РАДІОТЕХНІКА ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ

УДК 623.4.011

М.В. Коваленко, д.т.н., проф.
М.М. Проценко, ад'юнкт
Житомирський військовий інститут радіоелектроніки ім. С.П. Корольова

ВЕЙВЛЕТ-ПЕРЕТВОРЕННЯ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ ДЛЯ ОБРОБКИ СЕЙСМІЧНИХ СИГНАЛІВ

Наведено теоретичні аспекти безперервного та дискретного вейвлет-перетворення. Розглянута можливість використання дискретного вейвлет-перетворення для обробки оцифрованих сейсмічних сигналів. Показано, що використання вейвлета Хаара дозволяє стиснути інформацію за кількістю дискрет у чотири рази.

У рамках Програми функціонування і розвитку національної системи сейсмічних спостережень та підвищення безпеки проживання населення у сейсмонебезпечних регіонах [1], затвердженої постановою Кабінету Міністрів України від 28 червня 1997 р. № 699, проходить модернізація системи сейсмічного групування і заміна застарілої апаратури сучасними уніфікованими, автоматизованими цифровими засобами. Перехід на цифрову реєстрацію потребує подальшої розробки та удосконалення математичного забезпечення цифрової обробки з метою створення більш ефективних алгоритмів, що включають елементи самопастроювання і самоуправління, які забезпечують максимальну продуктивність обробки за допомогою скорочення ручних операцій, автоматичного виявлення похибок, задання параметрів обробки.

Цифрова обробка сейсмічних даних поділяється на декілька етапів:

- перший – фільтрація та підсилення вхідного сигналу;
- другий – своєчасне встановлення факту виникнення сейсмічного явища, виділення сигналів, їх ідентифікація, точне визначення часу вступу та параметрів сигналів, подання донесень у встановлені терміни;
- третій – стиснення цифрової інформації та архівація сейсмічних даних. Стиснення цифрової інформації дасть змогу використовувати носії інформації менші за обсягом. Важливість стиснення інформації виникає, якщо необхідно зберігати дані на комп'ютері з обмеженою пам'яттю, передати великий об'єм інформації через лінії зв'язку з обмеженою пропускною здатністю.

Розглянемо теоретичні аспекти та можливість використання вейвлет-перетворення для здійснення обробки сейсмічних сигналів.

Термін "вейвлет" (дослівний переклад – маленька хвиля) з'явився порівняно недавно – його ввели Гроссман і Морле (Grossman & Morlet) у середині 80-х років у зв'язку з аналізом властивостей сейсмічних і акустичних сигналів [2], [3]. У даний час клас аналізів, названих вейвлетами, починає широко застосовуватися в задачах розпізнання образів, при обробці та синтезі різних сигналів, при аналізі зображень, для фільтрації сигналів, для стиснення великих обсягів інформації й у багатьох інших випадках. Вейвлет-перетворення одномірного сигналу полягає в його розкладанні за базисом, сконструйованим з функції, що володіє визначеними властивостями, (вейвлета) за допомогою масштабних змін і переносів.

Безперервне вейвлет-перетворення визначається як [2], [3]

$$W_{a,b} = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)\ \psi_{a,b}(t)dt\ . \tag{1}$$

Даний вираз являє собою згортку сигналу $s(t)$ з функцією $\psi_{a,b}(t)$, який переводить сигнал з часової у вейвлет-область з базисними функціями:

$$\psi_{a,b} = \frac{1}{\sqrt{|a|}}\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)dt\ . \tag{2}$$

Параметр a називають параметром масштабу, а параметр b – параметром зрушення. Зворотне перетворення визначається як [4]

$$s(t) = \frac{1}{C_\psi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} W_{a,b}\psi_{a,b}\frac{dadb}{a^2}, \tag{3}$$

де C_ψ – нормалізуючий коефіцієнт, що обчислюється за формулою

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} \left| \hat{\psi}(\omega) \right|^2 \left| \omega \right|^{-1} d\omega \,, \tag{4}$$

де $\hat{\psi}(\omega)$ – фур'є-образ.

Вейвлет-перетворення для дискретно заданого через рівні інтервали часу Δt вхідного сигналу $s_k = s_0, s_1, \ldots, s_N$, тобто $s(t) = s(k)$, $t \in [k, k+1]$, може бути розраховане за формулою [3]:

$$W_{a,b} = \frac{1}{\sqrt{a}} \sum_{k=0}^{N} s(k) \int_{k}^{k+1} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \,, \tag{5}$$

або

$$W_{a,b} = \frac{1}{\sqrt{a}} \sum_{k=0}^{N} s(k) \left(\int_{-\infty}^{k+1} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt - \int_{-\infty}^{k} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \right). \tag{6}$$

На відміну від безперервних вейвлетів дискретні виглядають спочатку трохи незвичайними для тих, хто звик мати справу з аналітичними обчисленнями, тому що вони не можуть бути записані в аналітичній формі (крім найпростіших з них) чи подані у вигляді розв'язків якихось диференціальних рівнянь, а характеризуються набором числових коефіцієнтів у деяких функціональних рівняннях, що містять зміну масштабу і зрушення аргументів. В практичних обчисленнях конкретна форма вейвлетів не виписується, а використовуються тільки значення коефіцієнтів функціональних рівнянь. Вейвлет-базис задається за допомогою ітераційного алгоритму. Це приводить до винятково важливої процедури багатомасштабного аналізу, що, у свою чергу, робить можливими швидкі числові розрахунки локальних характеристик на різних масштабах.

Вибір вейвлета з самого початку не визначений. Він вибирається у відповідності до задачі, яка вирішується. Простота оперування з вейвлетами, проведення числових розрахунків відіграють важливу роль. Неправильний вибір конкретної форми вейвлета може призвести навіть до неможливості розв'язання задачі.

Розглянемо побудову функцій, які утворюватимуть базис. Як вже згадувалось, потрібно проводити зсуви та стискання базисної функції. Найпростіше лінійне співвідношення з числом коефіцієнтів $2M$ можна записати у вигляді [4]:

$$\varphi(x)=\sqrt{2}\sum_{k=0}^{2M-1} h_k \varphi(2x-k)\,, \tag{7}$$

з двійковою зміною масштабу та цілочисловими зсувами k.

При дискретних значеннях параметрів стискання та зсуву отримуємо дискретні вейвлети. Ціле число M визначає кількість коефіцієнтів h_k та довжину області визначення вейвлета:

$$h_k=\sqrt{2}\int \varphi(x)\overline{\varphi}(2x-k)dx\,. \tag{8}$$

Умова нормування задається у вигляді [2–4]

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x)dx=1\,. \tag{9}$$

Функція $\varphi(x)$, яку отримуємо при розв'язанні рівняння (7), називається *скейлінг функцією* або *масштабною функцією*. Якщо ця функція відома, то можна побудувати базисний вейвлет (або *„материнський вейвлет"*) $\psi(x)$ за формулою:

$$\psi(x)=\sqrt{2}\sum_{k=0}^{2M-1} g_k \varphi(2x-k)\,, \tag{10}$$

де

$$g_k=(-1)^k h_{2M-k-1}\,. \tag{11}$$

Найпростіший приклад отримаємо при $\varphi(x)$ з двома відмінними від нуля коефіцієнтами h_k, які дорівнюють $1/\sqrt{2}$, тобто отримуємо скейлінг-функцію Хаара $\varphi_H(x)$:

$$\varphi_H(x)=\varphi_H(2x)+\varphi_H(2x-1)\,. \tag{12}$$

Розв'язком цього функціонального рівняння є функція [4]

$$\varphi_H(x)=\Theta(x)\Theta(1-x)\,, \tag{13}$$

де $\Theta(x)$ – означає функцію Хевісайда, яка дорівнює 1 при додатних значеннях аргументу та 0 при від'ємних. Граничні умови мають вигляд:

$$\varphi_H(0)=1,\ \ \varphi_H(1)=0\ .$$

Ці умови є важливими для спрощення числових розрахунків вейвлет-коефіцієнтів, коли розглядаються два сусідніх інтервали.

„Материнський вейвлет" має вигляд [4]

$$\psi_H(x)=\Theta(x)\Theta(1-2x)-\Theta(2x-1)\Theta(1-x) \tag{14}$$

з граничними умовами $\psi_H(0)=1,\quad \psi_H(1/2)=-1,\ \ \psi_H(1)=0$.

Ця функція і є *вейвлетом Хаара*.

Масштабовані та зсунуті версії скейлінг-функції $\varphi_{j,k}$ та „материнського вейвлета" $\psi_{j,k}$ мають такий вигляд:

$$\varphi_{j,k}=2^{j/2}\varphi(2^j x-k)\ , \tag{15}$$

$$\psi_{j,k}=2^{j/2}\psi(2^j x-k)\ . \tag{16}$$

Вони утворюють ортонормований базис. Вибір у вигляді масштабного помножувача 2^j з цілочисловим значенням j призводить до однозначної процедури розрахунків коефіцієнтів вейвлет-перетворення.

Як і будь-який вейвлет, вейвлет Хаара є знакозмінною функцією [4], тому

$$\int_{-\infty}^{\infty}\psi(x)dx=0\ . \tag{17}$$

Розглянемо можливість використання вейвлета Хаара (рис. 1) для здійснення обробки сейсмічних сигналів.

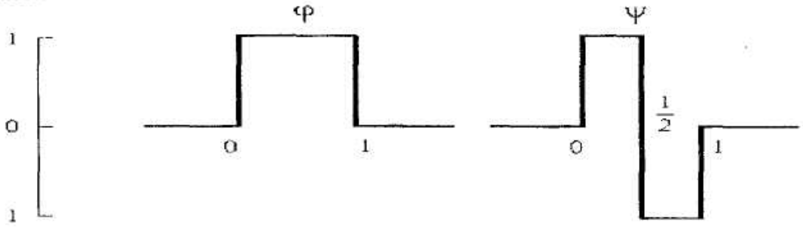

Рис. 1. Скейлінг-функція $\varphi(x)$ та "материнський вейвлет" $\psi(x)$ Хаара

Для дискретно заданих через рівні інтервали часу Δt сейсмічний сигнал $s_K = s_0, s_1, \dots, s_N$ може бути записаний у вигляді функції:

$$s(x)=\sum_{k=0}^{N} s_{j,k}\varphi_{j,k}(x)+\sum_{k=0}^{N} d_{j,k}\psi_{j,k}(x)\ , \tag{18}$$

де $s_{j,k}$ та $d_{j,k}$ – значення вейвлет-коефіцієнтів k-ї дискрети вхідного сигналу на j-му рівні;

$\varphi_{j,k} = 2^{j/2}\varphi(2^j x\text{-}k)$ – значення скейлінг-функції вейвлета для k-ї дискрети вхідного сигналу на j-му рівні;

$\psi_{j,k} = 2^{j/2}\psi(2^j x\text{-}k)$ – значення "материнського вейвлета" для k-ї дискрети вхідного сигналу на j-му рівні.

Пряме вейвлет-перетворення у базисі Хаара для довільного j описується формулами [3]:

$$s_{j-n,k}=\frac{1}{\sqrt{2}}[s_{j,2k}+s_{j,2k+1}]\ , \tag{19}$$

$$d_{j-n,k}=\frac{1}{\sqrt{2}}[s_{j,2k}-s_{j,2k+1}]\ . \tag{20}$$

Вейвлет-коефіцієнти $s_{j-n,k}$ та $d_{j-n,k}$ (n-рівень перетворення) відповідно називають апроксимуючими та деталізуючими. Слід сказати, що з кожним перетворенням кількість коефіцієнтів зменшується вдвічі.

На рис. 2 показана обвідна дискретного сейсмічного сигналу, зареєстрованого цифровою сейсмічною станцією *IRIS* (кількість дискрет сигналу – N = 1000). Параметри аналогово-цифрового перетворювача цієї станції такі:

– частота дискретизації сигналу – Δf_∂ = 20 Гц;

– динамічний діапазон – D = *80* дБ.

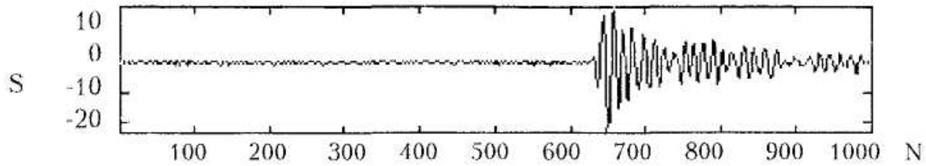

Рис. 2. Обвідна дискретного сейсмічного сигналу

Здійснимо вейвлет-перетворення дискрет сейсмічного сигналу за виразами (19), (20) за схемою швидкого вейвлет-перетворення (рис. 3).

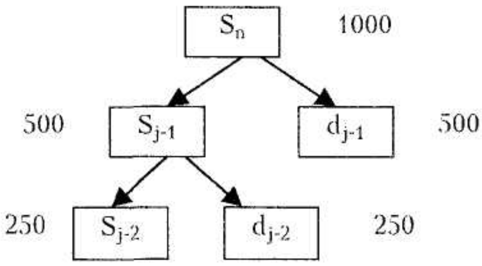

Рис. 3. Схема швидкого вейвлет-перетворення

На рис. 4 показано результат цього перетворення, де видно, що коефіцієнти вейвлет-перетворення $s_{j-2,k}$ у базисі Хаара можна застосувати для апроксимації сигналу.

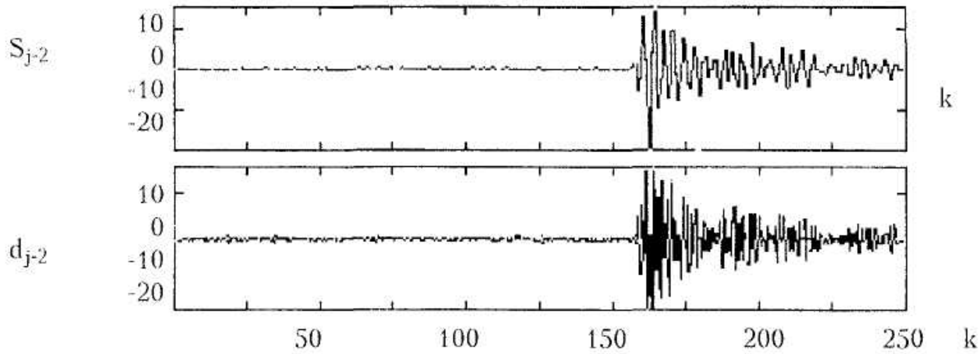

Рис. 4. Вейвлет-перетворення сейсмічного сигналу у базисі Хаара

Здійснимо зворотне перетворення коефіцієнтів $s_{j-2,k}$ за схемою швидкого вейвлет-перетворення (рис. 3) тільки в зворотному напрямку, при цьому прийнявши коефіцієнти вейвлет-перетворення $d_{j-2,k}$ та $d_{j-1,k}$ рівними нулю.

$$s_{j,2k} = \frac{1}{\sqrt{2}}[s_{j-n,k} + d_{j-n,k}], \quad (21)$$

$$d_{j,2k+1} = \frac{1}{\sqrt{2}}[s_{j-n,k} - d_{j-n,k}]. \quad (22)$$

На рис. 5 показано результат цього перетворення, де видно, що відновлений сигнал можна вважати як апроксимацію сигналу, а кількість дискрет, використана для відновлення сейсмічного сигналу, дорівнює 250. Тобто маємо стиснення цифрової інформації за кількістю дискрет в чотири рази.

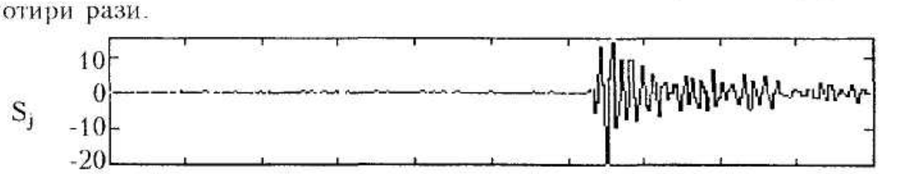

Рис. 5. Відновлений сейсмічний сигнал

Формули (19–22) представляють алгоритм стиснення цифрової інформації за допомогою вейвлет-перетворення у базисі Хаара. Показником якості стиснення цифрової інформації оберемо коефіцієнт кореляції. Обчислений коефіцієнт кореляції між сигналом та його апроксимацією дорівнює 0,96.

З викладеного можна зробити висновок, що дискретне вейвлет-перетворення може застосовуватись для стиснення цифрової інформації. Це дасть змогу використовувати носії інформації менші за об'сягом від інформації, що зберігається. Важливість стиснення інформації виникає, якщо необхідно зберігати дані на комп'ютері з обмеженою пам'яттю, передати великий об'єм інформації через лінії зв'язку з обмеженою пропускною здатністю.

Підвищення якості стиснення можна досягти, підібравши базисну вейвлет-функцію. Показником якості стиснення цифрової інформації можна вибрати коефіцієнт кореляції.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Положення про національну систему сейсмічних спостережень та підвищення безпеки населення у сейсмонебезпечних регіонах (Затверджено постановою Кабінету Міністрів України від 28 червня 1997р., № 699).
2. *Астафьева Н.В.* Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // УФН. – 1996. – № 11. – С. 1145–1170.
3. *Grossman A., Morlet J.* SIAM J. Math. Anal. 15 723, 1984.
4. *Дремин И.М., Иванов О.В., Нечитайло В.А.* Вейвлеты и их использование // УФН. – 2001. – № 5. – С. 465–501.
5. *Daubechies I.* "Ten lectures on wavelets," CBMS-NSF conference series in applied mathematics. SIAM Ed, 1992.
6. *Левкович Маслюк Л.И.* Дайджест вейвлет-анализа в двух формулах и 22 рисунках // КомпьюТерра. – 1998. – № 8 (236). – С. 31–37.

КОВАЛЕНКО Микола Вікторович – доктор технічних наук, професор Житомирського військового інституту радіоелектроніки ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:

– радіотехніка.

ПРОЦЕНКО Михайло Михайлович – ад'юнкт Житомирського військового інституту радіоелектроніки ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:

– вейвлет-перетворення;

– цифрова обробка сигналів.

Подано 30.11.2002