

УДК 528.5

Джанг Юн Бок, доктор-інженер
Політехніка ім. Кім Чека, КНДР,
Інститут гідромеханіки НАН України

ВИВЧЕННЯ ТРІЩИНУВАТОСТІ В ГІРСЬКИХ ПОРОДАХ МЕТОДОМ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

(Представлено д.т.н., проф. Бакка М.Т.)

Досліджено і розроблено математичний спосіб моделювання тріщин гірських порід, виміру цих тріщин, їхньої величини, спрямованості, концентрації, розсіювання в масиві.

1. Модель обчислення пучків тріщин

Позначимо азимут падіння α_i і кут нахилу β_i та зобразимо на схемі векторами нахили тріщин (рис. 1).

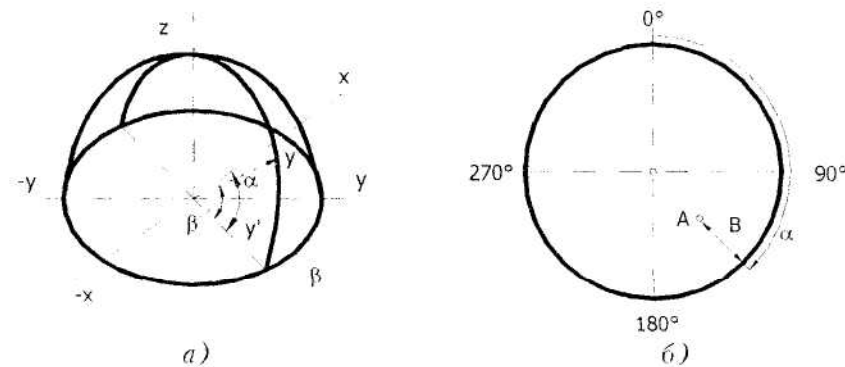


Рис. 1. Тріщини, відображені векторами на схемі:
а) просторова проекція;
б) плоска проекція

На схемі довжину тріщин позначено Y , координати векторів тріщин відображені на схемі:

$$\left. \begin{aligned} X_i &= Y \cdot \cos \alpha_i \cdot \cos \beta_i \\ Y_i &= Y \cdot \sin \alpha_i \cdot \cos \beta_i \\ Z_i &= Y \cdot \sin \beta_i \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Довжина вектора $Y=1$, вісь X указує на північ. Кут напрямку тріщин на поверхні вимірюємо за напрямками годинникової стрілки, дуже зручно застосовувати лівосторонню схему координат. Y такому випадку пучок векторів тріщин виглядає таким чином:

$$V_j = [X_j, Y_j, Z_j]^T, j = \overline{1..M}$$

Вважаємо, що так можна відобразити середній вектор, роблячи виправлення на перший вектор. Отримана модель обчислення така:

$$V_1 = \vartheta_1$$

Отже,

$$C_{ik} = \text{MIN}_{j=1}^M, \quad C_{ij} \leq C, \quad \vartheta_i \in V_k,$$

де V_k – середній вектор, що вимірюється за сукупністю векторів i и j . Це дає можливість порахувати кут між двома векторами, використовуючи формулу косинуса.

$$\vartheta_1 = [X_1, Y_1, Z_1]^T,$$

$$\vartheta_2 = [X_2, Y_2, Z_2]^T.$$

Для двох векторів кут Z_{12} між ними виглядає таким чином:

$$C_{12} = \arccos \left(\frac{X_1 X_2 + Y_1 Y_2 + Z_1 Z_2}{|\vartheta_1| |\vartheta_2|} \right). \quad (2)$$

Отже, через використання Z_{12} можна за своїм бажанням розв'язувати задачі про граничні границі кута. Якщо $C_{ij} > C$ ($j = \overline{1..M}$), то $M := M + 1$, $V_M := \vartheta_j$.

Завдяки представленій вище моделі можна знайти значення пучка векторів.

2. Співвідношення значень пучків тріщин

Позначимо:

1. Середньовекторний азимут (кут напрямку тріщин).
2. Потенційний конічний кут (що відображає особливості розосередження пучка тріщин).
3. Рівень зосередження пучка векторів RG .
4. Рівень розосередження S .
5. Вектор координат пучка R .
6. Частотний показник пучка p .

Вектор R координат пучка утвориться з пучка векторів шляхом вибору.

$$R = \sum_{i=1}^N \vartheta_i \quad (3)$$

Якщо тут R означає координату, то:

$$R = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^N X_i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^N Y_i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^N Z_i \right)^2}. \quad (4)$$

Рівень зосередження обчислюється таким чином:

$$RG = \frac{2R - N}{N}. \quad (5)$$

З формули (5) видно, що, якщо рівень зосередження векторів у пучку великий, то можна прорахувати RG .

Нижче наведені дві схеми, що показують відносини RG і S (рис. 2).

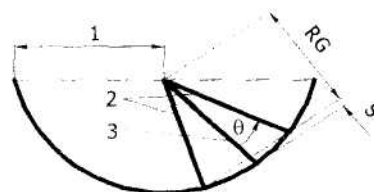


Рис. 2. Співвідношення розосередження і концентрації тріщин

$$S = 1 - RG_T; \quad (6)$$

$$S = 2(N - R) / N. \quad (7)$$

Використовуючи рівень зосередження і потенційний конічний кут, можна побудувати потенційний конус:

$$\theta = \arccos(RG_T) = \arccos(1 - S); \quad (8)$$

$$RG_T = \cos \theta. \quad (9)$$

У цьому випадку в потенційному конусі, що буде містити в собі конічний кут θ буде і середній вектор пучка векторів.

Азимут α середнього вектора прораховується таким чином:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \cos \alpha_i \cos \beta_i; \quad (10)$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^N Y_i}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sin \alpha_i \cos \beta_i ; \tag{11}$$

$$\bar{Z} = \frac{\sum_{i=1}^N Z_i}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sin \beta_i ; \tag{12}$$

$$\bar{\alpha} = \arccos \frac{\bar{Y}}{\bar{X}} . \tag{13}$$

Якщо $\bar{X} = 0$, то $\alpha = 90^\circ$ чи 270° , якщо $\bar{Y} = 0$, то $\alpha = 0^\circ$ чи 180° .

Граничні границі обчислюються таким чином:

$$N/2 \leq R \leq N ;$$

$$0 \leq RG_T ;$$

$$I \geq S \geq 0 .$$

3. Визначення купчастості (частоти) пучків тріщин

Використовуючи описану вище модель, можна визначити, чи належать дві суміжних тріщин одному пучку (однієї купчастості тріщин) чи ні. Іншими словами, використовуючи розміри тріщин, їхні параметри, можна визначити їх кількість у пучку і кількість самих пучків. Також, обчисливши значення і розміри пучків, можна обчислити розосередження і зосередження цих тріщин.

Так, у якомусь пучку позначимо два вектори тріщин ϑ_1 і ϑ_2 , середній вектор тріщин позначимо V_k . У середньому векторі позначимо відстань між двома векторами \bar{a} (рис. 3).

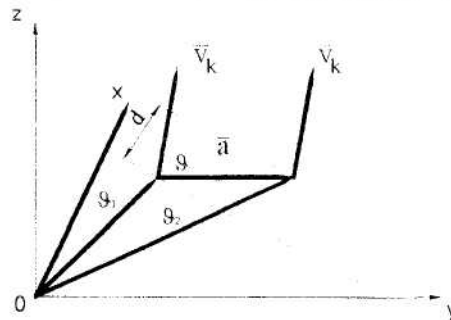


Рис. 3. Відстань між двома векторами тріщин відносно середнього вектора

$$\bar{a} = [X_2 - X_1, Y_2 - Y_1, Z_2 - Z_1]^T .$$

За формулою косинуса, кут φ між векторами \bar{a} і вектором V_k є :

$$\cos \varphi = \frac{a V_k}{|a| |V_k|} .$$

Отже, відстань d між двома векторами тріщин відносно середнього вектора становить:

$$d = |a| \cos \varphi = |a| \frac{a V_k}{|a| |V_k|} = \frac{a V_k}{|V_k|} = \frac{(X_2 - X_1) X_k + (Y_2 - Y_1) Y_k + (Z_2 - Z_1) Z_k}{\sqrt{X_k^2 + Y_k^2 + Z_k^2}} . \tag{14}$$

Чи належать ці два вектори до тієї чи іншої купчастості тріщин визначається таким чином:

$$d_{\min} \leq d \leq d_{\max} . \tag{15}$$

У результаті, частоту купчастості векторів визначаємо так:

$$P = \frac{N}{F} , \tag{16}$$

де P – частота купчастості векторів, N – кількість тріщин у купчастості, F – шукана ширина купчастості тріщин.

F обчислюється таким чином (рис. 4).

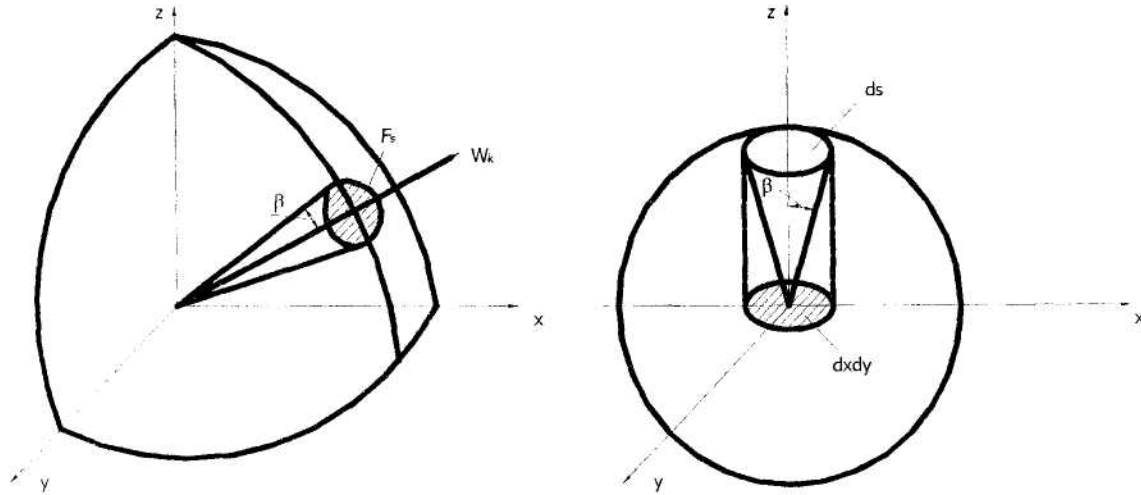


Рис. 4. Схема визначення купчастості

$$F = \int_{C_1}^{C_2} 2\pi R^2 \sin \varphi d\varphi = 2\pi R^2 \cos \varphi \Big|_{C_1}^{C_2} = 2\pi R (\cos c_1 - \cos c_2), \quad (17)$$

де $C_1 = C_{\min} = \arccos(d_0 + d_{\max})$;

$C_2 = C_{\max} = \arccos(d_0 - d_{\min})$.

Між середнім вектором купчастості відстань між двома векторами тріщин можна позначити як d , а кут із середнім вектором можна позначити як φ .

$$C_{\min} \leq \varphi \leq C_{\max}$$

де співвідношення між d і φ таке (рис. 5).

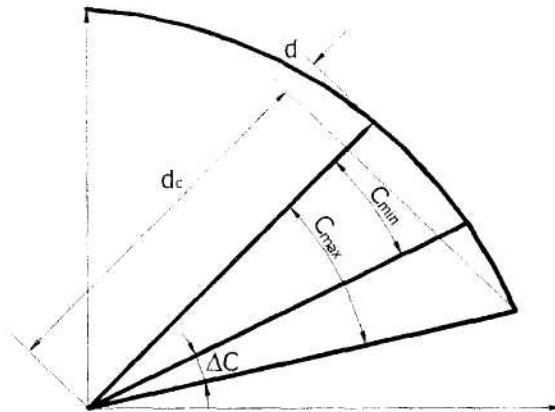


Рис. 5. Співвідношення значень середньої відстані і середнього кута

$$d = \cos c_1 - \cos c_2, \quad \Delta C = C_2 - C_1, \quad d_0 + d_{\min} = \cos C_{\max}, \quad d_0 + d_{\max} = \cos C_{\min}.$$

4. Практичний приклад використання моделі обчислення

Використовуючи дану модель, можна оцінити купчастості понад 200 тріщин, що є в спектрі (рис. 6).

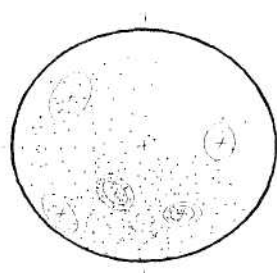


Рис. 6. Поле тріщин, що відображає кінчне розміщення тріщин

Результати обчислень наведені в табл. 1.

Таблиця 1

Номер пучків	Елемент тріщин		Значення координати			N	R	RG _T	S	θ
	α	β	X	Y	Z					
1	65,41	32,83	0,3495	0,7640	0,5421	12	11	0,9354	0,0064	20,7
2	117,27	33,51	-0,3820	0,7410	0,5521	29	27	0,8922	0,1077	26,8
3	172,17	32,88	-0,8319	0,1143	0,5429	17	15	0,8700	0,1299	29,54
4	286,22	31,8	0,2375	-0,8160	0,5269	35	31	0,8259	0,1740	34,3
5	191,54	79,91	-0,1715	-0,035	0,9845	107	103	0,9321	0,0067	21,2

У цій таблиці найбільший пучок тріщин складає азимут 191,5, кут нахилу – 79, R = 103, RG_T = 0,93, S = 0,0064, θ = 21°2'.

ДЖАНГ Юн Бок – доктор-інженер Політехніки ім. Кім Чека, Пхеньян, КНДР.

Наукові інтереси:

– механіка гірських порід.

Подано 15.01.2003