

УДК 621.372.8

В.П. Манойлов, д.т.н., проф.

Л.Ю. Назарчук, магістр

Житомирський державний технологічний університет

## ІМПЕДАНСНА МОДЕЛЬ АПЛІКАТОРНОЇ АНТЕНИ

*Представлена імпедансна модель аплікаторної антени, яка є сенсором радіометра, що вимірює випромінювання біооб'єктів. Для знаходження розподілу струмів на поверхні антени запропоновано метод еквівалентних граничних умов, який значно спрощує розрахунок моделі.*

В останні роки розроблені нові медичні технології для діагностики та лікування організму людини, засновані на взаємодії низькоінтенсивних електромагнітних полів міліметрового діапазону (ММ) з власними резонансними молекулярно-хвильовими процесами організму. Для реєстрації випромінювання живих біооб'єктів використовують радіометри [1], [2], основними сенсорами яких є мініатюрні антени-аплікатори, що знаходяться в контакт з досліджуванним середовищем. Щоб розробити антену для роботи з яким-небудь матеріальним середовищем, необхідно мати дані про електричні характеристики цього середовища і поведінку апертури антени в приконтактній області та в об'ємі середовища на різних відстанях від її граничної поверхні. Антени-аплікатори необхідно узгоджувати з середовищем, тому що вони працюють у ближній зоні.

Знаходження електромагнітних полів у ближній та проміжній зонах вимагають точного знання розподілу струмів на поверхні випромінювача чи електромагнітних полів у його розкритті. Розв'язок рівнянь Максвелла для адекватних реальним пристроям моделей є складною задачею [3], [4], [5].

Одним з методів спрощення таких задач для рівнянь Максвелла є метод еквівалентних граничних умов [2], що дозволяє виключити з розгляду деяку область простору, задаючи відповідні граничні умови на її границі. Розв'язок задачі про взаємодію випромінювача з контактуючим середовищем можна звести до задачі збудження резонатора з ідеальними стінками, навантаженого імпедансом на одній зі стінок [2].

Розглянемо циліндричний резонатор, що має ідеально провідні стінки і навантажений імпедансом на одному з торців (рис. 1).

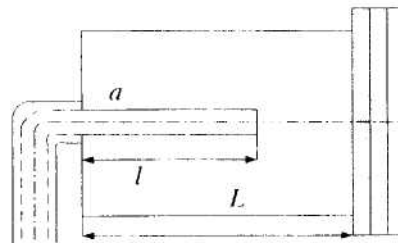


Рис. 1. Поперечний переріз циліндричного резонатора

Поле, збуджене в резонаторі, задовольняє неоднорідним рівнянням Максвелла [3], [4]

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= i\omega\epsilon_0 \vec{E} + \vec{j}, \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -i\omega\mu_0 \vec{H} \end{aligned} \quad (1)$$

і граничні умови на стінках резонатора

$$[\vec{n} \vec{E}] = 0, \quad (2)$$

а на торці

$$\vec{E}_z = [\vec{n} \vec{E}] = -Z [\vec{n} [\vec{n} \vec{H}]], \quad (3)$$

де  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  – вектори електричних і магнітних полів у резонаторі;  $\omega$  – кругова частота;  $\epsilon_0$ ,  $\mu_0$  – електрична і магнітна проникності вільного простору;  $\vec{j}$  – вектор щільності повного струму;  $Z$  – імпеданс;  $\vec{n}$  – вектор нормалі до стінок резонатора.

Умова (3) означає, що на торці резонатора (розкритті) тече поверхневий магнітний струм  $\vec{m}_0$ , величина якого визначається виразом:

$$\vec{m}_0 = Z [\dot{n} [\dot{n} \dot{H}]] \tag{4}$$

Розв'язок неоднорідних рівнянь Максвелла (1) не зміниться, якщо в граничній умові (3) додати, а в рівняннях Максвелла відняти той самий магнітний струм  $\vec{m}'_0$ , відмінний від нуля на апертурі випромінювача. У цьому випадку маємо

$$\begin{aligned} \text{rot} \dot{H} &= i\omega \epsilon_0 \dot{E} + \dot{j}, \\ \text{rot} \dot{E} &= -i\omega \mu_0 \dot{H} - \vec{m}'_0 \delta(p, q), \end{aligned} \tag{5}$$

а гранична умова (3) набуває вигляду

$$\dot{E}_\tau = [\dot{n} \dot{E}] = -\vec{m}_0 + \vec{m}'_0 |_{S_n}, \tag{6}$$

де  $S_n$  – поверхня випромінювача (торця резонатора);  $\delta(p, q)$  – дельта-функція Дірака;  $p$  – точка спостереження електромагнітного поля;  $q$  – точка джерел поля.

Якщо вибрати величину струму  $\vec{m}'_0$  такою, щоб виконувалась рівність

$$[\dot{n} \dot{E}]_{S_n} = 0, \tag{7}$$

то гранична умова (3) буде збігатися з відповідними умовами для резонатора, що має всі стінки ідеально провідні, а рівняння Максвелла набувають вигляду

$$\begin{aligned} \text{rot} \dot{H} &= i\omega \epsilon_0 \dot{E} + \dot{j}, \\ \text{rot} \dot{E} &= -i\omega \mu_0 \dot{H} - Z [\dot{n} [\dot{n} \dot{H}']] \delta(p, q). \end{aligned} \tag{8}$$

Умова (7) та рівняння (8) показують, що введенням додаткового струму, що компенсує магнітний струм на поверхні випромінювача, можна задачу збудження резонатора з імпедансним торцем звести до задачі збудження резонатора з ідеально провідними стінками.

Для розрахунку збудження резонатора використовуємо коливальні рівняння [6]:

$$\begin{aligned} i\omega_v h_v - i\omega e_v &= J_v, \\ i\omega h_v - i\omega_v e_v &= -F_v, \end{aligned} \tag{9}$$

де

$$\begin{aligned} J_v &= \frac{1}{P_v} \int \dot{j} \dot{E}_v^* dv, \\ F_v &= \frac{1}{P_v} \int \vec{m}'_0 \delta(p, q) \dot{H}_v^* d\vec{S} + \frac{1}{P_v} \oint_S [\dot{E} \dot{H}_v^*] d\vec{S}, \end{aligned}$$

де  $e_v, h_v$  – амплітудні коефіцієнти електричного та магнітного полів резонатора;  $\dot{E}_v, \dot{H}_v$  – власні векторні функції резонатора; знак "\*" означає комплексно-спряжену величину;  $P_v$  – норма функції резонатора [6].

Розглянемо другий член у виразі для  $F_v$ , що враховує втрати в стінках резонатора. Для цього представимо дотичну складову поля в такому вигляді:

$$\dot{E}_\tau = [\dot{H} \dot{n}] p_\sigma, \tag{10}$$

де  $p_\sigma$  – провідність стінок резонатора, що дорівнює [5]

$$p_\sigma = (1 + i) \sqrt{\frac{\omega \mu}{2\sigma}}, \tag{11}$$

де  $\sigma$  – провідність матеріалу стінок резонатора. Таким чином

$$\begin{aligned} \oint_S [\dot{E} \dot{H}_v^*] d\vec{S} &= \oint_S [[\dot{H} \dot{n}] p_\sigma, \dot{H}_v^*] \dot{n} d\vec{S} = p_\sigma h_v \oint_S \{ \dot{n} (\dot{H}_v \dot{H}_v^*) - \dot{H}_v (\dot{n} \dot{H}_v^*) \} \dot{n} d\vec{S} = \\ &= p_\sigma h_v \oint_S |\dot{H}_v|^2 d\vec{S}, \end{aligned} \tag{12}$$

тому що  $\dot{n} \dot{H}_v = 0$ .

Введемо величину

$$d_0 = p_\sigma \oint_S |\dot{H}_v|^2 d\vec{S}, \tag{12a}$$

тоді

$$\oint_S [\dot{E} \dot{H}_v^*] d\vec{S} = (1 + i) \omega h_v d_0. \tag{13}$$

Враховуючи, що

$$\int f(x)\delta(x-a) = f(a),$$

одержимо

$$F_v = \frac{1}{P} \int_{S_a} m'_0 \dot{H}_v^* \bar{dS} + (1+i)\omega h_v d_0. \quad (14)$$

Здійснюючи циклічну перестановку в мішаному добутку векторів у першому члені виразу (14) і зробивши необхідні дії, отримаємо

$$F_v = -i\omega h_v \frac{Z}{i\omega P} \frac{1}{S_a} \int |\dot{H}_v|^2 dS + i\omega h_v (d_0 - id_0) = -i\omega h_v \left[ \frac{Z}{i\omega P} \frac{1}{S_a} \int |\dot{H}_v|^2 dS + (d_0 - id_0) \right].$$

Для знаходження  $J_v$  необхідно визначити щільність струму в провіднику, що є навантаженням резонатора.

Як видно з рис. 1, провідник (штир) у резонаторі є продовженням центральної жили коаксіальної лінії, що з'єднує джерело електромагнітних коливань з резонатором.

У нашому випадку струм, що протікає через штир, можна представити у такому вигляді [6]:

$$I_v = \int_{V_{umi}} j \dot{E}_v^* dv = \int_0^l d\xi \int_{S_{umi}} j_\xi E_{v\xi}^* ds = E_{v\xi}^* \int_0^l Id\xi = \frac{E_{v\xi}^*}{k} \left[ I_0 \operatorname{tg} \frac{kl}{2} + I_l \left( kl - 2 \operatorname{tg} \frac{kl}{2} \right) \right]. \quad (15)$$

Підставимо значення  $I_v$  з (15) у систему (9) і згрупуємо члени щодо невідомих  $h_v$  і  $I_l$ , згадуючи, що  $e_v = \frac{E_{v\xi}^*}{E_{v\xi}} = -\frac{k^2}{i\omega C} \frac{I_l}{E_{v\xi}}$ , в результаті отримаємо

$$\begin{aligned} i\omega h_v \left[ 1 + \frac{Z}{i\omega P} \frac{1}{S_a} \int |\dot{H}_v|^2 dS + (d_0 - id_0) \right] + \frac{\omega_v}{\omega} \frac{k^2}{CE_{v\xi}} I_l &= 0, \\ i\omega_v h_v + \left[ \frac{k^2}{CE_{v\xi}} - \frac{E_{v\xi}^*}{k} \left( kl - 2 \operatorname{tg} \frac{kl}{2} \right) \right] I_l &= \frac{E_{v\xi}^*}{k} \operatorname{tg} \frac{kl}{2} I_0. \end{aligned} \quad (16)$$

Звідси знаходимо, позначаючи визначник системи через  $\Delta$ :

$$\begin{aligned} I_l &= \frac{1}{\Delta} i\omega \left[ 1 + \frac{Z}{i\omega P} \frac{1}{S_a} \int |\dot{H}_v|^2 dS + (d_0 - id_0) \right] \operatorname{tg} \frac{kl}{2} E_{v\xi}^* I(0), \\ \Delta &= i\omega \left[ 1 + \frac{Z}{i\omega P} \frac{1}{S_a} \int |\dot{H}_v|^2 dS + (d_0 - id_0) \right] \left[ \frac{k^2}{CE_{v\xi}} - \frac{E_{v\xi}^*}{k} \left( kl - 2 \operatorname{tg} \frac{kl}{2} \right) \right] - i \frac{\omega_v^2}{\omega} \frac{k^2}{CE_{v\xi}}. \end{aligned} \quad (17)$$

Як видно з рис. 1, для лінії резонатор являє собою навантаження, підключене в перетині "а", величина якого залежить як від властивостей штиря (діаметра і довжини), так і від властивостей резонатора (об'єму, провідності стінок і опору  $Z$  на торці).

Відповідно до цього опір у перетині "а" можна розділити на дві частини: власний опір штиря й опір, внесений в штир резонатором  $Z_l$ :

$$Z_{ax} = Z_w + Z_l. \quad (18)$$

Якщо середня потужність, що надходить від генератора, не залежить від величини цього навантаження (здійснена розв'язка), то еквівалентну схему навантаженої лінії можна представити рис. 2.

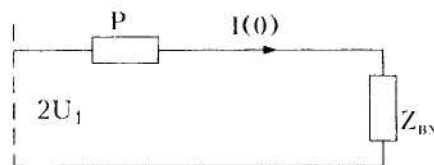


Рис. 2

Тут  $U_1$  – амплітуда падаючої хвилі на кінці лінії, що не залежить від  $Z_{ax}$ ,  $\rho$  – її хвильовий опір,  $I(0)$  – вхідний струм штиря (чи струм на кінці лінії). Дуже важливо узгодити навантаження з лінією, тобто домогтися, щоб  $Z_{ax} = \rho$ .

Власні властивості штиря можна вивчити, розглядаючи його як такий, що не піддається впливу резонатора, тобто штир знаходиться у вільному просторі. У цьому випадку

$$Z_{ax} = Z_w = -i\rho_0 \text{ctg}kl + iX, \quad (19)$$

де  $l$  – довжина штиря;  $\rho_0$  – хвильовий опір штиря, що залежить від його довжини (рис. 3);  $iX$  – індуктивна поправка, що впливає на опір штиря  $Z_w$  при таких його довжинах, коли  $\text{ctg}kl \approx 0$ .

Струм  $I$ , що протікає через штир, можна виразити таким чином:

$$I = \frac{i\omega C}{k} Z_i I_0 \frac{\sin k(l - \xi)}{\cos kl} + I_l \left( 1 - \frac{\cos k\xi}{\cos kl} \right),$$

і звідси визначаємо опір резонатора, внесений в штир:

$$Z_i = \frac{k}{i\omega C} \frac{I_l}{I_0} \text{tg} \frac{kl}{2}. \quad (20)$$

Підставляючи у вираз для  $Z_i$  відношення струмів  $\frac{I_l}{I_0}$  з (17), одержуємо

$$Z_i = \frac{E_{v\xi}^*}{kC} \text{tg}^2 \frac{kl}{2} \frac{1}{\Delta} \left[ i\omega \left[ 1 + \frac{Z}{i\omega} \frac{1}{P_v S_v} \int |H_v|^2 dS + (d_0 - id_0) \right] \right]. \quad (21)$$

Використовуємо вираз (17) для  $\Delta$ , маємо

$$Z_i = \frac{1}{i\omega} \frac{|E_{v\xi}|^2}{k^2} \text{tg}^2 \frac{kl}{2} \frac{1}{1 - \frac{|E_{v\xi}|^2}{k^2} \left( kl - 2\text{tg} \frac{kl}{2} \right) - \frac{\omega_v^2}{\omega^2} \left[ 1 + \frac{Z}{i\omega} \frac{1}{P_v S_v} \int |H_v|^2 dS + (d_0 - id_0) \right]}. \quad (22)$$

Представимо опір  $Z$  у вигляді:

$$Z = R + iX, \quad (23)$$

де  $R, X$  – дійсна та уявна частини опору  $Z$ . Тоді

$$Z_i = \frac{1}{i\omega} \frac{|E_{v\xi}|^2}{k^2} \text{tg}^2 \frac{kl}{2} \frac{1}{1 - \frac{|E_{v\xi}|^2}{k^2} \left( kl - 2\text{tg} \frac{kl}{2} \right) - \frac{\omega_v^2}{\omega^2} [(1 + C_1) + iC_2]}, \quad (24)$$

де

$$C_1 = \frac{X}{\omega} \frac{1}{P_v S_v} \int |\dot{H}_v|^2 dS + d_0, \quad C_2 = \frac{R}{\omega} \frac{1}{P_v S_v} \int |\dot{H}_v|^2 dS + d_0. \quad (25)$$

Вважаючи, що величини  $C_1$  і  $C_2$  малі, і тому степенями  $C_1$  і  $C_2$ , починаючи з другого, можна знехтувати.

Розглянемо вираз

$$\frac{1}{1 + C_1 - iC_2} = \frac{1 + C_1 - iC_2}{(1 + C_1)^2 + C_2^2} = \frac{1 + C_1}{1 + 2C_1} + i \frac{C_2}{1 + 2C_1} \approx (1 - C_1) + iC_2, \quad (26)$$

а тому

$$Z_i = \frac{1}{i\omega} \frac{|E_{v\xi}|^2}{k^2} \text{tg}^2 \frac{kl}{2} \left[ 1 - \frac{\omega_v^2}{\omega^2} (1 - C_1) - \left( kl - 2\text{tg} \frac{kl}{2} \right) \frac{|E_{v\xi}|^2 C}{k^2} - i \frac{\omega_v^2}{\omega^2} C_2 \right]. \quad (27)$$

Використовуючи вираз (16), знайдемо коефіцієнт  $h_v$ :

$$h_v = -\frac{1}{\Delta} \frac{E_{v\xi}^*}{C} \text{tg} \frac{kl}{2} \frac{\omega_v}{\omega} \frac{k}{E_{v\xi}} I_0. \quad (28)$$

Вираз  $\frac{1}{\Delta} \frac{E_{v\xi}^*}{C} \text{tg} \frac{kl}{2}$  можна визначити з (21):

$$\frac{1}{\Delta} \frac{E_{v\xi}^*}{C} \text{tg} \frac{kl}{2} = \frac{Z_i k}{i\omega} \left[ 1 + \frac{Z}{i\omega} \frac{1}{P_v S_v} \int |\dot{H}_v|^2 dS + (d_0 - id_0) \right]^{-1} \frac{\omega_v k}{\omega E_{v\xi} \text{tg} \frac{kl}{2}} I_0,$$

і підставляючи в (28), отримаємо

$$h_v = \frac{Z_l I_0}{i\omega} \left[ 1 + \frac{Z}{i\omega} \frac{1}{P_v s_v} \int |\dot{H}_v|^2 d\bar{S} + (d_0 - id_0) \right] \frac{k_v}{E_{vc}} \frac{k}{\operatorname{tg} \frac{kL}{2}}, \quad (29)$$

де  $k_v = \frac{\omega_v k}{\omega}$ .

Систему “передаюча лінія-шпир” представимо у вигляді лінійного пасивного чотириполюсника з навантаженням  $Z_{ax}$ . За теорією про еквівалентний генератор

$$I_0 = \frac{U_{xx}}{Z_{ax} + Z_a}, \quad (30)$$

де  $U_{xx}$  – напруга холостого ходу чотириполюсника (при розімкнутих вихідних контактах ЕДС еквівалентного генератора);  $Z_a$  – опір системи з боку виходу при замиканні джерел ЕДС (внутрішній опір еквівалентного генератора, рис. 3, а).

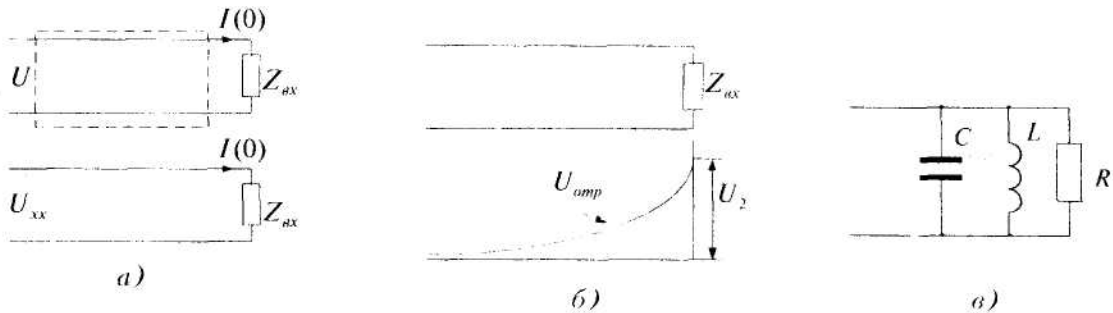


Рис. 3

При замиканні виходу одержимо з (30)  $Z_a = \frac{U_{xx}}{I_{kr}}$  ( $I_{kr}$  – струм короткого замикання).

Знайдемо ці величини. Продовжуючи відраховувати координату  $\xi$  в колишньому напрямку, напишемо телеграфні рівняння для лінії

$$\begin{aligned} U &= U_1 e^{-\gamma \xi} + U_2 e^{\gamma \xi}, \\ I &= \frac{1}{W} (U_1 e^{-\gamma \xi} - U_2 e^{\gamma \xi}), \end{aligned} \quad (31)$$

де  $U, I$  – напруга і струм у лінії;  $\gamma$  – постійна розповсюдження в лінії;  $W$  – хвильовий опір лінії;  $U_1, U_2$  – постійні, величина яких залежить від режиму роботи лінії.

У точці  $\xi = 0$

$$\begin{aligned} U_k &= U_1 + U_2, \\ I_0 &= \frac{1}{W} (U_1 - U_2). \end{aligned} \quad (32)$$

При розмиканні контактів  $U_1 = U_2$ ;  $U_k = U_{xx} = 2U_1$ ; при короткому замиканні  $I_0 = I_{kr} = \frac{2U_1}{W}$ . Якщо опір  $W$  обрано таким, що відбита від навантаження-шпира хвиля, зумовлена членом  $U_2 e^{\gamma \xi}$ , встигне затухнути до входу лінії (рис. 3, б), то напруга на вході і  $U_1$  будуть зберігати постійне значення при зміні навантаження. Тоді  $I_{kr} = \frac{U_{xx}}{W}$ , звідки  $W = Z_a$ .

Таким чином, еквівалентну схему системи можна представити у вигляді рис. 2, причому  $W = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho$  внаслідок високої частоти  $\omega$ .

Підставляючи знайдене в (30), одержимо

$$I_0 = \frac{2U_1}{Z_{ax} + \rho}. \quad (33)$$

Вираз для  $h_v$  при врахуванні (33) перепишеться в такий спосіб:

$$h_v = -\frac{2U_v k_v}{i\omega} \left[ 1 + \frac{Z}{i\omega P_r S_v} \int |\dot{H}_v|^2 dS + (d_0 - id_0) \right] \frac{Z_i}{Z_{ax} + \rho} \frac{k}{E_{vg} \operatorname{tg} \frac{kl}{2}} = D \frac{Z_i}{Z_{ax} + \rho} \quad (34)$$

Для отриманого виразу застосовуємо наступну еквівалентну схему (рис. 3, а).

Вплив резонатора на штир, що виражається  $Z_i$ , тим сильніший, чим більше довжина штиря. Тому модуль  $Z_i$  росте зі збільшенням довжини штиря. Частотна характеристика резонатора, що представляє собою залежність амплітуди поля від частоти постійного за величиною зовнішнього впливу, має дуже гострі максимуми при значеннях частот, що називаються власними частотами резонатора. Тому вплив резонатора на штир сильно залежить від частоти поблизу цих значень, тобто  $Z_i$  має яскраво виражений резонансний характер, і ці резонансні властивості можна представити еквівалентною схемою рис. 3, в.

Крім того, при постійній частоті і довжині штиря вплив резонатора залежить від розташування штиря в ньому, тому що електричне поле резонатора, що діє на штир, є координатною функцією.

Задача узгодження буде вирішена, якщо довжина штиря, місце його розташування і частота підібрані так, що активна складова  $Z_i$  дорівнює хвильовому опорю живильної лінії, а реактивна – компенсує власний реактивний опір штиря.

Підставимо в (34)  $Z_i$  з (27), позначаючи його для зручності  $A/B$  ( $A, B$  – відповідно чисельник і знаменник (27)):

$$h_v = D \frac{A/B}{Z_w + A/B + \rho} = D \frac{A}{Z_w + \rho} \frac{1}{B + \frac{A}{Z_w + \rho}} \quad (35)$$

Спрямуємо тепер довжину штиря до нуля. При цьому амплітуда  $h_v$  повинна прямувати до нуля, а її частотна залежність – до частотної залежності, що характеризує вільні коливання резонатора.

З (34) видно, що при  $l \rightarrow 0$  перші два дроби прямують до нуля, а третій – до  $\frac{1}{B}$ . Таким чином, вираз  $h_v = \frac{1}{B}$  з точністю до постійного множника дає характеристику вільних коливань резонатора:

$$h_v = \frac{1}{1 - \frac{\omega_v^2}{\omega^2} (1 - C_1) - i \frac{\omega_v^2}{\omega^2} C_2} \quad (36)$$

Знайдемо частоту, при якій  $h_v = h_{v, \max}$ . Для цього досить знайти мінімум квадрата модуля знаменника. Позначаючи  $\frac{\omega_v^2}{\omega^2} = x_p$  і диференціюючи  $\left\{ [1 - x_p (1 - C_1)]^2 + x_p^2 C_2^2 \right\}$ , знаходимо

$$-2[1 - x_p (1 - C_1)](1 + C_2) = 0, \quad (37)$$

звідки

$$x_p = \frac{1}{1 - C_1}.$$

Перетворимо тепер вираз (36), підставивши в нього значення  $x_p$ . В результаті отримаємо

$$\begin{aligned} h_v &= \frac{1}{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{\omega_v^2}{\omega_p^2} (1 - C_1) - i \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{\omega_v^2}{\omega_p^2} C_2} = \frac{1}{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{1}{1 - C_1} (1 - C_1) - i \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{1}{1 - C_1} C_2} = \\ &= \frac{1}{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} - i \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{C_2}{1 - C_1}} \end{aligned} \quad (38)$$

Якщо втрати малі, то резонансна крива резонатора досить вузька, а тому

$$\frac{\omega_p^2}{\omega^2} \approx 1; \quad 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \approx \frac{2\Delta\omega}{\omega_p}; \quad h_v \approx \frac{1}{\frac{2\Delta\omega}{\omega_p} - i \frac{C_2}{1-C_1}}, \quad (39)$$

що збігається з рівнянням резонансної кривої контуру з зосередженими постійними.

Величина  $\frac{C_2}{1-C_1}$  в даному випадку відіграє роль загасання резонатора без щитря і згідно з (39) може бути виміряна на рівні 0,707.

$$\frac{C_2}{1-C_1} = \frac{2\Delta\omega}{\omega_p} = \frac{2\Delta f}{f_p},$$

де  $\Delta f$  – смуга пропускання резонатора.

$$\text{Величина } Q_0 = \frac{1}{\frac{C_2}{1-C_1}} = \frac{1-C_1}{C_2} \text{ є добротністю резонатора.}$$

Повернемося до виразу (35). Величину  $B$  можна переписати з врахуванням (37) у такому вигляді:

$$B = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} - \left( kl - 2\text{tg} \frac{kl}{2} \right) \frac{|E_{v\zeta}|^2 C}{k^3} - i \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{C_2}{1-C_1}. \quad (40)$$

Підставимо (40) у (35), замінюючи  $\frac{\omega_p^2}{\omega^2}$  на  $x$ , причому одночасно винесемо із знаменника третього дробу  $(-i)$ . В результаті отримуємо:

$$h_v = \frac{iDA}{Z_w + \rho} \frac{1}{x \frac{C_2}{1-C_1} + i \left[ 1 - x - \left( kl - 2\text{tg} \frac{kl}{2} \right) \frac{|E_{v\zeta}|^2 C}{k^3} \right] + \frac{iA}{Z_w + \rho}} = \frac{iDA}{Z_w + \rho} \frac{1}{\left( \frac{C_2}{1-C_1} + F \right) + i[(1-x) - L]}, \quad (41)$$

$$\text{де } F = \text{Re} \left[ \frac{iA}{Z_w + \rho} \right], \quad L = \left( kl - 2\text{tg} \frac{kl}{2} \right) \frac{|E_{v\zeta}|^2 C}{k^3} - \text{Im} \left[ \frac{iA}{Z_w + \rho} \right] = M - \text{Im} \left[ \frac{iA}{Z_w + \rho} \right].$$

Частотну залежність  $h_v$  можна відобразити за допомогою еквівалентної схеми рис. 4, а.

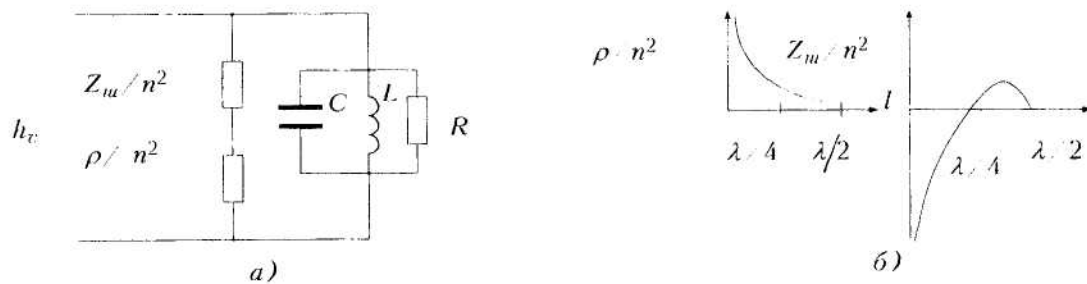


Рис. 4

Тут струм не залежить від частоти, частотні властивості паралельного коливального контуру збігаються з частотними властивостями  $Z_l$ . Можна сказати, що контур відображає вплив резонатора на самого себе. Опір  $\frac{Z_w}{n^2}$  і  $\frac{\rho}{n^2}$  характеризують вплив відповідно власного опору і живильної лінії на резонатор ( $n$  – коефіцієнт трансформації). Якщо підставити замість  $Z_w$  його явний вираз, можна одержати наступні залежності для введених опорів (рис. 4, б).

Таким чином, частотні властивості резонатора зі щитрем визначаються дробом:

$$m = \frac{1}{\left(\frac{C_2}{1-C_1}x + F\right) + i(1-x-L)} = \frac{1}{iB + \frac{iA}{Z_w + \rho}} \quad (42)$$

Знайдемо нову резонансну. Для цього складемо вираз для квадрата модуля знаменника (42) ( $|\varphi(x)|^2$ ):

$$|\varphi(x)|^2 = a_1^2 x^2 + F^2 + 2a_1 x F + (1-x)^2 - 2L(1-x) + L^2, \quad (43)$$

де  $a_1 = \frac{C_2}{1-C_1}$ .

Диференціюємо цей вираз та прирівнюємо його до нуля:

$$a_1^2 x'_p + a_1 F - (1-x'_p) + L = 0.$$

Звідси

$$x'_p = \frac{-a_1 F + 1 - L}{1 + a_1^2} \approx 1 - L - a_1 F. \quad (44)$$

Оскільки частотна характеристика  $Z_i$  (24) виходить з (42) при  $A=0$ , то резонансна частота  $Z_i$

$$x''_p = 1 - M. \quad (45)$$

Резонансна частота  $\omega''_p$   $Z_i$  зменшується зі збільшенням довжини штиря за законом, зображеним на рис. 5, а (пунктирна лінія).

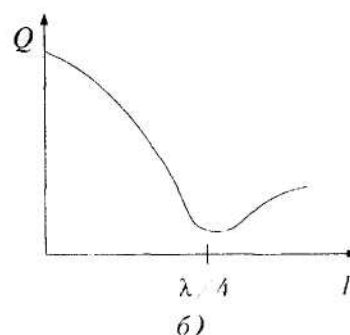
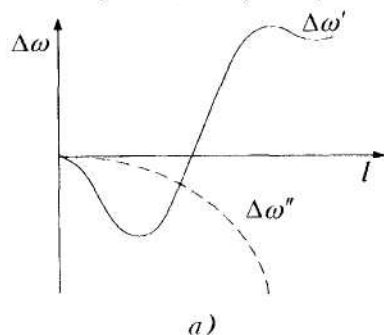


Рис. 5

При  $l=0$  вплив лінії та  $Z_w$  відсутній ( $\frac{Z_w}{n^2}$  і  $\frac{\rho}{n^2} = \infty$ ) і частота контуру дорівнює резонансній частоті порожнього резонатора  $\omega_p$ . При  $l \leq \frac{\lambda}{4}$  при резонансі всього ланцюга ємнісний вплив  $Z_w$  повинний компенсуватися індуктивним власним впливом, а це може бути в силу паралельного контуру тільки при частоті  $\omega'_p < \omega''_p$ . При  $l \approx \frac{\lambda}{4}$  вплив  $Z_w$  на частоту відсутній. При  $l \geq \frac{\lambda}{4}$   $Z_w$  індуктивний і  $\omega'_p > \omega''_p$ , але добротність  $Z_i$  зменшується швидше, ніж резонансна частота. Тому для одержання малих ємнісних розстройок при  $l \geq \frac{\lambda}{4}$  необхідний великий зсув частоти, так що  $\omega'_p > \omega_p$ .

При  $l=0$  добротність контуру дорівнює добротності порожнього резонатора. Резонатор шунтується опором  $\frac{\rho}{n^2}$ , що зменшується з довжиною штиря. Наявність реактивності  $\frac{Z_w}{n^2}$  при  $l \approx \frac{\lambda}{4}$  стримує падіння добротності, але її в області, близькій до  $\frac{\lambda}{4}$ , реактивність близька до нуля і добротність резонатора різко падає. При  $l > \frac{\lambda}{4}$  індуктивна реактивність знову призводить до деякого зростання добротності (рис. 5, б).



Далі перетворимо  $|\varphi(x)|^2$ .

$$\begin{aligned} |\varphi(x)|^2 &= a_1^2 x^2 + F^2 + 2a_1 x F + 1 - 2x + x^2 - 2L + 2Lx + L^2 = \\ &= x^2(a_1^2 + 1) - 2x(1 - L - a_1 F) + F^2 + 1 - 2L + L^2 = x^2(a_1^2 + 1) - 2xx'_p + F^2 + (1 - L)^2. \end{aligned} \quad (46)$$

При  $x = x'_p$

$$|\varphi(x)|^2 = |\varphi(x'_p)|^2 = x'^2_p(a_1^2 + 1) - 2x'^2_p + F^2 + (1 + L)^2 = x'^2_p a_1^2 - x'^2_p + F^2 + (1 - L)^2, \quad (47)$$

звідки

$$F^2 + (1 - L)^2 = |\varphi(x'_p)|^2 + x'^2_p(1 - a_1^2). \quad (48)$$

Після підстановки (48) у вираз (46) членами, що містять  $a_1^2$ , можна знехтувати через їхнє мале значення. Тоді

$$|\varphi(x)|^2 = x^2 - 2xx_p + x'^2_p + |\varphi(x'_p)|^2 = (x - x'_p)^2 + |\varphi(x'_p)|^2,$$

і

$$\left| \frac{m}{\max} \right|^2 = \left| \frac{h_v}{h_{v,\max}} \right|^2 = \frac{|\varphi(x'_p)|^2}{(x - x'_p)^2 + |\varphi(x'_p)|^2} = \frac{1}{1 + \frac{1}{|\varphi(x'_p)|^2} (x - x'_p)^2} = \frac{1}{1 + \xi^2}, \quad (49)$$

де  $\xi$  – узагальнена розстройка.

Представимо тепер добротність через введені коефіцієнти  $F$  і  $L$ . З (47) та (44) випливає

$$\frac{1}{Q^2} = |\varphi(x'_p)|^2 = x'^2_p a_1 - x'^2_p + F^2 + (1 - L)^2 = -(1 - L - a_1 F)^2 (1 - a_1^2) + F^2 + (1 - L)^2. \quad (50)$$

Нехтуючи членами, що містять треті степені малих величин  $F$ ,  $L$ ,  $a_1$ , одержуємо

$$\frac{1}{Q^2} = (1 - a_1^2) - L^2 + 2L + 2Fa_1 + F^2 + 1 - 2L + L^2 = (F + a_1)^2, \quad (51)$$

звідки

$$Q = \frac{1}{(a_1 + F)}. \quad (52)$$

Для зручності розрахунків введемо коефіцієнт  $k_0 = \frac{F}{|E_{vz}|^2}$ , і тоді

$$Q = \frac{1}{a_1 + k_0 |E_{vz}|^2}, \quad (53)$$

і

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{a_1}{a_1 + k_0 |E_{vz}|^2}. \quad (54)$$

Вираз (44) для  $x'_p$  можна трохи спростити, представивши його в такому вигляді:

$$x'_p = \frac{\omega_p^2}{\omega_p'^2} = \frac{\omega_p^2}{(\omega_p + \Delta\omega')^2} = \frac{\omega_p^2}{(\omega_p^2 + 2\omega_p \Delta\omega' + \Delta\omega'^2)} \approx \frac{\omega_p}{\omega_p + 2\Delta\omega'} = \frac{1}{1 + 2 \frac{\Delta\omega'}{\omega_p}}, \quad (55)$$

та використовуючи (44), маємо  $\frac{1}{1 + 2 \frac{\Delta\omega'}{\omega_p}} = 1 - L - a_1 F$ . Звідки

$$\frac{\Delta\omega'}{\omega_p} \cong \frac{1}{2} L, \quad (56)$$

де  $\Delta\omega'$  – зсув резонансної частоти  $\omega$ .  $\frac{\Delta\omega'}{\omega_p} = \frac{\Delta f'}{f_p} = \frac{L}{2}$ , звідки

$$\Delta f' = \frac{f_p}{2} L = \frac{f_p}{2} |E_{vz}|^2 \frac{L}{|E_{vz}|^2} = \frac{f_p}{2} |E_{vz}|^2 k_p, \quad k_p = \frac{L}{|E_{vz}|^2}. \quad (57)$$

Визначимо ще зміну добротності. Для цього розглянемо вираз (43)

$$|\varphi(x_p^*)|^2 = x_p^{*2}(-1 + a_1^2) + (1 - M)^2,$$

і використовуючи значення  $x_p^* = 1 - M$ , отримаємо

$$|\varphi(x_p^*)|^2 = (1 - M)(a_1^2 - 1) + (1 - M)^2 = (1 - M)^2 a_1^2, \tag{58}$$

і

$$Q_i = \frac{1}{|\varphi(x_p^*)|} = \frac{1}{(1 - M)a_1^2} = \frac{Q_0}{1 - M}. \tag{59}$$

З огляду на (45), представимо  $h_v$  у вигляді

$$h_v = \frac{iDA}{Z_w + \rho} \frac{1}{a_1 x + i(x_p^* - x) + \left[ \frac{Z_w + \rho}{iA} + \frac{\rho}{iA} \right]^{-1}}, \tag{60}$$

то  $\frac{1}{a_1 x + i(x_p^* - x)}$  дає частотну характеристику  $Z_i$ , і має ємнісний характер при  $\omega > \omega_p^*$  та індуктивний – при  $\omega < \omega_p^*$ .

Якщо розраховувати величину  $\frac{iDA}{Z_w + \rho}$  як струм, то еквівалентна схема виглядає так, як показано на рис. 5,  $a$  ( $iA = n^2$ ).

Визначимо максимальне значення  $h_v$  у функції від довжини штиря. На підставі (41) та (51) маємо

$$|h_{v\max}(l)|^2 = D^2 \left| \frac{A}{Z_w + \rho} \right|^2 Q^2,$$

і отриманий вираз можна представити в такому вигляді:

$$D^2 \left| \frac{A}{Z_w + \rho} \right|^2 = SF,$$

де  $S$  – незалежна від довжини штиря величина, а тому

$$|h_{v\max}(l)|^2 = SFQ^2, \tag{61}$$

$$\left| \frac{h_{v\max}(l)}{h_{v\max\max}} \right|^2 = \frac{F(l)Q^2(l)}{F(l_1)Q^2(l_1)}, \tag{62}$$

де  $l_1$  – значення довжини штиря, при якому настає максимум  $h_{v\max\max}$ .

Підставимо значення величини  $Q$  з виразу (52) у (61), одержуємо

$$|h_{v\max}(l)|^2 = \frac{SF}{(a_1 + F)^2}. \tag{63}$$

Величина  $|h_{v\max\max}|$  досягає максимуму у випадку, коли

$$a_1 = F, \tag{64}$$

але при цьому добротність  $Q$  дорівнює

$$Q = \frac{1}{2a_1} = \frac{Q_0}{2}. \tag{65}$$

Підставляючи значення величин  $a_1$  і  $F$  в (64), маємо  $\operatorname{Re} \left| \frac{iA}{Z_w + \rho} \right| = a_1$  чи  $\frac{A\rho}{\rho^2 - Z_w^2} = a_1$ ,

звідки

$$iA = \frac{1}{\omega} \operatorname{tg}^2 \frac{kl_1}{2} \frac{|E_{vz}|^2}{k^2} = \frac{a_1}{\rho} (\rho^2 - |Z_w(l_1)|^2). \tag{66}$$

З виразу (44) при  $a_1 = F$  випливає

$$x_p^* \cong 1 - L - a_1 F \approx 1 - L - a_1^2 \approx 1 - L,$$

і підставляючи в (27) для  $Z_i$ , одержуємо

$$Z_i(x'_p, l_1) = \frac{A}{B} = \frac{a_1}{i\rho} \frac{\rho^2 - |Z_w(l_1)|^2}{(1 - x'_p - M) - ia_1 x'_p} \approx \frac{a_1(\rho^2 + |Z_w(l_1)|^2)}{\rho[a_1 + i(L - M)]} \quad (67)$$

Але з виразу (66) випливає, що

$$L = M + F \frac{Z_w}{i\rho}, \quad (68)$$

і підставляючи в (67), маємо

$$Z_i(x'_p, l_1) = \frac{a_1}{\rho} \frac{(\rho^2 + |Z_w(l_1)|^2)}{\left(a_1 + a_1 \frac{Z_w(l_1)}{\rho}\right)} = \frac{\rho^2 + |Z_w(l_1)|^2}{\rho + Z_w(l_1)} = \rho + Z_w^*(l_1).$$

Вхідний опір штиря при  $l = l_1$  дорівнює

$$Z_{вх} = Z_w + Z_i = \rho + Z_w + Z_w^* = \rho. \quad (69)$$

Таким чином, при  $|h_{vmax}(l)| = |h_{vmaxmax}|$  добротність резонатора падає вдвічі, а в лінії встановлюється режим біжучої хвилі.

В розглянутій системі збуджується електричне коливання  $E_{010}$ , резонансна довжина хвилі якого не залежить від довжини резонатора, що дозволяє виготовляти антену, яка має малі габарити [8]. Отримані наближені вирази дозволяють розрахувати основні параметри аплікаторної антени радіометра для вимірювань випромінювань біооб'єктів.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Есенкіна Н.А., Корольков Д.В., Парийский Ю.Н. Радиотелескопы и радиометры. – М.: Наука, 1972. – 416 с.
2. Скрипник Ю.О., Манойлов В.П., Яценко О.П. Модуляційні радіометричні пристрої та системи НВЧ-діапазону. – Житомир: ЖІТІ, 2001. – 373 с.
3. Федоров Н.Н. Основы электродинамики. – М.: Высшая школа, 1980. – 400 с.
4. Ильинский А.С., Слепян Г.Я. Колебания и волны в электродинамических системах с потерями. – М.: Изд. МГУ, 1983. – 232 с.
5. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. – М.: Радио и связь, 1988. – 440 с.
6. Юров Ю.Я. Техническая электродинамика. – Л.: Изд. ЛТУ, 1975. – 170 с.
7. Кочин Н.Е. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления. – М.: Наука, 1965. – 425 с.
8. Марков Г.Т., Петров Б.М., Грудинская Г.П. Электродинамика и распространение радиоволн. – М.: Сов. радио, 1970. – 373 с.

МАНОЙЛОВ В'ячеслав Пилипович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри біомедичних приладів та систем Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- радіофізика;
- біомедичні прилади та системи.

Тел.: (0412) 24-31-30.

НАЗАРЧУК Леся Юрївна – магістр кафедри біомедичних приладів та систем Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- електродинаміка;
- радіофізика;
- НВЧ;
- біофізика;
- біомедичні прилади та системи.

E-mail: [LNazarchuk@rambler.ru](mailto:LNazarchuk@rambler.ru)

Подано 25.03.2003