

УДК 621.391

І.А. Пількевич, к.т.н., доц.
Відокремлений підрозділ Європейського університету в м. Житомир

МАТЕМАТИЧНИЙ ОПИС РОЗСІЮВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОЇ ХВИЛІ НА ОКРЕМОМУ ДИПОЛІ ПРИ ШИРОКОСМУГОВОМУ ЗОНДУВАННІ

У статті запропонована методика математичного опису розсіювання електромагнітної хвилі на окремому диполі при широкосмуговому зондуванні. Розподіл струму по диполі знаходиться за допомогою методу квазірішень, запропонованого акад. А.М. Тіхоновим. Отримані результати співпадають з експериментальними даними. Викладається методика математичного опису поляризаційної матриці розсіювання окремого диполя.

Постановка задачі

У даній час накопичений незначний експериментальний матеріал щодо оцінок характеристик хмари дипольних відбивачів (ХДВ) за результатами натурних досліджень. До того ж наявна натурна інформація має невисоку вірогідність, оскільки розробка методу експериментального оцінювання характеристик ХДВ знаходиться на початковій стадії розвитку [1]. У зв'язку з цим особливо важливе значення для одержання характеристик сигналів, відбитих від хмари диполів, набувають методи модельного експерименту.

Математична модель – це наближений опис якого-небудь явища або класу явищ зовнішнього світу, виражений за допомогою математичної символіки. Сьогодні математичні моделі майже не використовують емпіричного матеріалу. Вони цілком замкнуті, а емпіричні результати залучаються на останньому етапі апробації моделей [2]. Аналіз математичної моделі дозволяє проникнути в сутність явищ.

Моделювання сигналів, відбитих від хмари диполів, містить у собі як початковий етап розв'язання електродинамічної задачі розсіювання плоскої монохроматичної хвилі на тонкому ідеально провідному циліндрі кінцевої довжини. Методика розв'язання цієї задачі полягає у знаходженні закону розподілу струму за всією довжиною диполя при заданих його геометричних параметрах, орієнтації в просторі і параметрів поля, що опромінює [3].

Розсіювання на окремому тонкому проводі досліджувалось теоретично, з одного боку Ван Флеком та ін. [4], з другого – в працях Кінга [5] і Дайка та Кінга [6]. Розподіл струму, що збуджується в проводі полем падаючої плоскої хвилі довільної орієнтації, визначався наближеним вирішенням інтегрального рівняння. Основний член в отриманому виразі для струму підставлявся в інтеграл, який визначав електричне поле в далекій зоні, а потім розраховувалась величина перерізу зворотного розсіювання. Обидва методи відрізняються головним чином видом нульового наближення для струму, що використовувався, та методами подальшого розрахунку інтегралів. Результати, що отримані за допомогою обох методів, співпадають один з одним і з експериментальними значеннями. Однак отримані результати не можуть бути використані для моделювання сигналу відбитого від ХДВ.

Тому в статті запропонований простий метод вирішення поставленої задачі, що використовує методи розв'язання некоректно поставлених задач, які запропоновані акад. А.М. Тіхоновим [7], [8].

Оператор розсіювання тонкого ідеально провідного диполя при широкосмуговому зондуванні

Помістимо початок умовної системи координат XYZ у середину диполя (рис. 1), при цьому вісь Z направимо по його осі. Розкладемо вектор падаючого електричного поля на нормальну і тангенціальну складові відносно поздовжньої осі диполя. Струм у диполі збуджуватиметься тангенціальною складовою. При цьому нормальна складова (у силу тонкості диполя) на розподіл струму не впливатиме.

Тангенціальна складова електричного поля на початку координат дорівнюватиме:

$$E_z^i = E_0 \cos \alpha \sin \theta, \quad (1)$$

де E_0 – амплітуда повного вектора падаючого поля.

Тоді для довільної точки, що лежить на осі Z , падаюче поле відрізнятиметься деякою фазою:

$$\dot{E}_z^i = E_0 \cos \alpha \sin \theta e^{jkz \cos \alpha}, \quad (2)$$

яка враховує занізнювання сигналу відносно початку координат.

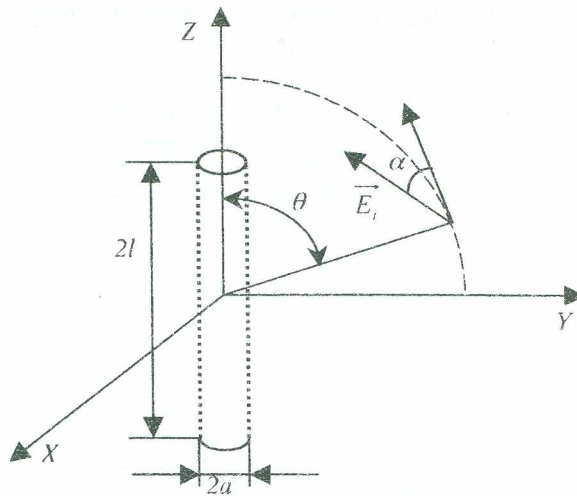


Рис. 1

Вектор Герца як векторний потенціал (що майже те саме), створюваний у довільній точці простору з радіусом-вектором \vec{R} , наведеним у диполі струмом $\dot{I}(z)$, обчислюватиметься за формулою:

$$\dot{\Pi}_z^s(z) = \frac{1}{4\pi j \omega \epsilon} \int_{-l}^l \dot{I}(z') \frac{e^{-jkR}}{R} dz', \quad (3)$$

де інтегрування по всій довжині диполя фізично означає підсумовування елементарних полів, створюваних у кожній елементарній ділянці зі струмом на диполі в припущенні, що кожна елементарна ділянка створює в заданій точці сферичну хвилю зі своєю амплітудою і фазою.

Підставою для знаходження результуючого поля у вигляді суми полів елементарних джерел є лінійний характер рівнянь Максвелла.

Між компонентою вектора Герца, що колінасна до осі Z, і аналогічною компонентою вектора напруженості електричного поля, за визначенням, існує зв'язок [9]:

$$\dot{E}_z^s = \frac{\partial^2 \dot{\Pi}_z^s}{\partial z^2} + k^2 \dot{\Pi}_z^s, \quad (4)$$

де $k = 2\pi/\lambda$ – хвильове число.

З урахуванням цього зв'язку розсіяне електричне поле з його збудливим струмом на диполі пов'язується співвідношенням:

$$\dot{E}_z^s = \frac{1}{4\pi j \omega \epsilon} \int_{-l}^l \dot{I}(z') \left(k + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \frac{e^{-jkR}}{R} dz'. \quad (5)$$

Падаюче електричне поле з наведеним струмом пов'яжемо за допомогою граничних умов для тангенціальної складової електричного поля на ідеально провідній поверхні. Ці умови характеризуються відсутністю сумарного електричного поля ідеального провідника так, що падаюча і відбита хвиля будуть рівні за модулем і протифазні – взаємно компенсують один одного.

Якщо розглядати поле на поверхні провідника, то замість модуля радіуса-вектора довільної точки R слід використовувати відстань від початку координат до точки на поверхні диполя

$$r = \sqrt{a^2 + (z - z')^2}. \quad (6)$$

Дорівнюючи до нуля компоненту E_z повного поля, тобто падаючого плюс відбитого, приходимо до інтегрального рівняння, що пов'яже падаюче електричне поле зі струмом, що наводиться ним, на диполі

$$E_0 \cos \alpha^i \sin \theta^i e^{jkz \cos \theta} = \frac{jk^2}{4\pi \epsilon} \int_{-l}^l \dot{I}(z') \left(1 + \frac{1}{k^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \frac{e^{-jkz}}{r} dz'. \quad (7)$$

Розв'язуючи це лінійне інтегральне рівняння Фредгольма I роду, одержуємо закон розподілу комплексних амплітуд струму і з його допомогою за формулою (5) розраховуємо відбите поле в заданій точці простору. Залежність ефективної поверхні розсіювання окремого диполя від частоти представлена на рис. 2 (результати математичного моделювання – суцільна лінія, результати експерименту – точки).

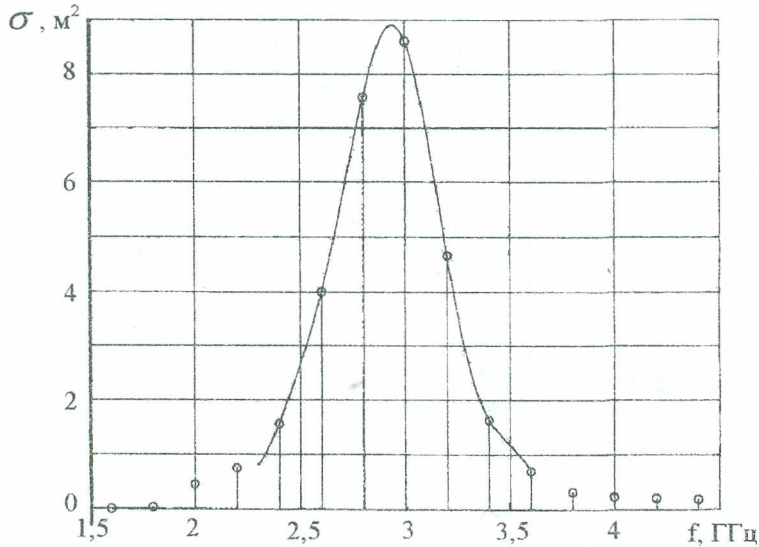


Рис. 2

Аналіз рисунка показує, що результати розрахунків співпадають з експериментальними даними. Тому отримані результати можуть бути використані при моделюванні сигналу, відбитого від окремого диполя.

Поляризаційна матриця розсіювання диполя

Для одержання елементів поляризаційної матриці розсіювання (ПМР) досить згадати, що вони являють собою коефіцієнти відображення на поляризаціях заданого базису, тобто чисельно дорівнюють амплітудам відбитого поля при опроміненні одиничними ортами базису. Якщо кут нахилу в картинній площині γ , а до картинної площини φ , то відповідність між кутами φ, γ і θ, α буде таким: $\theta = \pi/2 - \varphi$;

$$\alpha(1) = -\gamma \quad \text{(для першого орта)}$$

і

$$\alpha(2) = -(\pi/2 + \gamma) \quad \text{(для другого орта)}.$$

Здійснюючи заміну кутів α і θ на γ й φ у формулах (5) і (7), можна прийти до явного аналітичного виразу для розрахунку елементів ПМР диполя на заданій частоті:

$$\dot{S} = \frac{\cos \varphi^i \cos \varphi^s}{\sqrt{4\pi \cdot \omega \epsilon}} \int_{-1}^1 \dot{I}_\varphi(z) \left(k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) e^{-jkz \sin \varphi^s} dz \cdot e^{j\pi} \begin{pmatrix} \cos \gamma^i \cos \gamma^s & \sin \gamma^i \cos \gamma^s \\ \cos \gamma^i \sin \gamma^s & \sin \gamma^i \sin \gamma^s \end{pmatrix}, \quad (8)$$

де індекси при кутах γ і φ означають:

i – параметр падаючої хвилі; s – відбитої.

Аналізуючи вираз для ПМР диполя (8), бачимо, що залежність від частоти опромінення спостерігається тільки в загальному для всієї матриці множителі, тобто поляризаційні властивості диполя від частоти не залежать.

Разом з матрицею розсіювання на кожній зафіксованій монохроматичній хвилі маємо поляризаційно-частотну характеристику розсіювання у вигляді матриці передатних функцій:

$$\dot{K}(\omega) = \begin{pmatrix} \dot{K}_{11}(\omega) & \dot{K}_{12}(\omega) \\ \dot{K}_{21}(\omega) & \dot{K}_{22}(\omega) \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Матриця передатних функцій дозволяє зв'язати амплітудно-частотний спектр детермінованого зондувального сигналу з довільною спектральною структурою з амплітудно-частотним спектром розсіяного поля лінійним перетворенням:

$$\dot{\vec{F}}^s(\omega) = \dot{K}(\omega)\dot{\vec{F}}^i(\omega), \quad (10)$$

де $\dot{\vec{F}}^i(\omega)$ і $\dot{\vec{F}}^s(\omega)$ – вектор амплітудно-частотних спектрів зондувального і відбитого сигналу відповідно.

Зв'язок між падаючим і відбитим сигналом у часовій області, тобто зв'язок між їхніми миттєвими значеннями, одержуємо, застосовуючи обернене перетворення Фур'є до обох частин рівняння (10). Цей зв'язок виражається матричним рівнянням у вигляді згортки:

$$\dot{u}^s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(t-\tau)\dot{u}^i(\tau)d\tau, \quad (11)$$

де матриця імпульсних характеристик $H(v)$ пов'язана з матрицею передатних функцій $K(\omega)$ перетворенням Фур'є:

$$\dot{H}(v) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K(\omega)e^{j\omega v} d\omega. \quad (12)$$

Таким чином, використовуючи методику розрахунку матриці розсіювання диполя відповідної монохроматичної хвилі довільної частоти, можна одержати оператор розсіювання, лінійно єднальні зондувальні і відбиті сигнали з довільним спектром.

Висновки

1. Знаходження закону розподілу струму за всією довжиною диполя можливе тільки при розв'язанні інтегрального рівняння Фредгольма першого роду, а ця задача є некоректно поставленою.

Розподіл струму доцільно знаходити за допомогою методу квазірішень.

2. Залежність елементів поляризаційної матриці розсіювання окремого диполя від частоти опромінюючого сигналу спостерігається тільки в загальному для всієї матриці множинку.

Поляризаційні властивості диполя від частоти не залежать.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Пількевич І.А. Результати експериментальних досліджень коефіцієнтів кореляції ефективної поверхні розсіювання хмари диполів і амплітуд відбитих від них сигналів // Проблеми створення, випробування, застосування та експлуатації складних інформаційних систем: Збірник наукових праць. – Житомир: ЖВІРЕ, 2004. – Вип. 7. – С. 132–142.
2. Основы научных исследований: Учебное пособие. – К.: Изд-во Европ. Ун-та, 2002. – 110 с.
3. King P., Тай-Цзунь У. Рассеяние и дифракция электромагнитных волн: Пер. с англ. / Под ред. Э.Л. Бурингейна. – М.: Изд-во ин. литературы, 1962. – 193 с.
4. Van Vleck J.H., Bloch F., Hamermesh M., Journ. Appl. Phys., 18, 124 (1947).
5. King K.W.P., Theory of Linear Antennas. – Harvard University Press, Cambridge, 1956. – Ch. 4.
6. Dike S. H., King D.D., Proc.IRE., 40, 853 (1952); 41, 926 (1953).
7. Васильева А.Б., Тихонов Н.А. Интегральные уравнения. – М.: МГУ, 1989. – 156 с.
8. Морозов В.А. Методы регуляризации неустойчивых задач. – М.: МГУ, 1987. – 216 с.
9. Радіотехніка: Енциклопедичний навчальний довідник: Навч. Посібник / За ред. Ю.Л. Мазора, Є.А. Мачуського, В.І. Правди. – К.: Вища шк., 1999. – 838 с.

ПІЛЬКЕВИЧ Ігор Анатолійович – кандидат технічних наук, декан факультету інформаційних систем та технологій Відокремленого підрозділу Європейського університету в м. Житомирі.

Наукові інтереси:

- математичне моделювання складних систем;
- обробка радіолокаційної інформації на фоні перешкод.

E-mail: office@eu.zt.ua

Подано 23.03.2004