УДК 621.822.5.038

О.Ф. Гордєєв, к.т.н., проф.
П.О. Захаров, к.т.н., доц.
Н.К. Зубовецька, аспір.
Луцький державний технічний університет

ЧИСЕЛЬНА МОДЕЛЬ РІДКОЇ ФАЗИ МАСТИЛА НАДВИСОКОШВИДКІСНИХ ГАЗОГІДРАВЛІЧНИХ ПІДШИПНИКІВ ШПИНДЕЛІВ ВЕРСТАТІВ

Пропонований метод рішення задачі установлення параметрів потоку рідкої фази шару мащення газогідравлічного підшипника високошвидкісних шпиндельних вузлів.

В Луцькому державному технічному університеті проводяться дослідження нових перспективних надвисокошвидкісних газогідравлічних інерційних підшипників (ГГІП) шпинделів верстатів [1, 2]. Одним з етапів теоретичного дослідження є створення гідродинамічної моделі рідкої фази мастила. В роботі [2] була проведена система припущень та детальна оцінка порядку малості членів рівняння Нав'є–Стокса, в результаті якої отримана система рівнянь (1), яка оцінює поведінку рідкої фази. Наступним етапом є отримання кінцево-різницевої моделі на основі системи рівнянь:

$$\begin{cases} -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial \rho}{\partial r} = \dfrac{U^2_{\varphi}}{r}; \\ -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial \rho}{r\partial \varphi} = U_{\varphi}\dfrac{\partial U_{\varphi}}{r\partial \varphi} + U_r\dfrac{\partial U_{\varphi}}{\partial r}; \\ \dfrac{\partial U_r}{\partial r} + \dfrac{\partial U_{\varphi}}{r\partial \varphi} + \dfrac{U_r}{r} = 0, \end{cases} \qquad (1)$$

де $U\varphi$, U_r – швидкості частинок рідини у коловому та радіальному напрямкам (рис. 1);

p – тиск;

ρ – густина рідини;

r і φ – полярні координати, які зв'язані з центром О обертання втулки.

Граничні умови і спрощення [2]:

1) U_φ на поверхні втулки рівне $R_2\,\omega$;

2) U_φ у найвужчій частині зазору $(\varphi = \pi)$ скрізь однакове і рівне $R_2\,\omega = \pi\,(dn)/60$;

3) епюра швидкостей в зазорі лінійна і визначається із умови постійності витрат через будь-який переріз зазору. Ця витрата рівна $Q_0 = \dfrac{\pi(dn)h(1-\varepsilon)}{60}$, де $\varepsilon = e/h$ – відносне зміщення.

При прийнятому припущенні з'являється можливість визначення фазових змінних потоку U_φ і U_r з третього рівняння системи (1), де U_φ – відома функція r і φ.

Позначимо $\dfrac{\partial U_\varphi}{r\partial\varphi} = -A(\varphi, r)$, тоді

$$\frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{U_r}{r} = A(\varphi, r). \qquad (2)$$

Оскільки $U_r(r,\varphi)$ – невідоме, то використаємо числове рішення для розв'язку рівняння. Розіб'ємо простір між шипом та втулкою сіткою з рівномірним кутовим кроком $\Delta\varphi$ і концентричними колами неправильної форми. Зовнішнє коло співпадає з поверхнею втулки В (рис. 1), а внутрішнє коло – неправильний еліпс 1–2–3–4–1. Інші криві розміщуються між зовнішньою та внутрішньою поверхнями через рівний для кожного кутового положення крок $r(\varphi)$.

Нехай число проміжних кіл рівне I, тоді $\Delta r(\varphi) = \dfrac{h(\varphi)}{I+1}$.

Радіальний рахунок вузлів йде від внутрішнього еліпса 1-2-3-4-1 з номером 1 і закінчується на зовнішніх колах номером i = 1 + 2 (рис. 1).

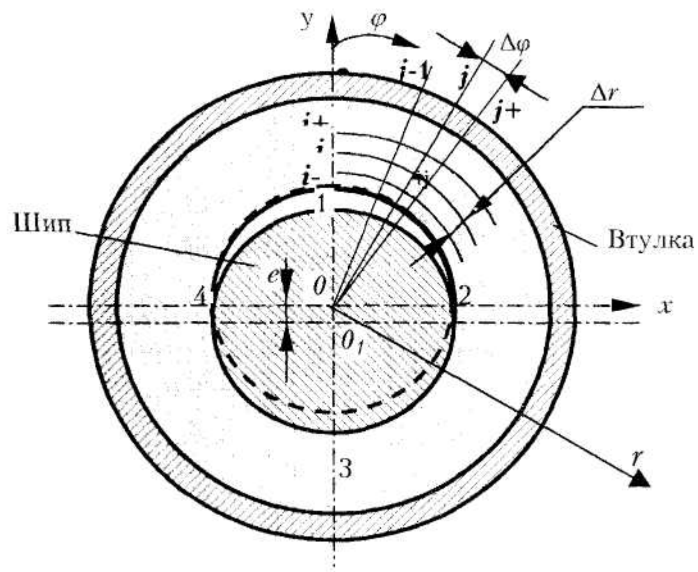

Рис. 1. Кінцево-різницева розрахункова схема рідкого шару мащення ГГП

Коловий відлік починається за годинниковою стрілкою від додатного напрямку осі OY з номера 1 і закінчується номером $J = 1 + \frac{2\pi}{\Delta\varphi}$.

Апроксимуємо рівняння (2) лівою схемою різниць. Для $i = I$:

$$\frac{U_{r_{I+1,j}} - U_{r_{I,j}}}{\Delta r_j} + \frac{U_{r_{I,j}}}{r_{I,j}} = A_{I,j}\,.$$

Оскільки $\Delta r_j << r_{I,j}$, то можна прийняти $U_{r_{I,j}} \approx -\Delta r_j \left(A_{I,j} + A_{I+1,j}\right)$, отже, $U_{r_{i,j}} = -\Delta r_j \left(A_{i,j} + A_{i+1,j}\right)$; i змінюється від $I+1$ до 1, j змінюється від 1 до J.

З врахуванням U_φ [1] центральна кінцева різниця:

$$A_{i,j} = -\left(\frac{U_{\varphi_{i,j+1}} - U_{\varphi_{i,j+1}}}{2 \cdot r_{i,j} \cdot \Delta\varphi}\right); \tag{3}$$

$$r_{i,j} = \frac{d}{2} + H\left(1 \pm \frac{\varepsilon}{\sqrt{1 + tg^2\varphi_j}}\right)\left(\frac{i-1}{I+1} - 1\right);\ \varphi_j = \frac{2\pi}{J}(j-1). \tag{4}$$

Чисельне значення $\frac{\partial U_\varphi}{r\partial\varphi}$ в точці i, j визначається за формулою:

$$\frac{\partial U_\varphi}{r\partial\varphi(i,j)} = -A_{i,j};\quad \begin{matrix} i = \overline{1, I+1} \\ j = \overline{1, J} \end{matrix}\,. \tag{5}$$

Чисельне значення $\frac{\partial U_r}{\partial r}$ у вузлі i, j визначаємо за формулою лівої різниці:

$$\left.\frac{\partial U_r}{\partial r}\right|_{i,j} = \frac{U_{r_{i+1}} - U_{i,j}}{\Delta r_j} = -\frac{\Delta r_j \left(A_{i+1,j} + A_{i+2,j} - A_{i+1,j} - A_{i,j}\right)}{\Delta r_j} = -A_{i+2,j} + A_{i,j};\ \begin{matrix} i = \overline{1, I} \\ j = \overline{1, J} \end{matrix}. \tag{6}$$

Чисельне значення $\frac{\partial U_\kappa}{r\partial\varphi}$ в точці i, j визначається за формулою:

$$\left.\frac{\partial U_r}{r\partial\varphi}\right|_{i,j}=\frac{J\left[\Delta r_{j-1}\left(A_{i,j-1}+A_{i+1,j-1}\right)-\Delta r_{j+1}\left(A_{i,j+1}+A_{i+1,j+1}\right)\right]}{2\pi r_{i,j}};\quad \begin{matrix} i=1,I+1; \\ j=1,J. \end{matrix} \tag{7}$$

Чисельне значення $\dfrac{U_\varphi^2}{r}$ в точці $i,\, j$ визначається за формулою:

$$\left.\frac{U_\varphi{}^2}{r}\right|_{i,j}=\frac{U_{\varphi_{i,j}}{}^2}{r_{i,j}};\quad \begin{matrix} i=1,I+1; \\ j=1,J. \end{matrix} \tag{8}$$

Формули (3)–(8) дозволяють обчислити у вузлах сітки (рис. 1) члени правих частин в перших двох рівняннях системи (1), які тепер можна звести до виду:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial p}{\partial r}=-\rho\,\mathrm{V}(i,j), \\ &\frac{\partial p}{r\partial\varphi}=-\rho\,\mathrm{W}(i,j), \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

де $\mathrm{V}(i,j)$ і $\mathrm{W}(i,j)$ – сіткові функції правих частин системи рівнянь (1).

Записуючи похідні p в кінцевих різницях за прийнятою на рис. 1 схемою, отримаємо:

$$\begin{aligned} &\frac{p_{i+1,j}-p_{i,j}}{\Delta r_j}=-\rho\,\mathrm{V}(i,j), \\ &\frac{p_{i,j+1}-p_{i,j}}{r_{i,j}\Delta\varphi}=-\rho\,\mathrm{W}(i,j). \end{aligned} \tag{10}$$

Тиск p в найбільш віддаленій від втулки точці $(H_{\max},\varphi=0)$ рівний нулю, тобто $p_{1,1}=0$. Ця умова дозволяє визначити із (9) тиск $p_{2,1}$ і $p_{1,2}$.

Нас цікавить, перш за все, тиск на поверхні шина, тобто при $i=1$ і $j=\overline{1,J}$. Тоді:

$$p_{1,j+1}=-\,r_{i,j}\frac{2\pi}{J}\rho\,\mathrm{W}(1,j)+p_{1,j}\,. \tag{11}$$

При зміні $j=\overline{2,J}$ можна визначити тиск у вузлах, які лежать на поверхні шина. Аналогічно визначається тиск в усіх шарах.

З рівняння (10) маємо:

$$\left.\begin{aligned} &p_{i+1,j}=-10^{-6}\rho\Delta r_j\,\mathrm{V}_{i,j}+p_{i,j}\,,\ \text{Па}. \\ &p_{i,j+1}=-\frac{10^{-6}2\pi\rho}{J}r_{i,j}\,\mathrm{W}_{i,j}+p_{i,j}\,,\ \text{Па}. \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

Віднімемо з другого рівняння перше, отримаємо:

$$p_{i,j+1}+p_{i+1,j}=10^{-6}\rho\left(\frac{2\pi r_{i,j}}{J}\mathrm{W}_{i,j}-\Delta r_j\,\mathrm{V}_{i,j}\right).$$

Позначимо:

$$\mathrm{E}_{i,j}=10^{-6}\left(\frac{2\pi r_{i,j}}{J}\mathrm{W}_{i,j}-\Delta r_j\,\mathrm{V}_{i,j}\right). \tag{13}$$

Тоді

$$p_{i,j+1}-p_{i+1,j}=\mathrm{E}_{i,j}\,;\ .\,i=\overline{1,I+1},\,j=\overline{1,J} \tag{14}$$

З рівняння (12):

$$p_{I+2,1}=\mathrm{V}_{R_{I+1,1}}+p_{I+1,1}\,, \tag{15}$$

де $\mathrm{V}_{R_{I-1,1}}=-10^{-6}\rho\Delta r_1\,\mathrm{V}_{I+1,1}\,.$

Інші рівняння до $j+2,J$ визначаються з рівняння (13):

$$p_{1,j+1} = -r_{i,j}\frac{2\pi}{J}\rho\,\mathrm{W}(1,j) + p_{i,j}; \tag{16}$$

$$p_{I+2,j+1} = \mathrm{W}_{R_{I+2,j}} + p_{I+2,j}. \tag{17}$$

Також об'єднаємо (16) і (17) в систему рівнянь:

$$\left.\begin{array}{l} p_{I+2,j} - p_{I+1,j} = \mathrm{V}_{R_{I+1,j}} \\ p_{I+2,j+1} - p_{I+2,j} = \mathrm{W}_{R_{I+2,j}};\ j=\overline{1,J-1} \end{array}\right\}. \tag{18}$$

Після проведення ряду розрахунків [1] визначаємо реакцію рідинного шару на шип:

$$P = \mp\int_0^{2\pi} zp(\varphi)r(\varphi)d\varphi = -z\int_0^{\pi} p_\varphi r(\varphi)\,d\varphi.$$

Приймемо для порівняльних розрахунків $z = d$, тоді:

$$P = -z\sum_{j=1}^{I}\left[\frac{P_{1,j}+P_{1,j+1}}{2}\cdot\frac{r_{1,j}+r_{1,j+1}}{2}\frac{2\pi}{I}\right]\cos\left(\frac{\varphi_i+\varphi_{j+1}}{2}\right)\cdot 10^{-6}.$$

Визначаємо реакцію рідинного шару на втулку:

$$P = \frac{2\pi d^2}{2I}\sum_{j=1}^{I}\left[\frac{P_{I+2,j}+P_{I+2,j+1}}{2}\right]\cos\left(\frac{\varphi_j+\varphi_{j+1}}{2}\right)\cdot 10^{-6}, H;.\ r_{I+2,j} = \frac{d}{2} = \mathrm{const}.$$

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Захаров П.О., Ткачук М.П.* Оцінка навантажувальних характеристик газогідравлічного інерційного підшипника // У зб.: «Наукові нотатки», вип. 5. – Луцьк: ЛДТУ. – 1998.
2. *Петро Захаров, Василь Місюк.* Гідродинамічна модель рідкої фази мастила на високошвидкісних газогідравлічних підшипниках шпинделів верстатів // Матеріали V Міжнародної наукової конференції "Математичні проблеми механіки неоднорідних структур". Т. 2. – "Оптимізація технологічних процесів і проектування елементів конструкцій». – Львів, 2000. – С. 361–364.

ГОРДЄЄВ Олександр Федорович – кандидат технічних наук, професор Луцького державного технічного університету.

Наукові інтереси:

– шпиндельні вузли верстатів для високошвидкісної та прецизійної обробки.

Тел.д. (03322) 49286,

E-mail: zaharov@ldtu.lutsk.ua

ЗАХАРОВ Петро Олексійович – кандидат технічних наук, доцент Луцького гуманітарного університету.

Наукові інтереси:

– шпиндельні вузли верстатів для високошвидкісної та прецизійної обробки.

Тел.д. (03322) 35133,

E-mail: zaharov@ldtu.lutsk.ua

ЗУБОВЕЦЬКА Наталія Костянтинівна – аспірант Луцького державного технічного університету.

Наукові інтереси:

– шпиндельні вузли верстатів для високошвидкісної та прецизійної обробки,

E-mail: zaharov@ldtu.lutsk.ua

Подано 01.07.2003