УДК 621.396.664

М.В. Коваленко, д.т.н., проф.
В.В. Воротніков, викл.
Житомирський військовий інститут радіоелектроніки ім. С.П. Корольова

АЛГОРИТМ ГРУПУВАННЯ ПРОСТОРУ ОЗНАК ТЕХНІЧНИХ СТАНІВ СКЛАДНИХ ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ

У статті запропоновано вирішення задачі вибору узагальнених параметрів для контролю працездатності складного технічного об'єкта на етапі проектування його системи контролю. Групування простору ознак складної інформаційної системи здійснюється за допомогою методу головних компонент (МГК). Наведено переваги застосування МГК для задач встановлення стану технічного об'єкта з урахуванням визначених кореляційних зв'язків між параметрами.

В даний час працездатність складних технічних об'єктів, як правило, оцінюється за результатами аналізу статистичної інформації про стан його підсистем, одержуваної в ході процесу контролю первинних параметрів.

За результатами аналізу приймається рішення про технічний стан об'єкта контролю. Для складних інформаційних систем (СІС), що працюють в реальному масштабі часу, детальний аналіз вимірюваної інформації здійснюється, як правило, після закінчення процесу контролю. В результаті ідентифікація аварійних ситуацій технічного об'єкта проходить із запізненням.

Аналіз [1], [2], [3] свідчить про те, що для вирішення задачі контролю працездатності технічного стану в СІС формуються вимоги до параметрів призначення складних систем в технічних завданнях (ТЗ) і документації як показники якості та допуски на них:

$$K_{jH} \le K_j \le K_{jB},\ j = 1, 2, \ldots, m, \tag{1}$$

де K_{jH}, K_{jB} – відповідно нижня та верхня границі зміни j-го показника якості.

Виконання умови (1) досягається, з одного боку, за рахунок використання високо-надійних (і отже, дорогих) комплектуючих елементів та їх резервування, а з іншоого, – за рахунок організації контролю (керування показниками якості).

Перший шлях далеко не завжди прийнятний, тому що призводить до різкого зростання ціни апаратури.

Більш актуальним є другий шлях. Для виконання умови (1) за рахунок організації контролю формується вектор контрольованих параметрів (ознак технічних станів об'єкта):

$$X = (X_1, X_2, \ldots, X_n)^T .$$

Для взаємозв'язку між показниками якості (вектор $K = (K_1, K_2, \ldots, K_j, \ldots, K_m)^T$ і первинними параметрами необхідна наявність моделі об'єкта функціонування підсистем СІС [1], [2], [3]:

$$Y = \varphi(X, B)\,, \tag{2}$$

де $B = (B_1, B_2, \ldots, B_n)$ – вектор, що характеризує чинники зовнішніх умов в момент експлуатації та проведення контролю працездатності СІС. Якщо безпосередньо параметри вектора X не піддаються вимірам, то здійснюється перехід до контрольованих характеристик (2).

Остаточно співвідношення (1–2) утворюють модель системи контролю СІС за первинними параметрами.

При аналізі великої кількості статистичних даних, особливо в умовах роботи в реальному масштабі часу, виникає потреба у зменшенні оброблюваної інформації без втрати або при незначній втраті самої інформації. Враховуючи те, що СІС містить велику кількість контрольованих параметрів, доцільно, щоб інформація про технічний стан СІС зосереджувалася в деяких узагальнених параметрах (УП). Актуальною передбачається задача зменшення розмірності початкових даних, що характеризують технічний стан об'єкта контролю.

В статистиці ця задача відома як задача зменшення ознакового простору об'єкта або як задача стиснення інформації [4], [5]. Її вирішують за допомогою методів дисперсійного або факторного аналізу.

Факторний аналіз, як і метод дисперсійного аналізу, – метод головних компонент (МГК), дозволяє зменшити вимірність ознакового простору СІС. Ці методи є ефективними способами дослідження взаємозв'язків між первинними параметрами. Основна розбіжність між ними полягає у тому, що головні компоненти є лінійними функціями від первинних параметрів, а факторний аналіз подає кореляційну структуру матриці вхідних змінних у термінах латентної (гіпотетичної) моделі.

Крім того, факторний аналіз, на відміну від МГК, не дає однозначного вирішення задачі тому, що представлення кореляційної матриці факторами можна здійснити нескінченним числом способів – ортогональне перетворення матриці вхідних даних призводить до нової факторизації [5].

Задачу зменшення вимірності ознакового простору СІС пропонується вирішити за допомогою МГК.

Для вирішення задачі задамося початковими даними:

вхідною матрицею первинних параметрів $X(n \times m)$, (де n – кількість первинних параметрів; m – кількість вимірів) як вибіркою випадкових величин:

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & \dots & x_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{n1} & \dots & x_{nm} \end{pmatrix},$$

з багатовимірним сумісним розподілом та знайдемо структурну залежність між первинними параметрами у вигляді лінійної комбінації вхідних даних, що включені до узагальнених параметрів U_j:

$$U_j = \sum_{l=1}^{p} v_l \cdot X_l + \xi_l, \; p<n, \tag{3}$$

де v_l – коефіцієнти лінійної моделі;

ξ_l – некорельовані похибки засобів вимірювань по кожному первинному параметру з нульовим математичним очікуванням $M(\xi_l) = 0$ та однаковою дисперсією $D(\xi_l) = \sigma_\xi^{\,2}$;

p – кількість первинних параметрів, включених до узагальненого параметра U_j.

Для цього з матриці вхідних даних $X(n \times m)$ знаходяться вектори середніх значень $\overline{X}$ та середньоквадратичних відхилень σ_x первинних параметрів складної інформаційної системи:

$$\overline{X} = \left(\overline{X}_1, \overline{X}_2, \dots, \overline{X}_n\right), \tag{4}$$

де $\overline{X}_i = \dfrac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} x_{ik}$ – середнє значення i-ого первинного параметра, i = 1, n;

$$\sigma_x = \left(\sigma_{x1}, \sigma_{x2}, \dots, \sigma_{xn}\right), \tag{5}$$

де $\sigma_{xi} = \sqrt{D_i}$ – середньоквадратичне відхилення вимірювань i-ого первинного параметра;

$$D_i = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n}\left(X_j - \overline{X}_i\right)^2}$$ – дисперсія вимірювань i-ого первинного параметра.

Враховуючи те, що МГК ґрунтується на стандартизації змінних [5], введемо припущення, що сумісний розподіл первинних параметрів – багатовимірний нормальний. Доцільність такого припущення обумовлена насамперед тим, що лінійні комбінації нормально розподілених первинних параметрів мають, в свою чергу, нормальний розподіл та визначаються вектором середніх значень та кореляційною матрицею [6].

З метою стандартизації змінних введемо стандартизовані змінні Z_i [4]:

$$Z_i = (X_{ij} - \overline{X}_i) \cdot D_i. \tag{6}$$

Тоді вираз (3) подамо як:

$$U_j = \sum_{l=1}^{p} v_l \cdot Z_l + \xi_l, \; p<n, \tag{7}$$

де v_l – власний вектор, який задовольняє системі рівнянь, поданій у матричній формі запису:

$$(Z^T \cdot Z - K \cdot I) \cdot V = 0, \tag{8}$$

де $Z^T \cdot Z$ – кореляційна матриця;

I – одинична діагональна матриця;

K – характеристичні корені рівняння (8).

Знаходження характеристичних коренів рівняння (8) є рішенням задачі побудови лінійної моделі головних компонент.

Для прикладу використання методу головних компонент для зменшення розмірності матриці даних розглянемо випадковий вектор $X[X_1, X_2]$ з однаковими дисперсіями $D_1 = D_2 = D_x$ і коваріаційною матрицею

$$R_x = M[(X - \overline{X})(X - \overline{X})^T] = D_x \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix}, \tag{9}$$

де ρ – коефіцієнт кореляції величин X_1 та X_2.

Знайдемо відносну похибку відновлення початкового вектора X за значеннями узагальненого параметра U.

Для побудови лінійної моделі узагальненого параметра U з виразу (8) знайдемо характеристичні корені рівняння.

Враховуючи те, що вектор коефіцієнтів моделі V не нульовий [4], рішенням (8) буде:

$$Z^T \cdot Z - K \cdot I = 0. \tag{10}$$

Крім того, для матричної форми запису добуток $K \cdot I$ – є ортогональною матрицею Φ, з елементами φ_i, для скалярного добутку яких вірно [7]:

$$(\varphi_i \times \varphi_j) = \begin{cases} 1, \text{при i} \neq \text{j} \\ 0, \text{при i} = \text{j} \end{cases}. \tag{11}$$

Тоді задача зменшення розмірності ознакового простору є задачею знаходження найкращого лінійного перетворення первинних параметрів за допомогою матриці ортогональних перетворень Φ, при умові їх ортогональності $(\varphi_1, \varphi_2) = \sum_{j=1}^{n} \varphi_{1j}^2 = 1$, що використовується як обмеження у вигляді рівностей та знаходження максимуму функції χ^2 значущості кореляційної матриці $Z^T \cdot Z$.

Для вирішення такої задачі оптимізації зазвичай вводять функцію Лагранжа [8], [9]:

$$L(\varphi) = \varphi_1' \cdot R_x \cdot \varphi_1 - \lambda_1 \cdot (\varphi_1' \cdot \varphi_1 - 1),$$

де λ_1 – множник Лагранжа.

Необхідну умову екстремуму отримаємо, якщо дорівняємо нулю похідну

$$\partial L / \partial \varphi = 2 \cdot (R_X \cdot \varphi - \lambda \cdot \varphi) = 2 \cdot (R_X - \lambda \cdot I) \cdot \varphi = 0,$$

та визначимо вектор матриці R_x:

$$| R_x - \lambda \cdot I | = \left| D_x \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} \right| = \lambda^2 - 2 \cdot D_x \cdot \lambda + D_x^2 \cdot (1 - \rho^2) = 0,$$

$$\lambda_1 = D_x(1 + \rho), \ \lambda_2 = D_x(1 - \rho).$$

Згідно з (8) вирішимо систему рівнянь:

$$[R_x - \lambda \cdot I]\varphi_1 = 0 \quad \text{або} \quad [R_x - \lambda \cdot I]\begin{bmatrix} \varphi_{11} \\ \varphi_{21} \end{bmatrix} = 0,$$

при умові ортогональності компонент $(\varphi_1', \varphi_1) = \varphi_{11}^2 + \varphi_{21}^2 = 1$ отримаємо :

$-\varphi_{11} + \varphi_{21} = 0$, ${\varphi_{11}}^2 + {\varphi_{21}}^2 = 1$. Звідки $\varphi_{11} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\varphi_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Власний вектор визначається як: $\varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\varphi_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$.

Матриця ортогонального перетворення, у такому випадку, має вигляд:

$$\Phi = [\varphi_1, \varphi_2]' = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Матриця Φ переводить вектор X у вектор $U = \Phi' X = [U_1, U_2]$ з незалежними нормальними компонентами U_1 та U_2:

$$U = \Phi' X = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}X_1\\ X_2\end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}X_1 + X_2\\ X_1 - X_2\end{bmatrix}.$$

У вигляді узагальненого параметра обирається перша головна компонента, для якої дисперсія σ_{Ui}^2 найбільша. Якщо $\sigma_{U1}^2 > \sigma_{U2}^2$, стиснення даних здійснюється шляхом відкидання компоненти з меншою дисперсією:

$$\hat{U} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}X_1 + X_2\\ 0\end{bmatrix}. \qquad (12)$$

Оцінка відновленого вектора X:

$$\hat{X} = \Phi'\hat{U} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}X_1 + X_2\\ 0\end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix}X_1 + X_2\\ X_1 + X_2\end{bmatrix}. \qquad (13)$$

Відносна похибка відновлення вектора X за U визначається виразом:

$$D = \frac{\|\Delta X\|^2}{\|X\|^2} = \frac{\sigma_{U2}^2}{\sigma_{U1}^2 + \sigma_{U2}^2} = \frac{D_x(1-\rho)}{D_x(1+\rho+1-\rho)} = \frac{1-\rho}{2}. \qquad (14)$$

Для оцінки запропонованого алгоритму, як початкових даних, розглядалась вибірка з 15 значень трьох первинних параметрів СІС, розподілених за нормальним законом, що мають однакову дисперсію D та коефіцієнт кореляції $\rho = 0.8$ (таблиця 1).

Таблиця 1

X1	6,49	6,49	6,49	6,49	6,49	6,49	6,49	6,49	6,49	6,49	6,49	5,88	6,49	5,58	5,58
X2	-2,63	-2,35	-2,35	-2,35	-2,35	-2,35	-2,35	-2,35	-2,35	-2,35	-2,35	-2,55	-2,35	-2,36	-2,35
X3	-6,57	-6,57	-6,57	-6,83	-6,83	-6,83	-6,83	-6,83	-6,83	-6,83	-7,08	-7,08	-7,08	-7,08	-7,08

Відповідно до розглянутого алгоритму за виразами (12–13) знаходимо відновлені значення змінних X1, X2 та X3. Відновлені значення наведені у таблиці 2.

Таблиця 2

X1	6,494	6,494	6,494	6,490	6,490	6,490	6,490	6,490	6,490	6,490	6,486	6,045	6,406	6,576	6,576
X2	-2,34	-2,21	-2,21	-2,34	-2,34	-2,34	-2,34	-2,34	-2,34	-2,34	-2,36	-2,36	-2,36	-2,36	-2,36
X3	-6,84	-6,70	-6,70	-6,83	-6,83	-6,83	-6,83	-6,83	-6,83	-6,83	-6,95	-6,95	-6,95	-6,95	-6,95

Відносна похибка для теоретичних розрахунків для розглянутого прикладу становить:

$$D = \frac{1-\rho}{2} = \frac{1-0{,}8}{2} = 0{,}1 \ ; \xi = \sqrt{D} = 0{,}316.$$

Значення відносної похибки, що було отримано за результатами моделювання, дорівнює $\xi_{prX1} = 0{,}135$, $\xi_{prX2} = 0{,}272$, $\xi_{prX3} = 0{,}209$ та підтверджується теоретичними розрахунками ($\xi_t = 0{,}316$).

За результатами моделювання було побудовано залежності похибок відновлення векторів X за U за теоретичними (рис. 1) та експериментальними розрахунками (рис. 2).

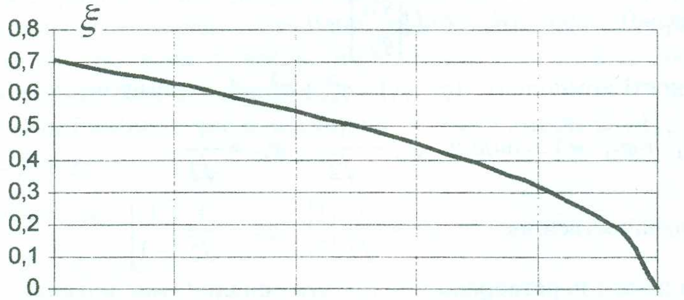

Рис. 1

З аналізу рис.1 видно, що при кореляції між первинними параметрами відносна похибка відновлення значень первинних параметрів за результатами узагальненого не перевищує 0,2. В області середньої кореляції при $0.1 < \rho < 0.9$, похибка ξ змінюється в межах від 0.2 до 0.65.

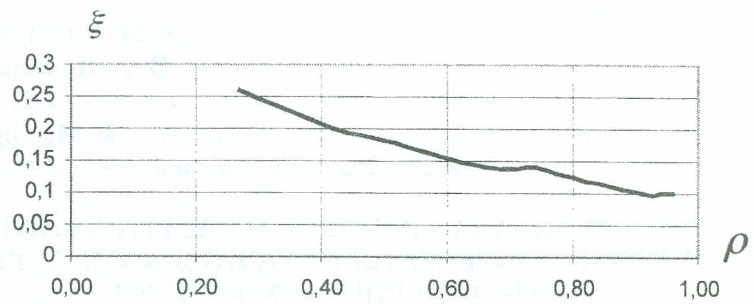

Рис. 2

На рис. 2 подано залежність відносної похибки відновлення векторів X по значеннях головної компоненти U за експериментальними розрахунками. У зв'язку з тим, що кореляція між первинними параметрами величина ймовірна, відносна похибка відновлення досягає свого найбільшого (теоретичного) значення від значення коефіцієнта кореляції лише у виключних випадках.

Загалом застосування алгоритму дає гарні результати при вирішенні задач стиснення інформації від первинних параметрів системи контролю СІС, особливо при тісному зв'язку між початковими даними при $\rho > 0.9$ та однакових похибках однотипних засобів вимірювань. Це дає можливість зменшення кількості контрольованих параметрів при проектуванні систем контролю СІС.

Недоліком розглянутого методу є те, що МГК не інваріантний відносно масштабу шкал вимірювань первинних змінних. Тому, в таких випадках перспективним є перехід до стандартизованих за середньоквадратичним відхиленням параметрів.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Кудрицкий В.Д., Синица М.А., Чинаев П.И.* Автоматизация контроля РЭА. — М.: Советское радио, 1977. – С. 65–83.
2. Надежность и эффективность в технике: Справочник: В 10 Т. Т. 9: Техническая диагностика // Под ред. В.В. Клюева, П.П. Пархоменко. — М.: Машиностроение, 1987. – 350 с.
3. *Коваленко М.В., Воротніков В.В.* Застосування МГВА для вибору узагальнених параметрів при синтезі систем контролю складних інформаційних систем // Вісник ЖІТІ. – № 9. – 1998. – С. 110–116.
4. *Больч Б., Хуань К.Дж.* Многомерные статистические методы для экономики: Пер. с англ.– М.: Статистика, 1979. – 317 с.
5. *Афифи А., Эйзен С.* Статистический анализ. Подход с использованием ЭВМ. – М.: Мир, 1982. – 488 с.
6. *Е.С. Вентцель.* Теория вероятностей. – М.: Мир, 1969. – 576 с.
7. *Ахмед Н., Рао К.Р.* Ортогональные преобразования при обработке цифрофых сигналов: Пер. с англ. – М.: Связь, 1980. – 248 с.
8. *Рейклетис Г., Рейвиндран А., Регсдел К.* Оптимизация в технике: В 2-х кн. Кн. 1.: Пер. с англ.. – М.: Мир, 1986. – 352 с.
9. *Базара М., Шетти К.* Нелинейное программирование: Теория и алгоритмы. – М.: Мир, 1982. – 354 с.

КОВАЛЕНКО Микола Вікторович — доктор технічних наук, професор Житомирського військового інституту радіоелектроніки ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:

– радіотехніка.

ВОРОТНІКОВ Володимир Володимирович — викладач кафедри комп'ютеризованих систем Житомирського військового інституту радіоелектроніки ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:

— моделювання та оцінка технічного стану складних інформаційних систем.

Подано 10.09.2033