

## ІНФОРМАТИКА, ОБЧИСЛЮВАЛЬНА ТЕХНІКА ТА АВТОМАТИЗАЦІЯ

УДК 53.05

Г.Л. Баранов, д.т.н., с.н.с.

В.Г. Хоменко, ст. викл.

*Житомирський військовий інститут радіоелектроніки ім. С.П. Корольова*

### МЕТОДИКА ОЦІНЮВАННЯ КООРДИНАТ ДЖЕРЕЛ СЕЙСМІЧНИХ ЗБУРЕНЬ КУТОМІРНО-ДАЛЕКОМІРНИМ МЕТОДОМ

*Запропоновано методика оцінювання координат джерел сейсмічних збурень за результатами вимірювань азимуту та відстані у двох територіально рознесених пунктах. Методика ґрунтується на застосуванні до обчислень сферичної та сфероїдальної геометричних моделей поверхні Землі та методі Бесселя – відображенні сфероїда на сферу.*

#### Вступ

Однією із задач, що розв'язується в системах сейсмічних спостережень, є задача оцінювання координат джерел сейсмічних збурень. До цих збурень слід віднести землетруси, вибухи у добувних кар'єрах та на випробувальних полігонах іноземних держав, падіння значних за масою небесних тіл та літальних апаратів у результаті катастроф, інші геофізичні явища, які зумовлені внутрішньою активністю Землі та окремими техногенними факторами.

Оцінювання координат джерел сейсмічних збурень може здійснюватися за допомогою різних методів з застосуванням різних геометричних моделей поверхні Землі. Методики оцінювання координат джерел сейсмічних збурень ґрунтуються на застосуванні до обчислень методик оцінювання координат джерел випромінювань кутомірним, далекомірним, різницево-далекомірним та комбінаційними методами [1–4] методик оцінювання координат джерел випромінювань шляхом розв'язання прямої головної геодезичної задачі [5, 6] та методик оцінювання координат джерел сейсмічних збурень за моментами надходження різних типів сейсмічних хвиль у групу пунктів з реалізацією методів просторової обробки результатів вимірювань сейсмічних груп [4]. Для оцінювання координат джерел сейсмічних збурень застосовується одна з найпростіших геометричних моделей поверхні Землі – сфера (середній радіус –  $R_3 = 6371116$  м) та більш точна її геометрична модель – еліпсоїд обертання (сфероїд) Красовського, параметрами якого є [6] велика піввісь  $a = 6378245,00000$  м, мала піввісь  $b = 6356863,01877$  м, ступінь стиску поверхні  $\alpha = \frac{a-b}{a} \approx 1 : 298,3$ .

Перспективним до оцінювання координат джерел сейсмічних збурень є кутомірно-далекомірний метод. Сутність цього методу полягає у визначенні двох геометричних параметрів, що характеризують місце положення джерела збурення, – азимуту та відстані. Оцінювання координат джерел сейсмічних збурень зазвичай зводиться до визначення цих параметрів в одному пункті реєстрації та розв'язання прямої головної геодезичної задачі на сферичній або сфероїдальній геометричній моделі поверхні Землі [5, 6]. Відстань до джерела збурення визначається за годографами зареєстрованих типів сейсмічних хвиль: повздовжньої Р, поперечної S, хвилі Лява, поверхневих та інших типів хвиль, які утворюються внаслідок сейсмічних збурень, азимут на джерело – за співвідношенням амплітуд сигналів двох каналів, що вимірюють складові сейсмічних хвиль у двох взаємно перпендикулярних напрямках горизонтальної площини [7]. Оскільки похибки вимірювання азимутів у пунктах реєстрації мають значення одиниць (інколи десятків) градусів, похибки оцінювання координат джерел сейсмічних збурень значні й за положенням відповідають відстаням у сотні (тисячі) кілометрів. З метою зменшення чисельних значень похибок оцінювання координат джерел сейсмічних збурень можливе визначення азимуту напрямку та відстані до джерела у двох територіально рознесених пунктах. Відстань до джерела збурення пропонується визначати за годографами сейсмічних хвиль (матеріалами спостережень трикомпонентних сейсмічних установок), азимут на джерело – за результатами вимірювань сейсмічних груп [4, 7]. (В останньому випадку азимуту напрямків на джерело визначаються з точністю до десятих частин градуса). Можливі методики такого підходу до оцінювання координат



джерел сейсмічних збурень ґрунтуються на методиках розв'язання головних геодезичних задач на сферичній та сфероїдальній геометричних моделях поверхні Землі.

### 1. Методики розв'язання головних геодезичних задач на сферичній моделі поверхні Землі

Розв'язання головних геодезичних задач на сферичній моделі поверхні Землі може здійснюватись за допомогою різних способів із застосуванням до обчислень теорем сферичної тригонометрії. Як правило, методики розрахунків [1–6], що застосовуються з цією метою, нескладні, але у більшості випадків або не є загальними, або не враховують особливостей їх програмної реалізації на ПЕОМ. У першому випадку виникає необхідність застосування різних математичних формул для обчислення одних і тих самих величин при зміні відносного розміщення точок, що розглядаються (пунктів реєстрації, пункту реєстрації та джерела збурення), при тому ж положення однієї з точок може бути невідомим – його потрібно визначити (пряма головна геодезична задача). У другому випадку алгоритми обчислень на ПЕОМ є громіздкими через наявність великої кількості критичних точок: аргументи тригонометричних функцій, що застосовуються для розрахунків, приймають значення  $0, \pm \frac{\pi}{2}, \pm \pi$ , в процесі програмної реалізації математичних формул з'являється ділення на нуль, нескінченність тощо. У зв'язку з цим нескладна на перший погляд методика розрахунків обумовлює досить об'ємний алгоритм обчислень та досить громіздку його програмну реалізацію [1].

Аналіз числових значень геометричних величин, що надходять до умов розв'язання головних геодезичних задач на сферичній моделі поверхні Землі, аргументів тригонометричних функцій, що застосовуються для розрахунків, меж зміни цих аргументів та їх знаків показує, що розрахунки сферичних довгот точок, азимутів напрямків та відстаней між точками доцільно здійснювати за допомогою функції косинус, розрахунок сферичних широт точок – за допомогою функції синус. У цьому випадку забезпечуються необхідні межі однозначного визначення невідомих величин та прості методики розрахунків.

#### 1.1. Методика розв'язання прямої головної геодезичної задачі на сферичній моделі поверхні Землі

Розглянемо дві точки на поверхні сфери (рис. 1): точку  $Q_1$ , сферичні координати якої  $\lambda_1, \varphi_1$ , та точку  $Q_2$ , сферичні координати якої  $\lambda_2, \varphi_2$  ( $\lambda_1, \lambda_2$  – сферичні довготи,  $\varphi_1, \varphi_2$  – сферичні широти точок). Позначимо сферичну відстань між цими точками як  $\sigma$  ( $\sigma = \frac{R}{R_3}$ , де

$R$  – лінійна відстань між точками), а сферичні азимути напрямків з однієї точки на іншу точку як  $\alpha_1$  та  $\alpha_2$ . Відомими величинами є координати однієї з точок, наприклад точки  $Q_1$  –  $\lambda_1, \varphi_1$ , виміряні відстань  $\sigma$  та кут  $\alpha_1$ . Невідомими величинами є координати іншої точки – точки  $Q_2$  –  $\lambda_2, \varphi_2$ . Ці координати потрібно визначити.

Розв'язання задачі доцільно здійснювати шляхом застосування теореми косинуса сторони сферичного трикутника [8] до сторін трикутника  $Q_1 N Q_2$  (рис. 1) з подальшим аналізом квадрантів кутів  $\lambda_2 - \lambda_1, \alpha_1$  та  $\alpha_2$ . В результаті можна отримати методику обчислень, придатну для будь-якого відносного розміщення точок  $Q_1$  та  $Q_2$ . Послідовність розв'язання задачі з застосуванням цієї методики така.

1. За допомогою формули

$$\sin \varphi_2 = \sin \varphi_1 \cos \sigma + \cos \varphi_1 \sin \sigma \cos \alpha_1 \quad (1)$$

обчислюється сферична широта  $\varphi_2$  точки  $Q_2$ .

2. За формулою

$$\cos(\lambda_2 - \lambda_1) = \frac{\cos \sigma - \sin \varphi_1 \sin \varphi_2}{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2} \quad (2)$$

обчислюється різниця сферичних довгот  $\lambda_2 - \lambda_1$  точок  $Q_2$  та  $Q_1$ . За цією різницею та відомою сферичною довготою  $\lambda_1$  точки  $Q_1$  обчислюється сферична довгота  $\lambda_2$  точки  $Q_2$ .

3. Азимут  $\alpha_2$  напрямку на точку  $Q_1$  із точки  $Q_2$  розраховується за формулою:

$$\cos \alpha_2 = \frac{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_2 \cos \sigma}{\cos \varphi_2 \sin \sigma} \quad (3)$$

Широта  $\varphi_2$  точки  $Q_2$  знаходиться в межах від 0 до  $\pm \frac{\pi}{2}$  радіан, де знак плюс відповідає північній широті, а знак мінус – південній. Тому знак синуса широти  $\varphi_2$  у формулі (1) одночасно визначає і знак широти  $\varphi_2$ . У зв'язку з тим, що відносно положення точок  $Q_1$  та  $Q_2$  може бути різним, для визначення дійсних значень різниці сферичних довгот  $\lambda_2 - \lambda_1$  та азимуту  $\alpha_2$  після розрахунків за формулами (2) та (3) потрібно використовувати табл. 1.1–1.2.

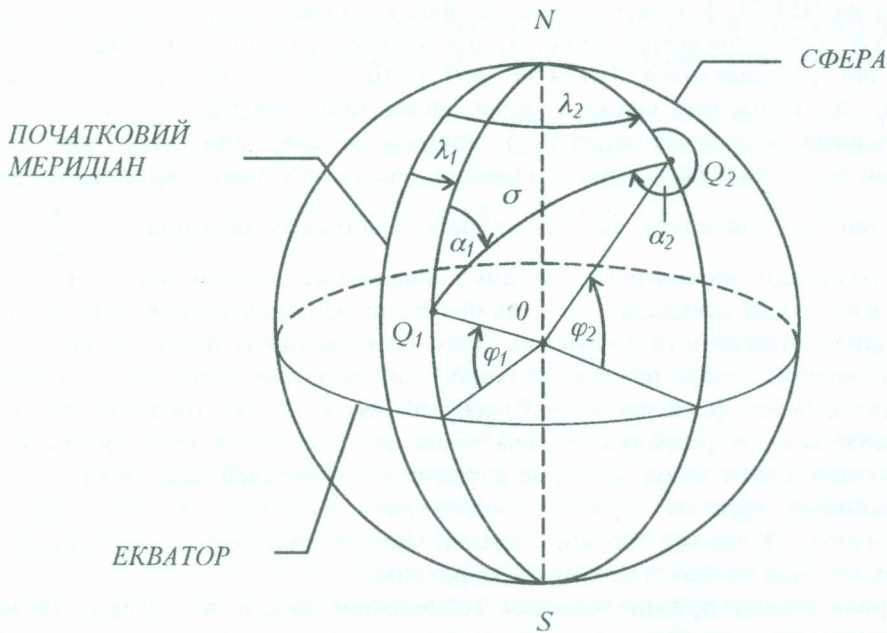


Рис. 1

Таблиця 1.1

Визначення значення кута  $\lambda_2 - \lambda_1$

Значення $\alpha_1$	Значення $\lambda_2 - \lambda_1$
$0 \leq \alpha_1 \leq \pi$	$\lambda_2 - \lambda_1$
$\pi < \alpha_1 < 2\pi$	$-(\lambda_2 - \lambda_1)$

Таблиця 1.2

Визначення значення кута  $\alpha_2$

Значення $\alpha_1$	Значення $\alpha_2$
$0 < \alpha_1 < \pi$	$2\pi - \alpha_2$
$\pi \leq \alpha_1 \leq 2\pi$	$\alpha_2$

У формулі (2) та табл. 1.1 східні довготи відповідають знаку плюс, західні довготи – знаку мінус. Вважається, що довготи змінюються в межах від 0 до  $\pm \pi$  радіан, азимуті – в межах від 0 до  $2\pi$  радіан. Після розрахунків за формулою (2) та застосування таблиці 1.1 доцільне виконання таких умов: якщо сферична довгота  $\lambda_2$  точки  $Q_2$  задовольняє умову  $\lambda_2 > \pi$ , то дійсне значення цієї довготи приймається рівним значенню  $\lambda_2 - 2\pi$ ; якщо виконується умова  $\lambda_2 < -\pi$ , то значення довготи  $\lambda_2$  приймається рівним значенню  $\lambda_2 + 2\pi$ .

**1.2. Методика розв'язання оберненої головної геодезичної задачі на сферичній моделі поверхні Землі**

На сферичній моделі поверхні Землі відомі координати двох точок (рис. 1): точки  $Q_1$  (довгота  $\lambda_1$ , широта  $\varphi_1$ ) та точки  $Q_2$  (довгота  $\lambda_2$ , широта  $\varphi_2$ ). Потрібно визначити сферичну відстань  $\sigma$  (лінійну відстань  $R$ ) між цими точками та сферичні азимуті  $\alpha_1$  та  $\alpha_2$  напрямків із однієї точки на іншу.

Розв'язання задачі здійснюється за допомогою формул:

$$\cos \sigma = \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos (\lambda_2 - \lambda_1) \tag{4}$$

та

$$\cos \alpha_1 = \frac{\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1 \cos \sigma}{\cos \varphi_1 \sin \sigma} \tag{5}$$



Сферична відстань  $\sigma$  обчислюється в радіанах, є додатною і не може бути більшою, ніж  $\pi$  радіан. Тому, якщо значення функції  $\cos\sigma$ , що обчислене за формулою (4), є додатним, то значення відстані  $\sigma$  знаходиться в межах  $0 \leq \sigma \leq \frac{\pi}{2}$ ; якщо ж значення функції  $\cos\sigma$ , обчислене за формулою (4), є від'ємним, то значення цієї відстані знаходиться в межах  $\frac{\pi}{2} < \sigma \leq \pi$ . Дійсне значення азимуту  $\alpha_1$ , що розраховується за формулою (5), визначається за табл. 1.3.

Таблиця 1.3  
Визначення значення кута  $\alpha_1$

Значення $\lambda_2$	Значення $\alpha_1$
$\lambda_2 \geq \lambda_1$	$\alpha_1$
$\lambda_2 < \lambda_1$	$2\pi - \alpha_1$

Практичне застосування формул (4) та (5) потребує попереднього виконання таких умов: якщо різниця сферичних довгот точок  $Q_2$  та  $Q_1$  задовольняє умову  $\lambda_2 - \lambda_1 < -\pi$ , то дійсне значення цієї різниці приймається рівним значенню  $(\lambda_2 - \lambda_1) + 2\pi$ , і якщо виконується умова  $\lambda_2 - \lambda_1 > \pi$ , то значення різниці  $\lambda_2 - \lambda_1$  приймається рівним значенню  $(\lambda_2 - \lambda_1) - 2\pi$ .

Для розрахунку азимуту  $\alpha_2$  напрямку на точку  $Q_1$  із точки  $Q_2$  потрібно використовувати формулу (3) та табл. 1.2.

## 2. Методики розв'язання головних геодезичних задач на сфероїдальній моделі поверхні Землі

Розв'язання задач місцевизначення із застосуванням сфероїдальної моделі поверхні Землі є досить складною математичною задачею. Це пов'язано з тим, що зв'язок між геометричними параметрами сфероїдальної поверхні в елементарних функціях не визначається: досить складно встановити співвідношення між довжиною геодезичної лінії  $S$ , її геодезичним азимутом  $A$  та координатами  $L, B$  точок цієї лінії ( $L$  – геодезична довгота,  $B$  – геодезична широта точок). Тому в задачах місцевизначення діють таким чином [5, 6]. Умови задачі, що задані на сфероїдальній моделі поверхні Землі, переносять на допоміжну геометричну модель поверхні Землі – сферу, розв'язують задачу місцевизначення на сферичній моделі поверхні Землі, а потім здійснюють зворотний перехід – результат, що отриманий на сфері, переносять на сфероїд. Використання цього прийому пов'язане з відображенням сфероїдальної поверхні на поверхню сфери та розв'язанням головних геодезичних задач на сфероїді. З усіх відомих методів відображення сфероїдальної поверхні на поверхню сфери найбільш доцільним є метод Бесселя [6].

### 2.1. Методика розв'язання прямої головної геодезичної задачі на сфероїдальній моделі поверхні Землі

Вихідними даними для розв'язання прямої головної геодезичної задачі на сфероїдальній моделі поверхні Землі є (рис. 2, а):

- геодезична довгота  $L_1$  та геодезична широта  $B_1$  точки  $Q_1$ ;
- геодезичний азимут  $A_1$  лінії  $Q_1 Q_2$  у точці  $Q_1$ ;
- геодезична відстань  $S$  між точками  $Q_1$  та  $Q_2$ .

Потрібно визначити:

- геодезичну довготу  $L_2$  та геодезичну широту  $B_2$  точки  $Q_2$ ;
- геодезичний азимут  $A_2$  напрямку на точку  $Q_1$  із точки  $Q_2$ .

Задача розв'язується в такій послідовності [6].

1. За допомогою формул, що визначають метод Бесселя зображення сфероїдальної поверхні на поверхню сфери:

$$\alpha = A \tag{6}$$

та

$$\varphi = u = \arctg(\sqrt{1 - e^2} \operatorname{tg} B), \tag{7}$$

де  $\alpha$ ,  $A$  – відповідно сферичний та геодезичний азимут ліній на поверхнях сфери та сфероїда;  $\varphi$ ,  $B$ ,  $u$  – сферична, геодезична та приведена геодезична широта відповідних точок сфери та сфероїда;  $e$  – ексцентриситет сфероїда [5], умови задачі переносяться на допоміжну геометричну модель поверхні Землі – сферу.

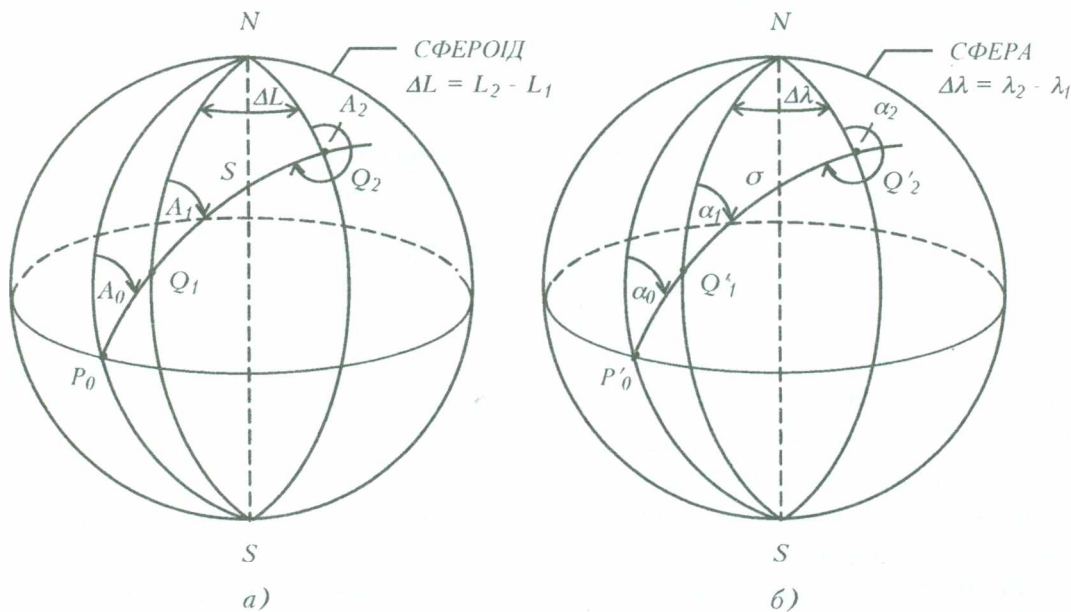


Рис. 2

2. За допомогою формули:

$$\sin \alpha_0 = \sin \alpha_1 \cos \varphi_1 \tag{8}$$

обчислюється азимут  $\alpha_0 = A_0$  дуги великого кола сфери у точці її перетину з екватором  $P'_0$  (рис. 2, б), за формулою

$$\sin \sigma_1 = \frac{\sin \varphi_1}{\cos \alpha_0} \tag{9}$$

розраховується сферична відстань  $\sigma_1$  від цієї точки до точки  $Q'_1$  за допомогою формул:

$$K^2 = \frac{e^2}{1 - e^2} \cos^2 \alpha_0 \tag{10}$$

та

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= 1 + \frac{1}{4} K^2 - \frac{3}{64} K^4 + \frac{5}{256} K^6 - \dots, \\ K_2 &= \frac{1}{4} K^2 - \frac{1}{16} K^4 + \frac{15}{512} K^6 - \dots, \\ K_3 &= \frac{1}{128} K^4 - \frac{3}{512} K^6 + \dots, \\ K_4 &= \frac{1}{1536} K^6 - \dots \end{aligned} \right\} \tag{11}$$

обчислюються значення допоміжних коефіцієнтів  $K^2$ ,  $K_1$ , ...,  $K_4$ . За формулою:

$$\sigma = \frac{1}{K_1} \left[ \frac{S}{b} + K_2 \sin \sigma \cos(2\sigma_1 + \sigma) + K_3 \sin 2\sigma \times \right. \\ \left. \times \cos(4\sigma_1 + 2\sigma) + K_4 \sin 3\sigma \cos(6\sigma_1 + 3\sigma) + \dots \right] \tag{12}$$

методом ітерацій розраховується сферична відстань  $\sigma$  між зображеннями точок  $Q_1$  та  $Q_2$  на поверхні сфери – точками  $Q'_1$  та  $Q'_2$ .

3. Розв'язується пряма головна геодезична задача на сферичній моделі поверхні Землі (п. 1.1). За відомими значеннями сферичної широти  $\varphi_1$  точки  $Q'_1$ , сферичної відстані  $\sigma$  між



точками  $Q'_1, Q'_2$  та значенням азимуту  $\alpha_1 = A_1$  обчислюються значення різниці сферичних довгот  $\lambda_2 - \lambda_1$  точок  $Q'_2$  та  $Q'_1$ , сферичної широти  $\varphi_2$  точки  $Q'_2$  та сферичного азимуту  $\alpha_2$  напрямку на точку  $Q'_1$  із точки  $Q'_2$ . Окремо довгота  $\lambda_2$  точки  $Q'_2$  не визначається.

4. За знайденими значеннями величин  $\lambda_2 - \lambda_1$  та  $\varphi_2$  на сфері розраховуються геодезичні координати  $L_2$  та  $B_2$  точки  $Q_2$  на сфероїді. Для обчислень застосовуються формули:

$$L_2 - L_1 = (\lambda_2 - \lambda_1) - \sin \alpha_0 [K'_1 \sigma + K'_2 \sin \sigma \cos(2\sigma_1 + \sigma) - K'_3 \sin 2\sigma \cos(4\sigma_1 + 2\sigma) + \dots] \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} K'_1 &= \frac{e^2}{2} + \frac{e^4}{8} + \frac{e^6}{16} + \dots - \left( \frac{e^4}{16} + \frac{e^6}{16} \right) \cos^2 \alpha_0 + \\ &+ \left( \frac{3}{128} e^6 + \dots \right) \cos^4 \alpha_0 + \dots, \\ K'_2 &= \left( \frac{e^4}{16} + \frac{e^6}{16} + \dots \right) \cos^2 \alpha_0 - \left( \frac{e^6}{32} + \dots \right) \cos^4 \alpha_0 + \dots, \\ K'_3 &= \frac{e^6}{256} \cos^4 \alpha_0 + \dots \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

та формула (7). Невідома геодезична довгота  $L_2$  точки  $Q_2$  обчислюється за відомою геодезичною довготою  $L_1$  точки  $Q_1$  та розрахованою різницею геодезичних довгот точок  $Q_2$  та  $Q_1$   $L_2 - L_1$ . Згідно з умовою (6) геодезичний азимут  $A_2$  дорівнює сферичному азимуту  $\alpha_2$  ( $A_2 = \alpha_2$ ).

## 2.2. Методика розв'язання оберненої головної геодезичної задачі на сфероїдальній моделі поверхні Землі

Вихідними даними для розв'язання оберненої головної геодезичної задачі на сфероїдальній моделі поверхні Землі є геодезичні координати  $L_1, B_1$  точки  $Q_1$  та геодезичні координати  $L_2, B_2$  точки  $Q_2$ . Потрібно визначити геодезичну відстань  $S$  між цими точками та геодезичні азимуту  $A_1, A_2$  напрямків з однієї точки на іншу (рис.2, а).

Для розв'язання задачі застосовується метод послідовних наближень [1, 6].

1. Умови задачі переносяться на допоміжну геометричну модель поверхні Землі – сферу. За допомогою формули (7) обчислюються сферичні широти  $\varphi_1, \varphi_2$  точок  $Q'_1, Q'_2$  на поверхні сфери.

2. У першому наближенні вважається, що різниця сферичних довгот точок  $Q'_2, Q'_1$  дорівнює різниці геодезичних довгот точок  $Q_2, Q_1$ :

$$(\lambda_2 - \lambda_1)' = L_2 - L_1 \quad (15)$$

За допомогою формули (4) обчислюється перше наближення сферичної відстані  $\sigma'$  між точками  $Q'_1, Q'_2$  на сфері.

3. Розв'язується сферичний трикутник  $Q'_1 N Q'_2$  (рис. 2, б). За допомогою формули

$$\sin \alpha'_1 = \frac{\sin(\lambda_2 - \lambda_1)' \cos \varphi_2}{\sin \sigma'} \quad (16)$$

обчислюється перше наближення азимуту  $\alpha'_1$  напрямку на точку  $Q'_2$  із точки  $Q'_1$ . За формулою (8) розраховується перше наближення азимуту  $\alpha'_0$  дуги великого кола сфери, що проходить через точки  $Q'_1, Q'_2$ , у точці її перетину з екватором  $P'_0$ .

4. Уточнюється різниця довгот точок  $Q'_2, Q'_1$  на сфері. За допомогою перших двох членів формули (13)

$$(\lambda_2 - \lambda_1)'' = L_2 - L_1 + K'_1 \sigma' \sin \alpha'_0, \quad (17)$$

де  $K'_1$  – коефіцієнт, що розраховується за першою формулою системи (14), обчислюється друге наближення різниці сферичних довгот точок  $Q'_2, Q'_1$ .

5. За відомими сферичними широтами  $\varphi_1, \varphi_2$  точок  $Q'_1, Q'_2$  та отриманим значенням різниці сферичних довгот  $(\lambda_2 - \lambda_1)''$  цих точок розв'язується обернена головна геодезична

задача на сферичній моделі поверхні Землі (п. 1.2), визначаються другі наближення сферичної відстані  $\sigma''$  між точками  $Q'_1, Q'_2$  та сферичних азимутів  $\alpha''_1$  та  $\alpha''_2$  напрямків із однієї точки на іншу точку.

Подальші розрахунки дійсних значень сферичної відстані  $\sigma$ , азимутів  $\alpha_1, \alpha_2$  та різниці сферичних довгот  $\lambda_2 - \lambda_1$  точок  $Q'_2, Q'_1$  на поверхні сфери зводяться до послідовного застосування формул (8), (9), (14), (13) та розв'язання оберненої головної геодезичної задачі на сферичній моделі поверхні Землі щодо цих точок з відповідним збільшенням на кожному наступному кроці обчислень кількості членів у формулі (13).

6. За допомогою формул (9) та (8) розраховуються дійсні значення сферичної відстані  $\sigma_1$  та сферичного азимуту  $\alpha_0$  на поверхні сфери. За цими значеннями та формулами (10)–(12) обчислюється геодезична відстань  $S$  між точками  $Q_1, Q_2$  на сфері. Геодезичні азимуты  $A_1, A_2$  напрямків із однієї точки на іншу дорівнюють сферичним азимутам відповідних напрямків на сфері:  $A_1 = \alpha_1, A_2 = \alpha_2$ .

### 3. Методика оцінювання координат джерел сейсмічних збурень кутомірно-далекомірним методом

#### 3.1 Методика оцінювання координат джерел сейсмічних збурень кутомірно-далекомірним методом на сферичній моделі поверхні Землі

Задачу сформулюємо у такій постановці.

На сферичній моделі поверхні Землі задано положення двох пунктів реєстрації (рис. 3, а): пункту  $P'_1$  – сферична довгота  $\lambda_1$ , сферична широта  $\varphi_1$  та пункту  $P'_2$  – сферична довгота  $\lambda_2$ , сферична широта  $\varphi_2$ . У пункті реєстрації  $P'_1$  оцінений азимут  $\alpha_{M'}$  напрямку на місце джерела збурення (точку  $M'$ ), у пункті реєстрації  $P_2$  – відстань до джерела  $R_{M'}$ . Потрібно оцінити координати джерела – його сферичну довготу  $\lambda_{M'}$  та сферичну широту  $\varphi_{M'}$ .

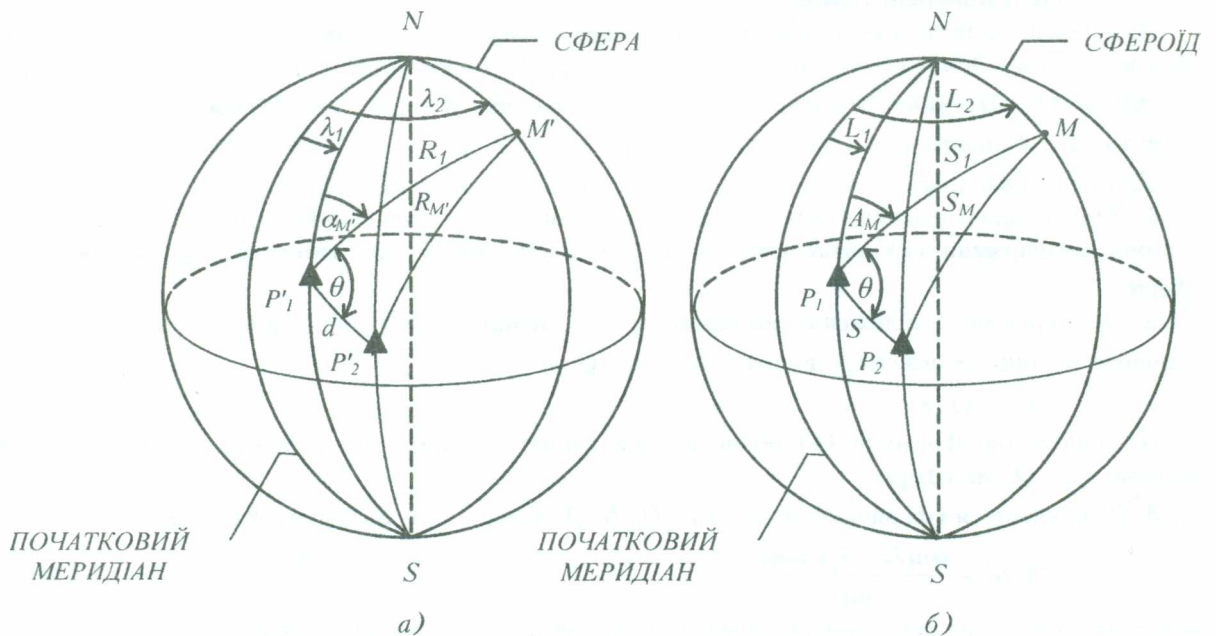


Рис. 3

Послідовність розв'язання задачі така.

1. За координатами пунктів реєстрації  $P'_1, P'_2$  розв'язується обернена головна геодезична задача на сферичній моделі поверхні Землі (п. 1.2), визначається довжина бази  $d$  між цими пунктами та сферичний азимут  $\alpha_{P_1P_2}$  напрямку на пункт  $P'_2$  із пункту  $P'_1$ .

2. За формулою

$$\theta = \alpha_{P_1P_2} - \alpha_{M'} \tag{18}$$



обчислюється кут  $\theta$  між лінією бази  $P_1' P_2'$  та напрямком на місце джерела збурення (точку  $M'$ ) із пункту реєстрації  $P_1'$ .

3. Обчислюються допоміжні коефіцієнти:

$$m = \cos \frac{d}{R_3}, \quad n = \sin \frac{d}{R_3} \cos \theta, \quad l = \cos \frac{R_{M'}}{R_3} \quad (19)$$

4. За допомогою формули

$$\sigma_1 = \frac{R_1}{R_3} = \pi - \arcsin \frac{l}{\sqrt{n^2 + m^2}} - \arcsin \frac{m}{\sqrt{n^2 + m^2}} \quad (20)$$

розраховується сферична відстань  $\sigma_1 = \frac{R_1}{R_3}$  від пункту реєстрації  $P_1'$  до місця джерела.

Подальші розрахунки координат джерела збурення ( $\lambda_{M'}$ ,  $\varphi_{M'}$ ) зводяться до розв'язання прямої головної геодезичної задачі на сферичній моделі поверхні Землі (п. 1.1) за відомими координатами пункту реєстрації  $P_1'$  ( $\lambda_1$ ,  $\varphi_1$ ), значенням азимуту напрямку на місце джерела (точку  $M'$ )  $\alpha_{M'}$  та значенням сферичної відстані  $\sigma_1 = \frac{R_1}{R_3}$  ( $R_3 = 6371116$  м – середній радіус Землі) від пункту реєстрації  $P_1'$  до джерела.

Якщо у процесі оцінювання координат місця джерела сейсмічних збурень одночасно виконуються умови

$$\sigma_M = \frac{R_{M'}}{R_3} < \frac{d}{R_3},$$

$$|\sigma_2| = \left| \frac{R_{M'}}{R_3} \right| > \left| \arcsin \left( \sin \frac{d}{R_3} \sin \theta \right) \right|, \quad (21)$$

то розв'язання задачі не однозначне: лінії положення сталого значення відстані та азимуту перетинаються у двох точках, у результаті чого можливих місць положення джерела збурення буде два – точка  $M'$  (координати  $\lambda_{M'}$ ,  $\varphi_{M'}$ ) та точка  $M''$  (координати  $\lambda_{M''}$ ,  $\varphi_{M''}$ ). Координати точки  $M''$  відповідають сферичній відстані від пункту реєстрації  $P_1'$   $\sigma_1' = \frac{R_1'}{R_3}$ , що

обчислюється за формулою

$$\sigma_1' = \frac{R_1'}{R_3} = \arcsin \frac{l}{\sqrt{n^2 + m^2}} - \arcsin \frac{m}{\sqrt{n^2 + m^2}}. \quad (22)$$

Для однозначного розв'язання задачі місцевизначення потрібні додаткові дані.

### 3.2. Методика оцінювання координат джерел сейсмічних збурень кутомірно-далекомірним методом на сфероїдальній моделі поверхні Землі

Розглянемо методику оцінювання координат джерел сейсмічних збурень кутомірно-далекомірним методом на сфероїдальній моделі поверхні Землі.

Постановка задачі. На сфероїдальній моделі поверхні Землі задано положення двох пунктів реєстрації (рис. 3, б): пункту  $P_1$  – геодезична довгота  $L_1$  та геодезична широта  $B_1$  та пункту  $P_2$  – геодезична довгота  $L_2$  та геодезична широта  $B_2$ . У пункті реєстрації  $P_1$  оцінений геодезичний азимут  $A_M$  напрямку на місце джерела збурення (точку  $M$ ), у пункті реєстрації  $P_2$  – геодезична відстань до джерела  $S_M$ . Потрібно оцінити координати джерела – його геодезичну довготу  $L_M$  та геодезичну широту  $B_M$ .

Розв'язання задачі здійснюється шляхом розв'язання головних геодезичних задач на сфероїдальній моделі поверхні Землі з застосуванням до обчислень методу послідовних наближень. Для зображення сфероїда на сферу застосовується метод Бесселя [6].

Послідовність обчислень така.

1. За відомими геодезичними координатами пунктів реєстрації  $P_1$ ,  $P_2$  (відповідно  $L_1$ ,  $B_1$  та  $L_2$ ,  $B_2$ ) згідно з методикою розв'язання оберненої головної геодезичної задачі на сфероїдальній моделі поверхні Землі (п. 2.2) розраховується величина бази  $S$  між пунктами  $P_1$ ,  $P_2$  та геодезичний азимут напрямку на пункт  $P_2$  із пункту  $P_1$   $A_{P_1P_2}$ . У процесі розв'язання



цієї задачі обчислюється сферична довжина бази  $\sigma = \frac{d}{R_3}$  між зображеннями  $P'_1, P'_2$  пунктів  $P_1, P_2$  на сфері (рис. 3, а) та сферичний азимут напрямку із пункту  $P'_1$  на пункт  $P'_2$   $\alpha_{P_1P_2} = A_{P_1P_2}$ .

2. Застосовується метод послідовних наближень. У першому наближенні вважається, що лінійна відстань  $R_{M'}$  між зображенням пункту реєстрації  $P'_2$  та зображенням джерела збурення на сфері (точкою  $M'$ ) дорівнює геодезичній відстані  $S_M$  між пунктом  $P_2$  та джерелом (точкою  $M$ ) на сфероїді:  $R_{M'} = S_M$ . За умовою (6) зображення сфероїда на сферу вважається, що сферичний азимут  $\alpha_{M'}$  напрямку на місце джерела із пункту  $P'_1$  на сфері дорівнює геодезичному азимуту  $A_M$  напрямку на місце джерела із пункту  $P_1$  на сфероїді:  $\alpha_{M'} = A_M$ . За умовою зображення (7) обчислюються сферичні широти  $\varphi_1, \varphi_2$  зображень  $P'_1, P'_2$  пунктів реєстрації  $P_1, P_2$  на сфері.

3. За допомогою методики оцінювання координат джерел сейсмічних збурень кутомірною-далекомірним методом на сферичній моделі поверхні Землі (п. 3.1) обчислюється сферична відстань  $\sigma_1 = \frac{R_1}{R_3}$  між зображенням пункту реєстрації  $P'_1$  та зображенням джерела збурення (точкою  $M'$ ) на сфері. За методикою розв'язання прямої головної геодезичної задачі на сферичній моделі поверхні Землі (п. 1.1) за відомою широтою  $\varphi_1$  зображення пункту реєстрації  $P'_1$ , значенням сферичної відстані  $\sigma_1$  та сферичного азимуту  $\alpha_{M'} = A_M$  обчислюється сферична широта  $\varphi_{M'}$  зображення місця джерела збурення на сфері та різниця сферичних довгот  $\lambda_{M'} - \lambda_1$  зображень джерела та пункту реєстрації  $P'_1$ . Окремо сферична довгота  $\lambda_{M'}$  на сфері не обчислюється.

4. За допомогою формул (8), (9), (13) та (14) за різницею сферичних довгот  $\lambda_M - \lambda_1$ , що обчислена, розраховується різниця геодезичних довгот  $L'_M - L_1$ . За цією різницею та відомою геодезичною довготою  $L_1$  пункту  $P_1$  оцінюється перше наближення геодезичної довготи  $L'_M$  місця джерела збурення на сфероїді. За формулою (7) оцінюється перше наближення геодезичної широти  $B'_M$  джерела на сфероїді.

5. За відомими геодезичними координатами пунктів реєстрації  $P_1, P_2$  та першим наближенням координат місця джерела збурення на сфероїді  $L'_M, B'_M$  згідно з методикою розв'язання оберненої головної геодезичної задачі на сфероїдальній моделі поверхні Землі (п. 2.2) розраховується відстань  $S'_{M\text{POЗР}}$  від джерела до далекомірного пункту  $P_2$  та геодезичний азимут  $A'_{M\text{POЗР}}$  напрямку на джерело із кутомірного пункту  $P_1$ . У загальному випадку значення цих величин будуть відрізнятися від їх вимірних значень:  $S'_{M\text{POЗР}} \neq S_M, A'_{M\text{POЗР}} \neq A_M$ .

6. З метою більш точного оцінювання координат місця положення джерела збурення за формулами:

$$\left. \begin{aligned} \Delta S'_M &= S'_{M\text{POЗР}} - S_M, & \Delta A'_M &= A'_{M\text{POЗР}} - A_M; \\ S'_M &= S_M - \Delta S'_M, & A'_M &= A_M - \Delta A'_M \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

обчислюються та вводяться поправки  $\Delta S'_M, \Delta A'_M$  у виміряні значення геодезичної відстані  $S_M$  від пункту реєстрації  $P_2$  до місця положення джерела та геодезичного азимуту  $A_M$  напрямку на джерело з пункту реєстрації  $P_1$  на сфероїді.

7. За новими значеннями відстані  $S'_M$  та азимуту  $A'_M$  повторно розв'язується задача оцінювання координат місця положення джерела збурення (виконуються пункти (2)–(6)). Оцінюється друге наближення координат місця положення джерела на сфероїді  $L''_M, B''_M$ . На цьому кроці обчислень координати місця джерела будуть визначені більш точно, ніж на попередньому кроці ( $L'_M, B'_M$ ), а поправки  $\Delta S''_M, \Delta A''_M$  у відстань  $S'_M$  та азимут  $A'_M$  будуть мати менші значення, ніж поправки  $\Delta S'_M, \Delta A'_M$  на попередньому кроці обчислень. Значення

цих поправок визначають точність обчислень. Якщо ця точність нижча необхідної ( $\Delta S_M'' > \varepsilon_1$ ,  $\Delta A_M'' > \varepsilon_2$ , де  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  – деякі числа, що визначають відповідно відстань та значення кута), то за значеннями різниць  $\Delta S_M''$ ,  $\Delta A_M''$  обчислюються нові значення відстані  $S_M''$  та азимуту  $A_M''$  (поправки вводяться у відстань  $S_M'$  та азимут  $A_M'$ ) та нові значення координат  $L_M''$ ,  $B_M''$  місця положення джерела збурення на сферіоді (виконуються пункти (2)–(6)). Обчислення здійснюються до тих пір, доки не буде досягнута необхідна точність розрахунків. Зазвичай достатньо трьох-чотирьох кроків обчислень.

#### Висновок

Викладена методика дозволяє здійснювати оцінювання координат джерел сейсмічних збурень на сферичній та сферіодальній геометричних моделях поверхні Землі за результатами вимірювань азимуту та відстані у двох територіально рознесених пунктах. Похибки методу обчислень не значні й за положенням відповідають відстаням, що не перебільшують значень  $10^{-2}$  м.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Деменков М.В., Хоменко В.Г. Розробка алгоритмів визначення місця джерел появи сигналів (шифр "Місцевизначення"). Розробка алгоритмів та програм визначення місця джерел появи сигналів і дослідження можливості забезпечення необхідної точності місцевизначення: Звіт про НДР (заключний). – Житомир: ЖВІРЕ, 2001. – 208 с.
2. Хоменко В.Г. Розрахунок координат джерел сейсмічних збурень далекомірним методом // Вісник Житомирського інженерно-технологічного інституту / Технічні науки. – 2001. – № 19. – С. 155–163.
3. Хоменко В.Г. Розрахунок координат джерел сейсмічних збурень різницево-далекомірним методом // Збірник наукових праць Житомирського військового інституту радіоелектроніки. – 2001. – № 4. – С. 155–171.
4. Исследование и обоснование путей разработки и создания автоматизированной сети сбора и обработки геофизической информации и её информационного обеспечения на базе существующих средств специального контроля и средств НАКУ КА Украины: Отчет о НИР / Национальная Академия Наук Украины. Институт геофизики им. С.И. Субботина. – Киев: Наукова думка, 1994. – 123 с.
5. Закатов П.С. Курс высшей геодезии. – М.: Недра, 1976. – 511 с.
6. Багратуни Г.В. Курс сфероидической геодезии. – М.: Геодезиздат, 1962. – 252 с.
7. Пасечник И.П. Характеристика сейсмических волн при ядерных взрывах и землетрясениях. – М.: Наука, 1970. – 191 с.
8. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров / Под общей редакцией И.Г. Арамановича. – М.: Наука, 1977. – 831 с.

БАРАНОВ Георгій Леонідович – доктор технічних наук, старший науковий співробітник, головний науковий співробітник Житомирського військового інституту радіоелектроніки імені С.П. Корольова.

Наукові інтереси:

- методи моделювання та обробки даних;
- новітні інформаційні технології;
- навігація та управління.

ХОМЕНКО В'ячеслав Григорович – старший викладач Житомирського військового інституту радіоелектроніки імені С.П. Корольова.

Наукові інтереси:

- методи та системи пасивної локації;
- методи оцінювання координат об'єктів на геометричних моделях поверхні Землі.

Подано 27.05.2003.