УДК 621.791.763

С.В. Божко, асист.
М.А. Зенкін, к.т.н., доц.
Київський національний університет технологій та дизайну

ІМОВІРНА ДИНАМІЧНА МОДЕЛЬ АНАЛІЗУ ПРОДУКТИВНОСТІ СКЛАДАЛЬНОГО АВТОМАТА З НАКОПИЧУВАЧАМИ ДЕТАЛЕЙ, ЩО ЗБИРАЮТЬСЯ

У статті побудована динамічна імовірнісна модель, що описує роботу складального автомата, на вхід якого подаються деталі, у дискретному часі. Ця модель дозволяє знайти такі важливі показники, як частка простоїв у загальному часі роботи автомата, а також дати рекомендації з добору оптимальних параметрів пристрою (ємність накопичувачів, верхній і нижній рівні їх заповнення, частоту подачі деталей у накопичувачі й т.ін.).

В реальних умовах виробництва внаслідок неритмічності, різної продуктивності складального обладнання, його випадкових зупинок та інших факторів, накопичення заготовок широко розповсюджене. Функціонування складальних виробництв складне, мало вивчене, важко піддається прогнозуванню. Створення математичної моделі накопичувача – необхідний елемент вирішення у загальному вигляді завдання формування раціональних рівнів запасів заготовок. Проблема проектування і створення сучасних конкурентноздатних автоматизованих технологічних систем може бути вирішена тільки на основі потужних математичних методів прогнозування характеристик технологічних процесів [1]. Відомі математичні теорії [2] описують роботу автоматичних ліній в цілому, не приділяючи належної уваги роботі накопичувачів.

Функціональна схема, яка відображає роботу автомата представлена на рис. 1.

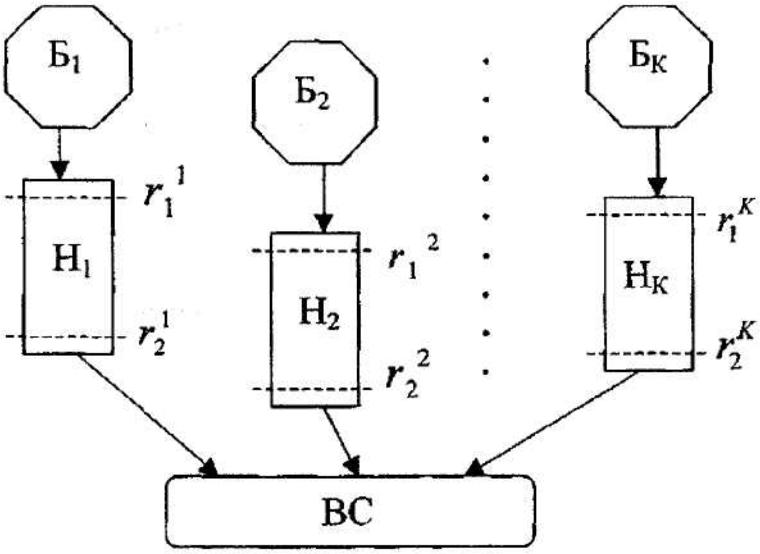

Рис. 1. Функціональна схема роботи складального автомату з накопичувачами деталей, що збираються

Виріб, що збирає автомат, складається з K деталей. Згідно з технологічним процесом деталі кожного виду завантажуються в свій бункер ($Б_1$ $Б_2$, ..., $Б_к$), звідки просторово зорієнтовані деталі надходять в свої накопичувачі ($Н_1$ $Н_2$..., $Н_к$), розміри яких дорівнюють N_k, $k = 1,\dots, K$. Вузол складання (ВС) включається в роботу і здійснює зборку виробу в момент часу, коли кількість деталей (комплектуючих) у всіх накопичувачах буде не менше величини r_2^k і працює безперервно до доти, доки кількість деталей хоча б в одному із накопичувачів не стане менше за величину $r_1^k \le r_2^k$, $k = 1,\dots, K$. Величини r_1^k і r_2^k для різних накопичувачів можуть відрізнятися. Як окремі випадки можуть розглядатися ситуації, якщо:

$$r_1^k = r_1 = \text{const},\ r_2^k = r_1 = \text{const},\ r_1^k = r_2^k,\ k = 1,...,K\ . \qquad (1)$$

Розглянемо динамічний режим роботи автомата в дискретному часі, розбивши весь час роботи складального автомата на T часових інтервалів, довжиною Δt кожний. Величина інтервалу Δt вибирається з таких міркувань, щоб впродовж часу Δt з кожного бункера у відповідний накопичувач могло надійти не більше однієї деталі, а також за цей проміжок часу ВС міг здійснити прання виробу.

З технологічних міркувань і конструктивних властивостей бункерів зрозуміло, що до будь-якого k-го накопичувача в t-й часовий інтервал, $t = 1,..., T,$ деталь може надійти лише з деякою імовірністю $p_1^k(t) \neq 1$, а при роботі ВС забирається з накопичувача з імовірністю $q_1^k(t) \neq 1$. Тобто, при включенні автомата об'єми запасів деталей в накопичувачах будуть змінюватися деяким випадковим чином. Складальний автомат буде працювати у такому режимі. При досягненні рівня запасів у всіх накопичувачах, які дорівнюють $r_1^k \geq r_2^k$, $k = 1,...,\ K$, ВС включиться і буде працювати доти, доки хоча б в одному з накопичувачів рівень запасів не стане менше величини r_1^k, $k = 1,...,K$. Якщо б під час роботи ВС не до жодного з накопичувачів деталі не надходили, то час безперервної роботи ВС визначався б відношеннями:

$$\begin{aligned} &r \geq \min(r_2^k - r_1^k); \\ &1 \leq k \leq K. \end{aligned} \qquad (2)$$

Враховуючи, що під час цих τ часових інтервалів в накопичувачі будуть поступати деталі, реальний час безперервної роботи ВС $\overline{\tau}$ може бути більший за τ. Цей реальний час є величиною випадковою, її статистичні властивості залежать від імовірності доступу деталей з бункерів до накопичувачів, розмірів накопичувачів, і, звичайно, від різниці величин $(r_2^k - r_1^k)$.

Відношення часу роботи ВС до сумарного часу його простоїв визначає продуктивність автомата, ефективність його використання.

Аналогічно [3, 4] представимо імовірнісну динамічну модель для аналізу роботи складального автомата у вигляді дискретного ланцюга Маркова з кінцевою множиною станів, що описує випадкові процеси зміни кількості деталей у накопичувачах, а також продуктивності автомата в перехідних і стаціонарних режимах.

Введемо наступні позначення (деякі з них були введені вище):

$k = 1,..., K$ – індекси деталей (комплектуючих, накопичувачів);

$t = 1,..., T$ – номери часових інтервалів тривалості Δt;

N_k – максимальна кількість деталей, яка може бути в k-му накопичувачі (тобто розмір накопичувача);

r_2^k, r_1^k – відповідно нижній й верхній рівні запасу деталей в k-му накопичувачі, що визначають момент виключення і включення в роботу ВС.

$p_1^k(t), p_0^k(t)$ – відповідно імовірності того, що в t-й часовий інтервал надійде чи не надійде деталь в k-й накопичувач.

$$p_1^k(t) + p_0^k(t) = 1\ ;$$

$S_i^k(t), i = 0,1,...N_k$ – імовірність того, що в t-й часовий інтервал кількість деталей в k-му накопичувачі буде дорівнювати i;

I – множина індексів $\{1,..., K\}$;

$\{n\}$ – набір цілих чисел $\{n_1,...,n_k\}$, що відповідають кількостям деталей в накопичувачах, $0 \leq n_k \leq N_k$.

$$I_0 = \{k \in I \mid n_k = 0\}\ ;$$

$$I_{01} = \{k \in I \mid 0 \leq n_k \leq r_1^k\}\ ;$$

$$I_{01}^- = \{k \in I \mid n_k < r_1^k - 1\}\ ;$$

$$I_1^- = \{k \in I \mid n_k < r_1^k - 1\}\ ;$$

$$I_1 = \{k \in I \mid n_k = r_1^k \neq r_2^k\}\ ;$$

$$I_{12} = \{k \in I \mid r_1^k \leq n_k \leq r_2^k\}\ ;$$

$$I_2 = \{k \in I \mid n_k = r_2^k\};$$

$$I_{\max} = \{k \in I \mid n_k = N_k\}.$$

Кожне з множин індексів, що були введені вище, визначається набором чисел $\{n\}$.

$q_1^t(\{n\})$ – сукупна імовірність того, що кількість деталей у накопичувачах дорівнює $\{n\}$ і ВС працює.

$q_0^t(\{n\})$ – сукупна імовірність того, що кількість деталей у накопичувачах дорівнює $\{n\}$ і ВС не працює.

Нехай σ – деяка сукупність індексів з множини I, тобто $\sigma \subset I$. Визначимо операції P_σ^+ й P_σ^- у такий спосіб:

$P_\sigma^+\{n\}$ додає одиницю до всіх $n_k : k \in \sigma$.

$P_\sigma^-\{n\}$ віднімає одиницю з усіх $n_k : k \in \sigma$.

Оскільки t-й тимчасовий інтервал має деяку тривалість Δt, то при побудові математичної моделі будемо припускати, що надходження деталі в накопичувач здійснюється на початку часового інтервалу, а подача її з накопичувача на пранння – наприкінці часового інтервалу.

Імовірнісна динамічна модель, що описує поводження автомата в перехідних режимах, подана рекурентними співвідношеннями, що визначають зміни в часі ймовірностей різноманітних станів запасу деталей у накопичувачах, а також імовірностей станів ВС (що працює, або, що не працює).

Рівняння для імовірностей мають такий вигляд:

$$q_S^t(\{n\}) = \sum_{\sigma \in \lambda_S^+} q_1^{t-1}\left(P_\sigma^+\{n\}\right)\prod_{i \in \sigma} p_1^i(t)\prod_{j \in \sigma} p_0^j(t) + \sum_{\sigma \in \lambda_S^-} q_0^{t-1}\left(P_\sigma^-\{n\}\right)\prod_{i \in \sigma} p_1^i(t)\prod_{j \in \bar{\sigma} I_{\max}} p_0^j(t) \qquad (3)$$

$$s = 0{,}1$$

У рівняннях (3) підсумовування відбувається за множинами Λ_S^+, Λ_S^- наборів індексів $\sigma \subset I, \bar{\sigma}$ позначає доповнення до σ у I, тобто $\bar{\sigma} = I/\sigma$.

Для різноманітних станів запасів $\{n\}$ множини Λ_S^+, Λ_S визначаються за допомогою такого алгоритму.

Множини $\lambda_1^\pm$:

а). Якщо $I_{01} \neq \varnothing$, то $\lambda_1^+ = \lambda_1^- = \varnothing$.

б). Якщо $I_{01} = \varnothing$, то:

б.1). Якщо $I_{12} \neq \varnothing$, то $\lambda_1^+ = \{\sigma \mid I_1 \subset \sigma, \sigma \cap I_{\max} = \varnothing\}$, $\lambda_1^- = \varnothing$.

б.2). Якщо $I_{12} = \varnothing$, то $\lambda_1^+ = \{\sigma \mid \sigma \cap I_{\max} = \varnothing\}$, $\lambda_1^- = \{\sigma \mid, \sigma \cap I_2 \neq \varnothing\}$.

Множини $\lambda_0^\pm$:

а). Якщо $I_{01}^- \neq \varnothing$, то $\lambda_0^+ = \varnothing$, $\lambda_0^- = \{\sigma \mid \sigma \cap I_0 = \varnothing\}$.

б). Якщо $I_{01}^- = \varnothing$, то:

б.1). Якщо $I_1^- \neq \varnothing$, то $\lambda_0^+ = \{\sigma \mid \sigma \cap I_{\max} = \varnothing, I_1^- \subset \sigma\}$, $\lambda_0^- = \{\sigma \mid \sigma \cap I_0 = \varnothing\}$.

б.2). Якщо $I_1^- = \varnothing$, то:

б.2.1). Якщо $I_1 \neq \varnothing$, то $\lambda_0^+ = \{\sigma \mid \sigma \cap I_1 \neq \varnothing, \sigma \cap I_{\max} = \varnothing\}$, $\lambda_0^- = Bci \;\; \sigma \subset I\}$.

б.2.2). Якщо $I_1 = \varnothing$, то:

б.2.2.1). Якщо $I_{12} \neq \varnothing$, $\lambda_0^+ = \varnothing$, $\lambda_0^- = Bci \;\; \sigma \subset I\}$.

б.2.2.2). Якщо $I_{12} = \varnothing$, то $\lambda_0^+ = \varnothing$, $\lambda_0^- = \varnothing$.

При описанні множин $\lambda_S^\pm$ були враховані такі граничні умови, що відображають роботу ВС:

$q_0^t(\{n\}) = 0$, якщо $I_{01} \cup I_{02} = \varnothing$, тобто, якщо $n_k \geq r_2^k$ для всіх $k \in I$;

$q_1^t(\{n\}) = 0$, якщо $I_{01} \neq \varnothing$, тобто якщо $n_k \geq r_1^k$ для деяких $k \in I$.

Розроблена імовірнісна динамічна модель для аналізу продуктивності складального автомата з накопичувачами деталей, що збираються, дозволяє обчислювати техніко-економічні показники його роботи, використовуючи запропонований алгоритм і реалізацію ітеративного процесу на ЕОМ.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Соколов Е.В.* Выбор оптимальных объемов технологической оснастки. – М.: Машиностроение, 1985. – С. 431.
2. *Ямпольский Л.С., Поліщук М.М., Ткач М.М.* Елементи робототехнічних пристроїв і модулі ГВС: Підручник / За загальною ред. Л.С. Ямпольского – К.: Вища школа, 1992. – 431 с.
3. *Зак Ю.А.* Вероятностные динамические модели сборочных производств // Автоматика. – 1990. – № 9. – С. 84–91.
4. *Зак Ю.А., Кирьян Н.Л., Ямпольский С.Л.* Детерминированные стохастические модели оптимального проектирования сборочных конвейеров // Комплексная автоматизация промышленности: Труды IV Международной конференции. – Секция 6. – Киев, 17–20 окт. – 1990. – РАПО. – Укрвузполиграф, 1990. – С. 19–23.

БОЖКО Сергій Вікторович – асистент кафедри інженерної механіки Київського національного університету технологій та дизайну.
Наукові інтереси:
– автоматизація технологічних процесів;
– технологічні процеси та обладнання складального виробництва.

ЗЕНКІН Микола Анатолійович – кандидат технічних наук, доцент кафедри інженерної механіки Київського національного університету технологій і дизайну.
Наукові інтереси:
– подовження терміну роботи деталей машин технологічними методами;
– зміцнюючі поверхню деталей технології та матеріали;
– технологічні процеси та обладнання складального виробництва.

Подано 12.08.2003