

УДК 681.518

І.В. Зімчук, к.т.н.  
В.І. Іщенко, к. т. н., доц.  
С.В. Водоп'ян, к.т.н.

Житомирський військовий інститут радіоелектроніки ім. С.П. Корольова

### МЕТОДИКА СИНТЕЗУ АЛГОРИТМІВ ЦИФРОВОГО УПРАВЛІННЯ ДЛЯ АВТОМАТИЧНИХ СИСТЕМ З ДИФЕРЕНЦІЙНИМ ЗВ'ЯЗКОМ

Викладено методику синтезу алгоритмів цифрового управління для автоматичних систем з диференційним зв'язком. Теоретичну основу методики складає теорія інваріантності. Наводиться приклад з результатами математичного моделювання.

Підвищення вимог до точності систем автоматичного управління (САУ) приводить до необхідності удосконалення як виконавчих елементів, так і елементів регулятора. У зв'язку з цим на практиці все більше застосовують цифрові регулятори, які дозволяють досягти високих показників якості управління [2], [7].

Одним з ефективних методів підвищення динамічної точності систем управління є введення в них диференційного зв'язку. Це пояснюється тим, що в таких системах відсутнє протиріччя між умовами стійкості та точності [3], [7]. Структурна схема цифрової САУ з диференційним зв'язком наведена на рис. 1.

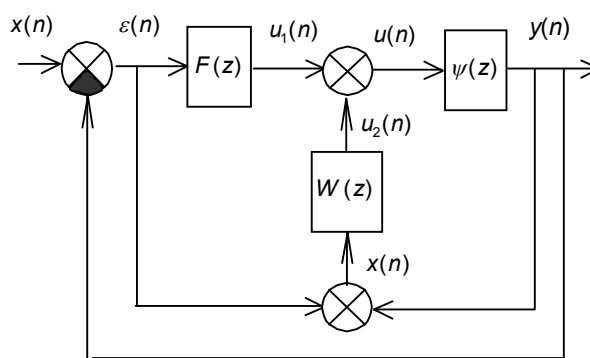


Рис. 1

На схемі введено наступні позначення:  $F(z)$  та  $W(z)$  – оператори управління за помилкою  $\varepsilon(n)$  та за вхідною дією  $x(n)$ ;  $\psi(z)$  – передаточна функція об'єкта управління;  $y(n)$  – вихідна дія;  $u_1(n)$ ,  $u_2(n)$  та  $u(n)$  – відповідні сигнали управління.

В роботі [7] показано, що для забезпечення інваріантності помилки САУ відносно вхідної дії передаточна функція корегуючої ланки повинна відповідати виразу:

$$W(z) = \frac{1}{\psi(z)}. \quad (1)$$

Однак, реалізувати  $W(z)$  за виразом (1) фізично неможливо через те, що виникає необхідність реалізації оператора випередження, тобто визначення майбутнього значення вхідної дії  $x(n+1)$  в момент формування сигналу управління. Тому оператор розімкненого контура управління  $W(z)$  синтезують з умови підвищення точності в сталому режимі, тобто з умови квазіінваріантності [7].

Так, в роботі [7] викладено методику синтезу корегуючого пристрою за допомогою частотних характеристик, що робить процедуру синтезу досить складною та громіздкою. В [8] розглянуто можливість досягнення повної інваріантності в САУ з комбінованим принципом управління за допомогою штучного введення в ланку вхідної дії постійної затримки, що є суттєвим недоліком таких систем. В роботі [6] розглянуто лише принципи побудови цифрових комбінованих САУ, при цьому порядок синтезу операторів управління не викладений. В [1] викладено синтез цифрових систем з використанням стохастичного комбінованого управління. При цьому для визначення операторів управління необхідно вирішувати нелінійне поліноміальне рівняння, що здійснюється при накладанні ряду

У зв'язку з цим, метою роботи є розробка методики синтезу операторів управління в цифрових системах автоматичного управління з диференційним зв'язком.

Задача синтезу ставиться наступним чином. Припускається, що на вхід цифрової САУ в дискретні моменти часу  $t = nT$  надходить вхідна дія, яка описується поліномом наступного виду:

$$x(n) = x(n-1) + \sum_{i=1}^N \Delta^i x(n-1) \frac{T^i}{i!}, \quad (2)$$

де  $T$  – інтервал часової дискретизації;

$\Delta^i x(n-1)$  –  $i$ -та різниця від вхідної дії  $x(n-1)$ .

Дискретна передаточна функція об'єкта управління вважається відомою:

$$\psi(z) = \frac{\psi_1(z)}{\psi_2(z)}.$$

Необхідно визначити порядок синтезу операторів замкнутого та розімкненого контурів управління відповідно:

$$F(z) = \frac{F_1(z)}{F_2(z)}, \quad (3)$$

$$W(z) = \frac{W_1(z)}{W_2(z)}. \quad (4)$$

Критерій якості подано третьою формою умов інваріантності помилки систем відносно вхідної дії [3]:

$$K_e(z)x(n) = 0, \quad K_e(z) \neq 0, \quad x(n) \neq 0, \quad n \rightarrow \infty, \quad (5)$$

де  $K_e(z)$  – передаточна функція системи за помилкою.

Оператор замкнутого контура управління  $F(z)$  може бути заданий апріорно, або визначений будь-яким відомим методом [2], [4], [5], [6]. Пропонується використовувати метод “трьох поліномів” [6]. Даний метод дозволяє синтезувати стійкі САУ з заданою динамічною точністю. Згідно з методом передаточна функція алгоритму управління за помилкою визначається за виразом:

$$F(z) = \frac{C(z) - A(z)}{A(z)\psi(z)}, \quad (6)$$

де  $C(z)$  – характеристичний поліном системи;

$A(z)$  – поліном, який визначає точність системи та розраховується з третьої форми умов інваріантності.

Оператор розімкненого контура управління визначається за допомогою передаточної функції за помилкою. Для системи, що наведена на рис. 1, вказана передаточна функція відповідає виразу [3]:

$$K_e(z) = \frac{1 - \psi(z)W(z)}{1 + \psi(z)F(z)}. \quad (7)$$

Звідки

$$[1 - \psi(z)W(z)]x(n) = [1 + \psi(z)F(z)]\varepsilon(n).$$

Для забезпечення інваріантності помилки  $\varepsilon(n)$  відносно вхідної дії  $x(n)$  необхідно, щоб виконувалась умова:

$$[1 - \psi(z)W(z)]x(n) = 0, \quad (8)$$

але

$$[1 - \psi(z)W(z)] \neq 0, \quad x(n) \neq 0, \quad n \rightarrow \infty. \quad (9)$$

Через те, що передаточна функція  $W(z)$  не може розраховуватись за виразом (1) в такому вигляді, то, для реалізації умови (9), оператор розімкненого контура управління визначимо у вигляді:

$$W(z) = \frac{\psi_2(z) + G(z)}{\psi_1(z)}, \quad (10)$$

де  $G(z)$  – деякий невідомий поліном, призначений для компенсації вільних доданків у  $\psi_2(z)$ .

Тоді рівняння (8) набуде вигляду:

$$\left[ 1 - \frac{\psi_1(z)}{\psi_2(z)} \frac{\psi_2(z) + G(z)}{\psi_1(z)} \right] x(n) = 0.$$

Після перетворень отримаємо:

$$\left[ -\frac{G(z)}{\psi_2(z)} \right] x(n) = 0.$$

Отримане рівняння буде правильним, якщо

$$[-G(z)]x(n) = 0, \quad (11)$$

де  $G(z) \neq 0$ ;

$x(n) \neq 0$ .

Вираз (11) являє собою третю форму умов інваріантності помилки системи відносно вхідної дії [3] і дозволяє визначити поліном  $G(z)$ , загальний вигляд якого наступний:

$$G(z) = (1 - z^{-1})^{N+1} \left( 1 + \sum_{i=1}^M g_i z^{-i} \right), \quad (12)$$

де  $N$  – порядок вхідної дії;

$g_i$  – коефіцієнти полінома.

Визначений поліном  $G(z)$  дає змогу розраховувати передаточну функцію корегуючого регулятора  $W(z)$ .

При відомих  $F(z)$  та  $W(z)$  алгоритм управління матиме вигляд:

$$u(n) = u_1(n) + u_2(n), \quad (13)$$

де  $u_1(n) = F(z)\varepsilon(n)$ ,

$u_2(n) = W(z)x(n)$ .

Якщо оператор  $W(z)$  визначається за виразом (10), співвідношення (7) для передаточної функції за помилкою набуде вигляду:

$$K_\varepsilon(z) = \frac{-G(z)F_2(z)}{\psi_1(z)F_1(z) + \psi_2(z)F_2(z)}.$$

Поліном  $G(z)$  у чисельнику виразу (12) свідчить про підвищення порядку астатизму і, як наслідок, про виконання обраного критерію якості (вираз (5)).

Таким чином, запропонована методика синтезу цифрових САУ з диференційним зв'язком визначається наступними положеннями.

1. Синтез оператора замкненого контура управління  $F(z)$  за виразом (6).
2. Визначення компенсаційного полінома  $G(z)$  відповідно до виразу (12).
3. Розрахунок передаточної функції розімкненого контура управління  $W(z)$  за виразом (10).
4. Визначення алгоритму управління динамічним об'єктом відповідно до виразу (13).

Порядок синтезу комбінованої САУ розглянемо на прикладі. Модель об'єкта управління подана передаточною функцією:

$$\psi(p) = \frac{\alpha}{p(b + p)},$$

де  $\alpha$ ,  $b$  – коефіцієнти, які залежать від параметрів об'єкта управління;

$p$  – оператор Лапласа.

Вхідна дія описується виразом (2) при  $N = 2$ . Необхідно синтезувати комбіновану САУ, для якої в сталому режимі  $\varepsilon(n) = 0$ .

Розв'язок. За допомогою таблиць [2] визначається дискретна передаточна функція об'єкта управління:

$$\psi(z) = \frac{c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2}}{(1 - z^{-1})(1 - d_2 z^{-1})},$$

де  $c_1 = \frac{\alpha}{b^2} (bT - 1 + d_2)$ ;

$c_2 = \frac{\alpha}{b^2} (1 - B - bTd_2)$ ;

$d_2 = e^{-bT}$ .

Для забезпечення стійкості системи та можливості досягнення високих показників якості перехідного процесу оператор замкненого контура управління  $F(z)$  синтезується другого порядку астатизму за виразом (6). При визначених за допомогою методу [6] поліномах

$$A(z) = (1 - z^{-1})^2,$$

$$C(z) = (1 - Q_1 z^{-1})(1 - Q_2 z^{-1}),$$

передаточна функція  $F(z)$  набуває вигляду:

$$F(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}},$$

$$\text{де } a_0 = \frac{2 - Q_1 - Q_2}{c_1};$$

$$a_1 = \frac{d_2 Q_1 + d_2 Q_2 - 2d_2 + Q_1 Q_2 - 1}{c_1};$$

$$a_2 = \frac{d_2(1 - Q_1 Q_2)}{c_1};$$

$$b_1 = \frac{c_2 - c_1}{c_1};$$

$$b_2 = -\frac{c_2}{c_1}.$$

З виразу (12) розраховується поліном компенсації:

$$G(z) = (1 - z^{-1})^3.$$

На підставі виразу (10) визначається передаточна функція розімкненого контура управління:

$$W(z) = \frac{m_0 + m_1 z^{-1} + m_2 z^{-2}}{1 + n_1 z^{-1}},$$

$$\text{де } m_0 = \frac{2 - d_2}{c_1};$$

$$m_1 = \frac{d_2 - 3}{c_1};$$

$$m_2 = \frac{1}{c_1};$$

$$n_1 = \frac{c_2}{c_1}.$$

З рівняння (13) розраховується алгоритм комбінованого управління безперервною частиною:

$$u_1(n) = a_0 \varepsilon(n) + a_1 \varepsilon(n-1) + a_2 \varepsilon(n-2) - b_1 u_1(n-1) - b_2 u_1(n-2);$$

$$u_2(n) = m_0 x(n) + m_1 x(n-1) + m_2 x(n-2) - n_1 u_2(n-1);$$

$$u(n) = u_1(n) + u_2(n).$$

Оцінка ефективності синтезованої САУ проводилась шляхом математичного моделювання на ПЕОМ. Дослідження проводилось при наступних умовах:  $Q_1 = 0,95$ ;  $Q_2 = 0,95$ ;  $\alpha = 3,2 \frac{\text{Paд}}{\text{Bc}^2}$ ;  $b = 2c^{-1}$ ;  $T = 0,1c$ . Результати моделювання у вигляді зміни помилки управління з часом при одиничній  $x(n) = 1$ , лінійній  $x(n) = 5nT$  та квадратичній  $x(n) = 2(nT)^2$  вхідних діях наведені на рис. 2, 3 та 4 відповідно.

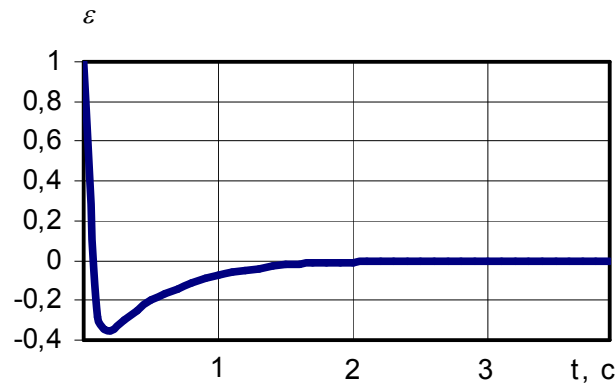


Рис. 2

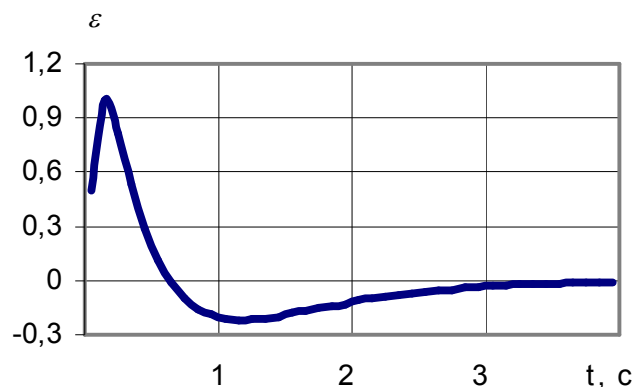


Рис. 3

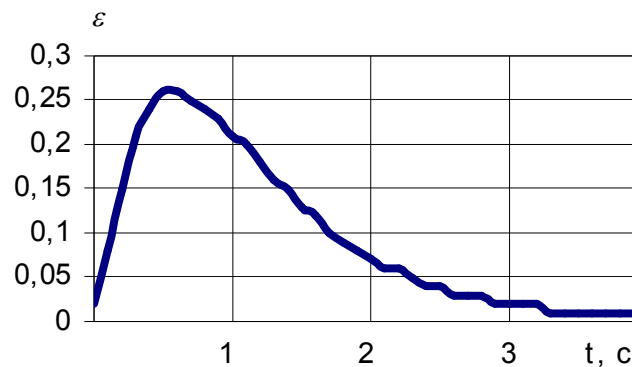


Рис. 4

З отриманих результатів видно, що при розглянутих вхідних діях синтезований алгоритм комбінованого управління забезпечує в сталому режимі нульову динамічну помилку.

Таким чином, результати математичного моделювання підтвердили теоретичні розрахунки та показали високу ефективність алгоритму комбінованого управління, який синтезовано за викладеною методикою синтезу цифрових систем управління з диференційним зв'язком.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. *Водоп'ян С.В., Пушкар'юв Ю.О., П'ясовський Д.В.* Методика розрахунку фільтра оцінювання в радіотехнічних слідкуючих системах з динамічним об'єктом // Вісник ЖІТІ / Технічні науки. – 1998. – № 7. – С. 150–154.
2. *Гостев В.И., Стеклов В.И., Склярченко С.Н.* Оптимальные системы управления с цифровыми регуляторами: Справочник.- К.: КИРЦ «Сенс», 1995. – 484 с.
3. *Зайцев Г.Ф., Стеклов В.К.* Комбинированные следящие системы. – К.: Техніка, 1978. – 263 с.
4. *Изерман Р.* Цифровые системы управления: Пер. с англ. – М.: Мир, 1984. – 541 с.

5. Куо Б. Теория и проектирование цифровых систем управления: Пер. с англ. – М.: Машиностроение, 1986. – 448 с.
6. Пушкарёв Ю.А. Анализ и синтез дискретных систем оценивания.- Житомир: ЖВУРЭ ПВО, 1985. – 326 с.
7. Созонник Г.Д., Стеклов В.К. Цифровые системы управления. – К.: Техніка, 1991. – 191 с.
8. Федоров С.М. Автоматические системы с цифровыми вычислительными машинами. – М.: Энергия, 1965. – 308 с.

ЗІМЧУК Ігор Валерійович – кандидат технічних наук, викладач Житомирського військового інституту радіоелектроніки ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:

– адаптивні алгоритми оцінювання для сучасних інформаційно-керуючих систем.

Тел.: 41-58-63

ЩЕНКО Володимир Іванович – кандидат технічних наук, доцент, начальник кафедри Житомирського військового інституту радіоелектроніки ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:

– алгоритми оцінювання та управління для сучасних інформаційно-керуючих систем.

ВОДОП'ЯН Сергій Васильович – кандидат технічних наук, начальник відділу Житомирського військового інституту радіоелектроніки ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:

– алгоритми оцінювання та управління для сучасних інформаційно-керуючих систем.

Подано 20.11.2003

**Зімчук І.В., Іщенко В.І., Водоп'ян С.В.** Методика синтезу алгоритмів цифрового управління для автоматичних систем з диференційним зв'язком

**Зимчук И.В., Ищенко В.И., Водопьян С.В.** Методика синтеза алгоритмов цифрового управления для автоматических систем с дифференциальной связью

**Zimchouk I.V., Ishchenko V.I., Vodopiav S.V.** Technique of synthesis of the algorithms of control for automatic systems with differential connection

УДК 681.518

**Методика синтезу алгоритмів цифрового управління для автоматичних систем з диференційним зв'язком / І.В.Зімчук, В.І.Іщенко, С.В.Водоп'ян**

Викладено методику синтезу алгоритмів цифрового управління для автоматичних систем з диференційним зв'язком. Теоретичну основу методики складає теорія інваріантності. Наводиться приклад з результатами математичного моделювання.

УДК 681.518

**Методика синтеза алгоритмов цифрового управления для автоматических систем с дифференциальной связью / И.В.Зимчук, В.И.Ищенко, С.В.Водопьян**

Изложено методику синтеза алгоритмов цифрового управления для автоматических систем с дифференциальной связью. Теоретическую основу методики составляет теория инвариантности. Приводится пример с результатами математического моделирования.

УДК 681.518

**Technique of synthesis of the algorithms of control for automatic systems with differential connection / Zimchouk I.V., Ishchenko V.I., Vodopiav S.V.**

Technique of synthesis of the algorithms of control for automatic systems with differential connection is produced. Theory invariance make a theoretical principles of the technique. Work example and simulation results are presented.