УДК 681.5

Е.П.Ушаков, к.т.н.
Вінницький інститут регіональної економіки та управління

МЕТОД СИНТЕЗУ АЛГОРИТМУ СИСТЕМ ПАРАМЕТРИЧНИХ ОЦІНОК НЕСТАЦІОНАРНИХ ДИНАМІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ КЕРУВАННЯ

Розроблений метод знаходження алгоритму системи параметричних оцінок (параметричної ідентифікації) у відмінності від методів допоміжного оператора дає можливість без попередніх перетворень перейти до синтезу оптимального закону керування в термінах простору станів. Враховуються початкові умови вектора стану і спрощується процедура синтезу і побудови систем ідентифікації.

Останнім часом у різних галузях промисловості, наприклад в енергетиці, хімії, машинобудуванні, біології, космічній, авіаційній і ракетній техніці досить гостро стають питання розробки математичного забезпечення систем оцінки (ідентифікації) параметрів стохастичних об'єктів керування в умовах їхнього нормального функціонування. Принципи ідентифікації знайшли досить широке застосування при розв’язанні задач розпізнавання образів, прийняття рішень, автоматичного контролю і технічної діагностики об'єктів, синтезу адаптивних систем керування та багатьох інших [1–6]. У зв'язку з такою широкою сферою застосування методів ідентифікації, а також у зв'язку із широким розвитком засобів обчислювальної техніки, у даний час назріла необхідність розробки методів алгоритмічного синтезу необхідних для розв’язання задач перебування математичного забезпечення і структур систем оцінки станів об'єктів керування в параметричному та фазовому просторі.

Використання таких методів алгоритмічного синтезу систем оцінки станів об'єктів керування на етапі проектування дозволить значно скоротити терміни проектування та впровадження розроблювальних систем, а також зменшити витрати матеріальних ресурсів на їхньому виготовленні.

При побудові адаптивних систем оптимального керування нестаціонарними багатомірними об'єктами з нецілком відомими динамічними властивостями виникає необхідність параметричних оцінок об'єкта з метою визначення перехідної матриці стану.

Розглянутий у [7] підхід до визначення перехідної матриці стану відрізняється оригінальністю обраних рішень і хорошою збіжністю, однак зі збільшенням розмірності об'єкта керування такий підхід приводить до значного ускладнення технічної реалізації, що накладає визначених труднощів для практичної реалізації й обмежує його застосовність для багатомірних об'єктів керування.

У даній роботі розглядається подальша конкретизація питань, пов'язаних з розробкою методів синтезу алгоритмів параметричних оцінок нестаціонарних динамічних об'єктів керування, представлених у просторі станів.

Розглянемо багатомірний лінійний нестаціонарний об'єкт керування, рівняння стану якого має вигляд:

$$\dot{X}(t) = A(t)X(t) + B(t)U(t)\,, \tag{1}$$

де $X(t)$ – вектор стану об'єкта; $U(t)$ – вектор керування; $A(t), B(t)$ – безперервні диференційні, що залежать від часу матриці параметрів об'єкта керування, розмірності $m \times m$ і $m \times l$ відповідно.

Для вирішення задачі ідентифікації параметрів використовуємо самонастроювальну модель об'єкта з рівнобіжним включенням, рівняння стану якої задамо у вигляді:

$$\dot{X}_M(t) = A_M(t)X(t) + B_M(t)U(t)\,, \tag{2}$$

де $X_M(t)$ – вектор стану моделі об'єкта; $A_M(t), B_M(t)$ – матриці параметрів моделі, що настроюються, розмірності $m \times m$ і $m \times l$ відповідно.

Метою параметричної ідентифікації є таке настроювання параметрів моделі, щоб вони наближалися до дійсних значень параметрів об'єкта керування. Близькість параметрів моделі до параметрів об'єкта будемо оцінювати інтегральним критерієм якості:

$$J[\xi(t)] = \frac{1}{t}\int_0^T \xi(t) Q \xi^T(t) d(t), \tag{3}$$

де Q – позитивно визначена матриця; $\xi(t)$ – вектор помилки неузгодженості вихідних сигналів об'єкта і моделі, значення якого у загальному випадку визначається виразом:

$$\xi(t) = X(t) - X_M(t), \tag{4}$$

де $$X_M(t) = \Phi_M(t,t_0)X_M(t_0) + \int_{t_0}^{t_1} \Phi_M(t,t_0) \times B_M(t)U(t)dt\,. \tag{5}$$

У (5) $X_M(t_0)$ – вектор початкового стану моделі об'єкта, а $\Phi_M(t,t_0)$ – перехідна матриця стану моделі, обумовлена згідно з [8] виразом:

$$\Phi_M(t,t_0) = e^{A_M(0)(t_1-t_0)}, \tag{6}$$

де $\Phi_M(0)$ – початкове значення матриці параметрів моделі, що настроюється.

Розглядаючи процес визначення параметрів як багатокроковий ітераційний процес, рішення задачі синтезу алгоритму параметричних оцінок будемо шукати в класі стаціонарних систем.

Припускаючи квазістаціонарність об'єкта керування на інтервалі

$$nT_1 \le t \le (n+1)T_1, \tag{7}$$

де $t = t_1 - t_0$, перехідну матрицю стану (6) будемо шукати методом розкладання експонентної функції в ступеневий ряд [9].

Користуючись теоремою розкладання аналітичної функції в ряд Тейлора [9], можна показати, що при $|x-a|<r \quad f(x) = \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{1}{\nu!} f^{\nu}(a)(x-a)^{\nu}$.

Тут за визначенням 0!=1 і $f^0(x) = f(a)$. Дане розкладання зберігає силу, якщо скалярний аргумент замінити матрицею A_i, характеристичні числа C_i, що лежать усередині кола збіжності

$$f(A) = \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{1}{\nu!} A^{\nu};\ |C_i| < r;\ (i = 1,2,.,m). \tag{8}$$

Тоді відповідно до цієї теореми можна представити вираз (6) у вигляді:

$$\Phi_M(t_1,t_0) = e^{A_M(0)(t_1-t_0)} = \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{A_M(0)}{\nu!}(t_1-t_0)^{\nu}, \tag{9}$$

де $A_M^0(0) \overset{\Delta}{=} I$, $0! \overset{\Delta}{=} 1$.

З огляду на накладені обмеження квазістаціонарності (7), а також ітераційний процес визначення параметрів, перехідна матриця стану в загальному випадку буде мати вигляд:

$$\Phi_M(nT_1) = \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{[A_M(0) + \sum_{n=1}^{N} \Delta A_M(n-1)T_1]}{\nu!} t^{\nu}. \tag{10}$$

Число членів ряду (9), з достатньою для практики точністю, можна обмежити порядком досліджуваного об'єкта. Тоді ця умова буде гарантувати те, що елементи одного рядка матриці $\Phi_M(nT_1)$ безпосередньо залежать від відповідних елементів матриці A_M. Цей рядок назвемо особливим рядком. Елементи інших (нижніх) рядків будуть являти собою нелінійні комбінації елементів матриці A_M, де

$$A_M(nT_1) = A_M(0) + \sum_{n=1}^{N} \Delta A_M(n-1)T_1 =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \ \cdot \ \cdot \ \cdot & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \cdot & \ddots & \cdot \\ 0 & \cdot & \ddots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \ddots & \cdot \\ 0 & 0 & & 1 \\ -a_{m_M}(0) + \sum_{n=1}^{N}[\Delta a_{m_M}]_n & -a_{(m-1)_M}(0) + \sum_{n=1}^{N}[\Delta a_{(m-1)_M}]_n & \cdot \ \cdot \ \cdot & -a_{1_M}(0) + \sum_{n=1}^{N}[\Delta a_{1_M}]_n \end{bmatrix} \tag{11}$$

Якщо обмежити число членів ряду (9) порядком об'єкта m, то особливим рядком матриці $\Phi_M(nT_1)$ буде перший:

$$\Phi_M(nT_1) = \left[[1 - \frac{a_{m_M}}{m!} t^m][t - \frac{a_{m-1_M}}{m!}] \ldots | \frac{t^{m-1}}{(m-1)!} - \frac{a_{1_M}}{m!} t^m \,| \right]. \tag{12}$$

Якщо обмежити (m – 1)-м членом, то особливим рядком є другий:

$$
\Phi_{M}(nT_1)=\begin{bmatrix}
1 & t & & \dfrac{t^{m-1}}{(m-1)!} \\
-\dfrac{a_{m_M}}{(m-1)!}t^{(m-1)} & [1-\dfrac{a_{(m-1)_M}}{(m-1)!}t^{(m-1)}] & \cdots & [\dfrac{t^{(m-2)}}{(m-2)!}-\dfrac{a_{1_M}}{(m-1)!}t^{(m-1)}]
\end{bmatrix}. \qquad (13)
$$

Якщо обмежити (m – 2)-м, то особливим рядком є третій рядок:

$$
\Phi_{M}(nT_1)=\begin{bmatrix}
1 & t & \cdots \dfrac{t^{m-2}}{(m-2)!} & 0 \\
0 & 1 & \cdots & \dfrac{t^{m-2}}{(m-2)!} \\
-\dfrac{a_{m}}{(m-2)!}t^{(m-2)} & \dfrac{a_{m-1_M}}{(m-2)!}t^{(m-2)} & \cdots & [\dfrac{t^{(m-3)}}{(m-3)!}-\dfrac{a_{1_M}}{(m-2)!}t^{(m-2)}]
\end{bmatrix}. \qquad (14)
$$

Ідентифікувати параметри необхідно за тим виглядом об'єкта, якому відповідає особливий рядок перехідної матриці стану.

Умовимося, що число членів у розкладанні ряду (9) за ступенями матриці A_M дорівнює порядкові об'єкта, тобто *m*. Тоді згідно з (5) і (11)–(14) вихідний сигнал об'єкта, що відповідає першому рядкові перехідної матриці стану, буде описуватися виразом:

$$
\begin{aligned}
x_{1_M}(t) &= [(1-\frac{a_{m_M}}{m!}t^m)x_{10}+(t-\frac{a_{m-1_M}}{m!}t^m)x_{20}+(\frac{t^2}{2!}-\frac{a_{m-2_M}}{m!}t^m)x_{30}+ \\
&+\ldots+(\frac{t^{m-1}}{(m-1)!}-\frac{a_{1_M}}{m!}t^m)x_{m0}]+\int_{nT_1}^{(n+1)T_1}\{[(1-\frac{a_{m_M}}{m!}t^m)b_{11_M}+(t-\frac{a_{m-1_M}}{m!}t^m)b_{12_M}+ \\
&+(\frac{t^2}{2!}-\frac{a_{(m-2)_M}}{m!}t^m)b_{31_M}+\ldots+(\frac{t^{m-1}}{(m-1)!}-\frac{a_{1_M}}{m!}t^m)b_{m_M}]U+[(1-\frac{a_{m_M}}{m!}t^m)b_{12_M}+ \\
&+(t-\frac{a_{(m-1)_M}}{m!}t^m)b_{22_M}+(\frac{t^2}{2!}-\frac{a_{(m-2)_M}}{m!}t^m)b_{32_M}+\ldots+(\frac{t^{m-1}}{(m-1)!}-\frac{a_{1_M}}{m!}t^m)b_{m2_M}]U_2+ \\
&+\ldots+[(1-\frac{a_{m_M}}{m!}t^m)b_{1l_M}+(t-\frac{a_{(m-1)_M}}{m!})b_{2l_M}+(\frac{t^2}{2!}-\frac{a_{(m-2)_M}}{m!})\times b_{3l_M}+ \\
&+\ldots+(\frac{t^{m-1}}{(m-1)!}-\frac{a_{1_M}}{m!}t^m)b_{ml_M}]U_e(t)dt; \\
[\frac{da_{i_M}(t)}{dt}]_{n+1} &= -\frac{2}{T_1}\lambda_{a_i}\int_{nT_1}^{(n+1)T_1}[x_1(t)-x_{1_M}(t)]_n\times\frac{\partial[x_{1_M}(t)]_n}{\partial a_{i_M}(t)}dt; \\
[\frac{db_{j_M}(t)}{dt}]_{n+1} &= -\frac{2}{T_1}\lambda_{b_j}\int_{nT_1}^{(n+1)T_1}[x_1(t)-x_{1_M}(t)]_n\times\frac{\partial[x_{1_M}(t)]_n}{\partial b_{j_M}(t)}dt,
\end{aligned} \qquad (15)
$$

де

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial[x_{1_M}(t)]_n}{\partial a_{i_M}(t)} &= \frac{t^m}{m!}x_{1_M}(t_0)+\int_{nT_1}^{(n+1)T_1}\frac{t^m}{m!}\sum_{k=1}^{q}b_{j_k}U_k(t)dt; \\
\frac{\partial[x_{1_M}(t)]_n}{\partial b_{j_k}(t)} &= \int_{nT_1}^{(n+1)T_1}(1-\frac{a_{i_M}}{m!}t^m)U_k(t)dt.
\end{aligned} \qquad (16)
$$

Підставивши значення часткових похідних з (16) у (15), отримаємо:

$$
\begin{aligned}
[\frac{da_{i_M}(t)}{dt}]_{n+1} &= -\frac{2}{T_1}\lambda_{a_i}\int_{nT_1}^{(n+1)T_1}\{\xi_1(t)[\frac{t^m}{m!}x_{i_M}(t_0)+\int_{nT_1}^{(n+1)T_1}\frac{t^m}{m!}\sum_{k=1}^{q}b_{j_{kM}}U_k(t)dt]\}_n dt, \\
[\frac{db_{j_k}(t)}{dt}]_{n+1} &= -\frac{2}{T_1}\lambda_{b_j}\int_{nT_1}^{(n+1)T_1}\{\xi_1(t)\int_{nT_1}^{(n+1)T_1}(1-\frac{a_{i_M}}{m!}t^m)U_k(t)dt\}_n dt.
\end{aligned} \qquad (17)
$$

Отримані вирази описують швидкість зміни параметрів моделі об'єкта.

З огляду на ітераційний процес визначення параметрів, після закінчення настроювання параметри моделі будуть визначатися виразами:

$$[a_{i_м}]_n = a_{i_м}(0) + \sum_{n=1}^{N}[\Delta a_{i_м}]_{n-1}, \quad [b_{j_м}]_n = b_{j_{км}}(0) + \sum_{n=1}^{N}[\Delta b_{j_{км}}]_{n-1}, \tag{18}$$

де $a_{i_м}(0), b_{j_{км}}(0)$ – параметри моделі об'єкта в момент початку роботи системи ідентифікації, що вибираються довільно у вигляді кінцевих значень, відмінних від нуля; $\Delta a_{i_м}$, $\Delta b_{j_{км}}$ – збільшення i-го та j-го параметрів моделі об'єкта на n-му кроці ідентифікації, що з урахуванням виразів (18) визначаються у вигляді:

$$\begin{aligned} [\Delta a_{i_м}]_{n+1} &= -\frac{2}{T_1}\lambda_{a_i}\int\limits_{nT_1}^{(n+1)T_1} dt \int\limits_{nT_1}^{(n+1)T_1}\{\xi_1(t)[\frac{t^m}{m!}x_{i_м}(0) + \int\limits_{nT_1}^{(n+1)T_1}\frac{t^m}{m!}\sum_{k=1}^{q} b_{j_{км}}U_k(t)dt]\}_n dt, \\ [\Delta b_{j_{км}}]_{n+1} &= -\frac{2}{T_1}\lambda_{b_{jk}}\int\limits_{nT_1}^{(n+1)T_1} dt \int\limits_{nT_1}^{(n+1)T_1}\{\xi_1(t)\int\limits_{nT_1}^{(n+1)T_1}(1-\frac{a_{i_м}}{m!}t^m)U_k(t)dt\}_n dt. \end{aligned} \tag{19}$$

Отримані вирази (18)–(19) являють собою математичну модель і алгоритм функціонування системи параметричних оцінок нестаціонарного об'єкта керування.

Розроблений метод знаходження алгоритму системи параметричних оцінок (параметричної ідентифікації), у відмінності від методів допоміжного оператора й існуючого допоміжного оператора [10], дає можливість без попередніх перетворень перейти до синтезу оптимального закону керування в термінах простору станів. Враховуються початкові умови вектора стану і спрощується процедура синтезу та побудова систем ідентифікації.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Чураков Е.П.* Оптимальные и адаптивные системы. – М.: Энергоатомиздат, 1987.
2. *Атанс М., Фалб П.* Оптимальное управление. – М.: Машиностроение, 1986.
3. *Крутько П.Д.* Обратные задачи динамики управляемых систем. – М.: Наука, 1987.
4. *Згуровский М.З., Подладчиков В.Н.* Аналитические методы калмановской фильтрации для систем с априорной неопределённостью. – К.: Наукова думка, 1995.
5. *Д'Анжело Г.* Линейные системы с переменными параметрами. – М.: Машиностроение, 1974.
6. *Евланов Л.Г.* Контроль динамических систем. – М.: Наука, 1979.
7. *Ушаков Е.П.* Спосіб оцінки перехідної матриці стану нестаціонарних об'єктів керування//Вісник Житомирського державного технологічного університету. – 2003. - №2(26), Т. 2. – С. 227–231.
8. *Дроздов Е.А., Пятибратов А.П.* Основы построения и функционирования вычислительных систем. – М.: Энергия, 1973.
9. *Бусленко Н.П.* Моделирование сложных систем. – М.: Наука, 1978.
10. *Ли Р., Маркус Л.* Основы оптимального управления. – М.: Наука, 1972.

УШАКОВ Едуард Павлович – кандидат технічних наук, завідувач кафедри кібернетики Вінницького інституту регіональної економіки та управління.

Наукові інтереси:
- математичне моделювання елементів та систем управління;
- синтез адаптивних систем управління нестаціонарними процесами;
- ергономіка та людський фактор в системах управління.

Тел.: (0432) 44-75-15; (050) 313-86-70.

E-mail: eushakov2002@ukr.net ,
eushakov2002@mail.ru ,
eushakov2002@yahoo.com .

Подано 10.11.2003.

Ушаков Е.П. Метод синтезу алгоритму систем параметричних оцінок нестаціонарних динамічних об'єктів керування.

Ушаков Э.П. Метод синтеза алгоритма систем параметрических оценок нестационарных динамических объектов управления.

Ushakov E.P. Way of an estimation of a transitive matrix of a condition non-stationary objects of control

УДК 681.5
Метод синтезу алгоритму систем параметричних оцінок нестаціонарних динамічних об'єктів керування / Е.П. Ушаков
Розроблений метод знаходження алгоритму системи параметричних оцінок (параметричної ідентифікації) у відмінності від методів допоміжного оператора дає можливість без попередніх перетворень перейти до синтезу оптимального закону керування в термінах простору станів. Враховуються початкові умови вектора стану і спрощується процедура синтезу і побудова систем ідентифікації.

УДК 681.5
Метод синтеза алгоритма систем параметрических оценок нестационарных динамических объектов управления / Э.П. Ушаков
Разработанный метод нахождения алгоритма системы параметрических оценок (параметрической идентификации) в отличие от методов вспомогательного оператора даёт возможность без предварительных преобразований перейти к синтезу оптимального закона управления в терминах пространства состояний. Учитываются начальные условия вектора состояния и упрощается процедура синтеза и построение систем идентификации.

UDC 681.5
Method of synthesis of algorithm of systems of parametrical estimations of non-stationary dynamic objects of control / E.P.Ushakov
The developed method of a finding of algorithm of system of parametrical estimations (parametrical identification) as against methods of the auxiliary operator enables without preliminary transformations to proceed to synthesis of the optimum law of management in the terms of space of condition. The entry conditions of a vector of a condition are taken into account and the procedure of synthesis and construction of systems of identification becomes simpler.