

УДК 621.396.96

І.О. Коваленко, к.т.н, доц.  
 Житомирський державний технологічний університет  
 А.І. Коваленко, к.т.н, с.н.с.  
 О.М. Михайлутін, к.т.н., доц.  
 С.М. Пискунов, к.т.н., с.н.с.  
 Харківський військовий університет

### ВПЛИВ ПОХИБОК ВИМІРЮВАНЬ НА ОЦІНКИ ПАРАМЕТРІВ ТРАЄКТОРІЙ ЦІЛЕЙ

*Досліджується вплив похибок вимірювань, що повільно змінюються (ПВПЗ), на оцінки траєкторних параметрів. Оцінка впливу ПВПЗ проведена за фіксованою вибіркою і при рекурентному згладжуванні параметрів траєкторії об'єкта.*

Відомо, що при визначенні параметрів траєкторії радіолокаційної цілі використовується метод послідовної обробки результатів вимірювання координат об'єкта та їх похідних. При цьому алгоритмі обробки інформації не враховуються похибки, що повільно змінюються, які викликані неточністю юстирування РЛС, нестаціонарністю середовища поширення електромагнітних хвиль та іншими факторами. В статті запропоновано у визначений алгоритм включати і обробку результатів вимірювання похибок, що повільно змінюються.

ПВПЗ, обумовлені неточністю юстирування РЛС, дефектами її пристроїв і нестаціонарністю середовища поширення електромагнітних хвиль, залежать від координат цілі, що істотно ускладнює розрахунки і не дозволяє одержати практично реалізовані методи їх обліку при фільтрації. Тому на практиці (для виключення залежностей, що описують ПВПЗ поточних координат цілі) розкладають похибки в статистичний ряд поблизу середини інтервалу спостереження й обмежуються першими членами розкладу [1].

Найбільшого поширення набули такі апроксимації ПВПЗ [1, 2]:

1. ПВПЗ на інтервалі спостереження змінюються лінійно, маючи максимальні значення на краях інтервалу супроводу. У центрі інтервалу супроводу похибка дорівнює нулю, а знаки похибок на краях інтервалу протилежні. При цьому тимчасова залежність величини похибок визначається за формулою:

$$\Delta U_{mm} = \Delta U_{max} \left( 1 - 2 \cdot \frac{t}{T_n} \right), \quad (1)$$

де  $\Delta U_{max}$  – максимальне значення похибки на краях інтервалу (рис. 1);

$T_n$  – інтервал кореляції ПВПЗ, який дорівнює інтервалу супроводу цілі.

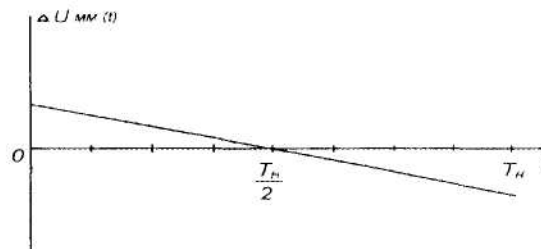


Рис. 1. Визначення похибок на краях інтервалу

2. ПВПЗ на інтервалі супроводу змінюються нелінійно і можуть бути записані у вигляді (рис. 2):

$$\Delta U_{mm} = \Delta U_{max} \sin \left( \frac{2\pi}{T_n} t \right), \quad (2)$$

де  $\Delta U_{max}$  – амплітудне значення похибки, знак якої априорі невідомий.

Величина амплітуди ПВПЗ є випадковою і характеризується математичним очікуванням та дисперсією:

$$M[\Delta U_{max}] = 0; \quad M[\Delta U^2_{max}] = \sigma_{ам}^2.$$

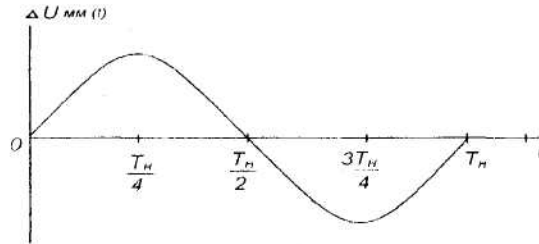


Рис. 2. Визначення похибок на інтервалі супроводу

При апроксимації ПВПЗ функцією (1) кореляційна матриця похибок оцінки параметрів лінійної траєкторії, отримана за допомогою теорії калманівської фільтрації, буде мати вигляд [3, 4, 5]:

$$\Psi_{амм}(t) = \begin{vmatrix} \sigma_{ам}^2 \left(1 - \frac{2t}{T_n}\right)^2 & \frac{2\sigma_{ам}^2 \left(1 - \frac{2t}{T_n}\right)^2}{T_n} \\ \frac{2\sigma_{ам}^2 \left(1 - \frac{2t}{T_n}\right)^2}{T_n} & \frac{4\sigma_{ам}^2}{T_n^2} \end{vmatrix}. \quad (3)$$

Елементи матриці визначаються тільки часом, що минув з початку супроводу цілі ( $0 \leq t \leq T_n$ ), і не залежать від кількості спостережень, тому що похибка в оцінці швидкості становить:

$$\Delta U_{ам}(t) = -\frac{2\Delta U_{max}}{T_n} = \text{const}.$$

Наприкінці інтервалу супроводу похибка оцінки параметрів за рахунок ПВПЗ буде характеризуватися кореляційною матрицею:

$$\Psi_{амм}(T_n) = \begin{vmatrix} \sigma_{ам}^2 & \frac{2\sigma_{ам}^2}{T_n} \\ \frac{2\sigma_{ам}^2}{T_n} & \frac{4\sigma_{ам}^2}{T_n^2} \end{vmatrix}. \quad (4)$$

При апроксимації ПВПЗ виразом (2) і оцінці параметрів лінійної траєкторії методом фіксованої вибірки можна знайти наближений вираз для розрахунку похибок оцінки параметрів шляхом переходу до безупинного випадку. Функціонал найменших квадратів при цьому має вигляд:

$$F(\Delta U_{амм}, \Delta \dot{U}_{амм}) = \min_{\Delta U_{амм}, \Delta \dot{U}_{амм}} \int_0^t (\Delta U_0 + \Delta \dot{U}_0 t + \Delta U_{max} \sin(\omega t))^2 dt, \quad (5)$$

де  $\Delta U_0 + \Delta \dot{U}_0 t$  - параметри траєкторії, сформовані за рахунок ПВПЗ на момент  $t = 0$ ,

$$\omega = 2\pi / T_n.$$

Обчисливши інтеграл (5), одержимо:

$$F(\Delta U_0, \Delta \dot{U}_0) = \Delta U_0^2 t^2 + \Delta U_0 \Delta \dot{U}_0 t^2 + \frac{\Delta \dot{U}_0^2 t^3}{3} + 2\Delta U_0 \Delta U_{max} \frac{\cos(\omega t) - 1}{\omega} - 2\Delta \dot{U}_0 \Delta U_{max} \left( \frac{\sin(\omega t)}{\omega^2} - \frac{t \cos(\omega t)}{\omega} \right) + \Delta U_{max}^2 \left( \frac{t}{2} - \frac{t \sin(\omega t)}{4\omega} \right). \quad (6)$$

Значення похибок за положенням та швидкістю (при проведенні вимірювань на інтервалі  $[0, t]$ ) визначаються за умови мінімуму  $F(\Delta U_0, \dot{U}_{max})$ , тобто:

$$\frac{\partial F(\Delta U_0, \dot{U}_0)}{\partial \Delta U_0} = 2\Delta U_0 t + \Delta \dot{U}_0 t^2 + 2\Delta U_{max} \frac{\cos(\omega t) - 1}{\omega} \Big|_{\Delta \dot{U}_0=0}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial F(\Delta U_0, \dot{U}_0)}{\partial \Delta \dot{U}_0} = \Delta U_0 t + \frac{2}{3} \Delta \dot{U}_0 t^3 + 2\Delta U_{max} \left( \frac{\sin(\omega t)}{\omega} - \frac{t \cos(\omega t)}{\omega^2} \right) \Big|_{\Delta \dot{U}_0=0}. \quad (8)$$

Розв'язуючи спільно рівняння (7), (8) щодо оцінок похибок, одержимо:

$$\Delta U_0 = \frac{2T_n \Delta U_{max}}{\pi t} \left( 1 + \frac{\cos(\omega t)}{2} - \frac{3T_n \sin(\omega t)}{4\pi t} \right), \quad (9)$$

$$\Delta \dot{U}_0 = \frac{3T_n \Delta U_{max}}{\pi t} \left( \frac{T_n \sin(\omega t)}{\pi t} - \cos(\omega t) - 1 \right). \quad (10)$$

Усередненням в області існування амплітуд ПВПЗ одержимо вираз для кореляційної матриці похибок оцінок параметрів на момент  $t = 0$ :

$$\psi_{mm}(t_n) = \begin{vmatrix} \psi_{011}(t_n) & \psi_{012}(t_n) \\ \psi_{021}(t_n) & \psi_{022}(t_n) \end{vmatrix}, \quad (11)$$

де:

$$\begin{aligned} \psi_{011}(t_n) &= \frac{4T_n^2 \sigma_{am}^2}{\pi^2 t_n^2} \left( 1 + \frac{\cos(\omega t_n)}{2} - \frac{3T_n \sin(\omega t_n)}{4\pi t_n} \right)^2; \\ \psi_{022}(t_n) &= \frac{9T_n^2 \sigma_{am}^2}{\pi^2 t_n^4} \left( \frac{T_n \sin(\omega t_n)}{\pi t_n} - \cos(\omega t_n) - 1 \right)^2; \\ \psi_{012}(t_n) &= \psi_{021}(t_n) = \frac{6T_n^2 \sigma_{am}^2}{\pi^2 t_n^3} \left( 1 + \frac{\cos(\omega t_n)}{2} - \frac{3T_n \sin(\omega t_n)}{4\pi t_n} \right) \left( \frac{T_n \sin(\omega t_n)}{\pi t_n} - \cos(\omega t_n) - 1 \right). \end{aligned}$$

При оцінці параметрів траєкторії на всьому діапазоні супроводу ( $t_n = T_n$ ) кореляційна матриця похибок оцінок параметрів на момент  $t = 0$  буде мати вигляд:

$$\psi_{0mm}(T_n) = \begin{vmatrix} \frac{9\sigma_{am}^2}{\pi^2} & \frac{18\sigma_{am}^2}{\pi^2 T_n} \\ \frac{18\sigma_{am}^2}{\pi^2 T_n} & \frac{36\sigma_{am}^2}{\pi^2 T_n^2} \end{vmatrix}. \quad (12)$$

Отримані співвідношення для оцінки кореляційних матриць похибок фільтрації методом найменших квадратів за фіксованою вибіркою вимірювань мають граничний характер. Одержання розрахункових формул при дискретних вимірюваннях не викликає істотних математичних труднощів. Однак при досить малому інтервалі між вимірюваннями, тобто при високій частоті повторення зондування цілі, ці вирази дозволяють одержати деякі наближення до реальних похибок.

При оцінюванні параметрів лінійної траєкторії методом фіксованої вибірки на момент останнього вимірювання  $t_n$  похибка в оцінці координати може бути визначена у вигляді:

$$\Delta \hat{U}_n = \Delta \hat{U}_0 + \Delta \hat{U}_n t_n. \quad (13)$$

Підставивши в (13) вирази (9), (10) для  $\Delta U_0$  і  $\Delta \dot{U}_0$ , одержимо:

$$\begin{aligned} \Delta \hat{U}_n &= \frac{T_n \Delta U_{max}}{2\pi t_n} \left( \frac{3T_n \sin(\omega t)}{4\pi t} - 2\cos(\omega t_n) - 1 \right); \\ \psi_{n11}(t_n) &= \frac{T_n^2 \sigma_{am}^2}{\pi^2 t_n^2} \left( \frac{3T_n \sin(\omega t_n)}{2\pi t_n} - 2\cos(\omega t_n) - 1 \right)^2; \\ \psi_{n22}(t_n) &= \frac{9T_n^2 \sigma_{am}^2}{\pi^2 t_n^4} \left( \frac{T_n \sin(\omega t_n)}{\pi t_n} - \cos(\omega t_n) - 1 \right)^2; \\ \psi_{n12}(t_n) &= \psi_{n21}(t_n) = \frac{3T_n^2 \sigma_{am}^2}{\pi^2 t_n^3} \left( \frac{3T_n \sin(\omega t_n)}{2\pi t_n} - 2\cos(\omega t_n) - 1 \right) \left( \frac{T_n \sin(\omega t_n)}{\pi t_n} - \cos(\omega t_n) - 1 \right). \end{aligned}$$

Нормовані значення похибок оцінок параметрів лінійної траєкторії при оцінюванні за фіксованою вибіркою наведені на графіках рис. 3 (крива 1 – нормоване на  $\Delta U_{max}$  (значення похибки оцінки швидкості); крива 2 – нормоване значення похибки оцінки координати на сучасний момент часу; крива 3 – нормоване значення змішаного моменту  $(10\Delta \hat{U}_0 \Delta \hat{U}_0 / \Delta U_{max}^2)$ ).

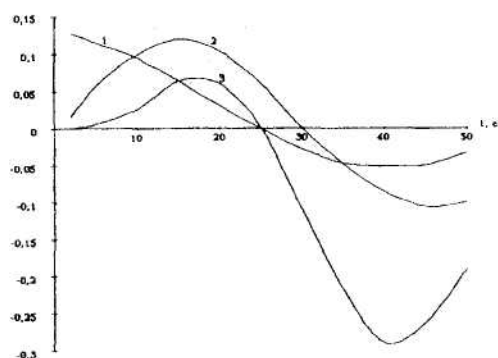


Рис. 3. Визначення похибок вимірювання за фіксованою вибіркою

Аналіз графіків (рис. 3) показує, що похибка за координатою не перевищує  $(1,2 \Delta U_{\max})$ , за швидкістю —  $(0,13 \Delta U_{\max} / T_n)$ , а при супроводі більше 40 секунд є меншою  $(0,06 \Delta U_{\max} / T_n)$ .

Таким чином, метод рекурентного згладжування похибок, що повільно змінюються, дозволяє підвищувати точність визначення параметрів траєкторії радіолокаційної цілі.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Кояторов Д.С., Голубев-Новожилов Ю.С. Введение в радиолокационную системотехнику. — М.: Сов. радио, 1971. — 366с.
2. Справочник по радиолокации. / Под ред. М. Сколника. — М.:Сов. радио, 1978. — 215 с.
3. Кузьмин С.З. Цифровая радиолокация. Введение в теорию. — Киев: КВИЦ, 2000. — 428 с.
4. Жданюк Б.Ф. Основы статистической обработки траекторных измерений. — М.: Сов. радио, 1978. — 387 с.
5. Кузьмин С.З. Основы проектирования систем цифровой обработки радиолокационной информации. — М: Радио и связь, 1986. — 352 с.

КОВАЛЕНКО Іван Олексійович — кандидат технічних наук, доцент кафедри автоматизації і комп'ютеризованих технологій Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- кібернетика;
- радіотехнічні системи.

КОВАЛЕНКО Андрій Іванович — кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, начальник науково-дослідної лабораторії Наукового центру військ протиповітряної оборони при Харківському військовому університеті.

Наукові інтереси:

- кібернетика;
- радіотехнічні системи.

МИХАЙЛУТІН Олег Михайлович — доцент, провідний науковий співробітник Наукового центру військ протиповітряної оборони при Харківському військовому університеті.

Наукові інтереси:

- кібернетика;
- радіотехнічні системи.

ПІСКУНОВ Станіслав Миколайович — старший науковий співробітник Наукового центру військ протиповітряної оборони при Харківському військовому університеті.

Наукові інтереси:

- кібернетика;
- радіотехнічні системи.