рис. 3. Залежність значення розмірності хвилових форм від «умов» спостереження

При реалізації фрактального апарата для аналізу стану геофізичних полів особливе значення має параметр σ . У цьому випадку параметр σ може характеризувати рівень фону в пункті реєстрації (рівень фонові обстановки). На рис. 3 представлені значення розмірності для однієї і тієї ж часової реалізації для різного значення параметра σ (при різних умовах прийому). При цьому для першого випадку (рис. 3, а) аналіз проводився для значення σ характерного для пункту спостереження, розташованого в Малинському районі Житомирської області (ПС1), а для другого випадку (рис. 3, б) – значення σ характерного для сейсмоакустичного комплексу, встановленого на Українській антарктичній станції ак. Вернадський (ПС2).

Як аналізований фрагмент використовувалися результати вимірювань акустичного методу, зареєстрованого сейсмоакустичним комплексом на УАС.

Як видно, для першого випадку при обробці вимірювальної інформації з використанням параметрів, характерних для ПС1, – хвильовий фрагмент має невелике значення розмірності ($D_{cp} = 1,3$). Це обумовлюється низьким рівнем фонові обстановки, тому аналізована вибірка, яка є фонові для ПС2 при обробці для ПС1, характеризується меншим значенням розмірності і може бути виділена засобами обробки як сигнальна частина. На рис. 4 представлений змодельований варіант сигналограми, оброблений з використанням параметрів, характерних для ПС1. Як перша частина сигналограми використовувалися фонові вимірювання, зареєстровані на ПС1 а другу – фонові вимірювання на ПС2. При цьому значення розмірності зменшилося з $D = 1,61$ до $D = 1,35$.

У той же час, розмірність хвильового фрагмента, розрахована при його обробці для ПС2, має велике значення (рис. 3, б), тобто характерного для фонові значення даного регіону ($D_{cp} = 1,8$).

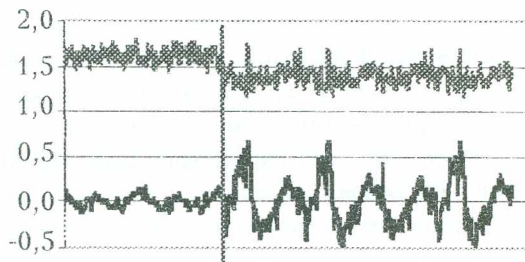


Рис. 4. Зміна фонові обстановки в районі ПС та відповідні значення розмірності

Як бачимо, апарат фрактальної розмірності можна застосовувати як аналізатор фону в районі пункту спостереження. При цьому фонові обстановка на кожному ПС може бути охарактеризована своїм значенням σ -параметра.

Таким чином, можна зробити наступні висновки:

- при реалізації розмірнісних методів аналізу необхідно використовувати той вид розмірності, який найбільш інформативний для рішення конкретної задачі;
- сигнали складної форми можна привести до скалярної міри, яка характеризує розмірність хвильового фрагменту;
- аналіз розмірностей геофізичних часових рядів дозволяє виділяти сигнали і фонові зміни в пункті реєстрації, при цьому враховуються особливості пункту реєстрації;
- простота реалізації і невеликі вимоги до обчислювальних ресурсів роблять метод фрактальної розмірності найбільш ефективним на етапі перед викривача – тобто виділення ділянок запису для наступної більш детальної, а відповідно більш ресурсомісткий обробки.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Паркер Т.С., Чжуа Л.О. Введення в теорію хаотичних систем для інженерів // ТИИЭР, Т. 75. – № 8. – 1989.
2. Федер Е. Фрактали. М.: Світ, 1981.
3. Шустер Г. Детермінований хаос. М.: Мир. – 1988. 240 с.
4. Manderbrot B.B. The Fraktal Geometry Of Nature. – N.Y.: Freeman, 1982.
5. Кроувер Р.М. Фрактали і хаос у динамічних системах. – М: Постмаркет, 2000.

ГОРДІЄНКО Юрій Олексійович – інженер відділу науково-дослідницького випробувального Головного центру спеціального контролю Національного космічного агентства України.

Наукові інтереси:

- обробка геофізичної інформації;
- фрактальний аналіз, детермінований хаос.

E-mail: ua_gordienko@ukr.net

Подано 01.03.2004