УДК 622.235

В.І. Бондарчук, інж.
Інститут металофізики НАН України
О.О. Фролов, к.т.н., доц.
Національний технічний університет України "КПІ"

ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ МАСИВУ ГІРСЬКИХ ПОРІД ПРИ ВИБУХУ СВЕРДЛОВИННОГО ЗАРЯДУ

(Представлено д.т.н., проф. Бакка М.Т.)

Розглянуто спосіб визначення напруженого стану масиву гірських порід при вибуху свердловинного заряду вибухової речовини за допомогою чисельного методу сіток. Представлено рівняння для розрахунку потенціалів та напружень в будь-якій точці масиву.

Дія вибуху на масив гірських порід визначається сукупною дією хвиль напружень, газів вибуху та деякою мірою співударянням окремих кусків породи [1]. Хвильова стадія дії вибуху визначає характер дроблення масиву гірських порід. Це пояснюється тим, що швидкість поширення хвиль напружень в середовищі в кілька разів більша за швидкість поширення процесу руйнування гірського масиву. Отже безпосередньо перед руйнуванням масив вже знаходиться у напруженому стані, в якому хвилями напружень попередньо створені радіальні мікро- та макротріщини [2].

Розглянемо процес поширення пружної хвилі, яка виникла в результаті вибуху свердловинного заряду вибухової речовини (ВР) в масиві гірських порід. Припустимо, що свердловина розміщена перпендикулярно земній поверхні.

Згідно з [3] хвильові рівняння руху середовища мають вигляд

$$\begin{aligned}
&\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}-\frac{1}{c_l^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\Phi(r,z,t)=0;\\
&\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}-\frac{1}{r^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}-\frac{1}{c_t^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\Psi(r,z,t)=0,
\end{aligned} \qquad (1)$$

де r – радіальна координата;

z – осьова координата;

t – час;

c_l – швидкість поширення поздовжніх хвиль в породі;

c_t – швидкість поширення поперечних хвиль в породі;

$\Phi(r,z,t)$, $\Psi(r,z,t)$ – хвильові потенціали.

За знайденими потенціалами можна визначити переміщення

$$\begin{aligned}
u_r&=\frac{\partial\Phi}{\partial r}-\frac{\partial\Psi}{\partial z};\\
u_z&=\frac{\partial\Phi}{\partial z}+\frac{\partial\Psi}{\partial r}+\frac{\Psi}{r}
\end{aligned} \qquad (2)$$

та напруження

$$\begin{cases}
\sigma_{rr}=\dfrac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\left[\dfrac{1-\nu}{\nu}\dfrac{\partial u_r}{\partial r}+\dfrac{u_r}{r}+\dfrac{\partial u_z}{\partial z}\right];\\
\sigma_{rz}=\dfrac{E}{2(1+\nu)}\left[\dfrac{\partial u_r}{\partial z}+\dfrac{\partial u_z}{\partial r}\right],
\end{cases} \qquad (3)$$

де E – модуль пружності;

ν – коефіцієнт Пуасона.

Використовуючи рівняння (1) і (2), напруження (3) можна представити у вигляді [4]:

$$\begin{cases}
\sigma_{rr}=2\mu\left(\dfrac{\partial^2\Phi}{\partial r^2}-\dfrac{\partial^2\Psi}{\partial r\partial z}\right)+\dfrac{\lambda}{c_l^2}\dfrac{\partial^2\Phi}{\partial t^2};\\
\sigma_{rz}=2\mu\left(\dfrac{\partial^2\Phi}{\partial r\partial z}-\dfrac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}\right)+\rho\dfrac{\partial^2\Psi}{\partial t^2},
\end{cases} \qquad (4)$$

де ρ – щільність породи;

λ, μ – коефіцієнти Ляме:

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}; \qquad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}.$$

Оскільки гірська порода до вибуху знаходилася в стані спокою, то початкові умови мають вигляд:

$$\begin{cases} \Phi\big|_{t=0} = \Psi\big|_{t=0} = 0; \\ \left.\dfrac{\partial \Phi}{\partial t}\right|_{t=0} = \left.\dfrac{\partial \Psi}{\partial t}\right|_{t=0} = 0. \end{cases} \tag{5}$$

Граничними умовами при вибуху поздовжнього свердловинного заряду ВР є:

$$\begin{cases} \sigma_{rr}\big|_{r=r_0} = -P(z,t); \\ \sigma_{rz}\big|_{z=0} = 0, \end{cases} \tag{6}$$

де $P(z, t)$ – тиск на стінки зарядної порожнини в даний момент часу.

Остання умова в (6) означає, що на земній поверхні ($z = 0$) дотичні напруження дорівнюють нулю.

Таким чином, маємо задачу Коші – систему гіперболічних рівнянь (1) з початковими (5) і граничними (6) умовами. Для розв'язання цієї задачі використовуємо чисельний метод сіток.

Запишемо похідні в початковій точці (r_0, z_0) в момент часу t_0 в різницевому вигляді для Ф:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} = \dfrac{\Phi(r_0+\Delta r, z_0, t_0) - 2\Phi(r_0, t_0) + \Phi(r_0 - \Delta r, z_0, t_0)}{(\Delta r)^2}; \\ \dfrac{\partial \Phi}{\partial r} = \dfrac{\Phi(r_0+\Delta r, z_0, t_0) - \Phi(r_0 - \Delta r, z_0, t_0)}{2\Delta r}; \\ \dfrac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = \dfrac{\Phi(r_0, z_0+\Delta z, t_0) - 2\Phi(r_0, z_0, t_0) + \Phi(r_0, z_0 - \Delta z, t_0)}{(\Delta z)^2}; \\ \dfrac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \dfrac{\Phi(r_0, z_0, t_0+\Delta t) - 2\Phi(r_0, z_0, t_0) + \Phi(r_0, z_0, t_0 - \Delta t)}{(\Delta t)^2}; \\ \dfrac{\partial^2 \Phi}{\partial z \partial r} = \dfrac{\Phi(r_0+\Delta r, z_0+\Delta z, t_0) - \Phi(r_0 - \Delta r, z_0 + \Delta z, t_0)}{4\Delta r \Delta z} - \\ \quad - \dfrac{\Phi(r_0+\Delta r, z_0-\Delta z, t_0) - \Phi(r_0 - \Delta r, z_0 - \Delta z, t_0)}{4\Delta r \Delta z}, \end{cases} \tag{7}$$

де Δr, Δz, Δt – нескінченно малі прирости аргументів.

Такі ж похідні має Ψ.

Розіб'ємо об'єм масиву гірських порід на елементи. Оскільки маємо циліндричну симетрію, то Ф і Ψ не залежать від кутової координати φ. Тому оберемо елементи у вигляді кілець. Пронумеруємо їх: по радіусу – i (i = 1 для елементів, прилеглих до свердловини; з віддаленням від свердловини це значення збільшується); по осі z – j (j = 1 для елементів на земній поверхні і зі збільшенням глибини значення j збільшується). Індекс k відповідатиме певному моменту часу (k = 1 на початку вибуху і його значення збільшується з розвитком вибуху).

В цьому разі рівняння (1) та граничні умови (6) можуть бути представлені у вигляді:

$$\begin{cases} \dfrac{\Phi_{i+1,j}^k - 2\Phi_{i,j}^k + \Phi_{i-1,j}^k}{(\Delta r)^2} + \dfrac{\Phi_{i+1,j}^k - \Phi_{i-1,j}^k}{2\Delta r((i-0,5)\Delta r + r_0)} + \\ + \dfrac{\Phi_{i,j+1}^k - 2\Phi_{i,j}^k + \Phi_{i,j-1}^k}{(\Delta z)^2} - \dfrac{1}{c_l^2}\dfrac{\Phi_{i,j}^{k+1} - 2\Phi_{i,j}^k + \Phi_{i,j}^{k-1}}{(\Delta t)^2} = 0; \\ \dfrac{\Psi_{i+1,j}^k - 2\Psi_{i,j}^k + \Psi_{i-1,j}^k}{(\Delta r)^2} + \dfrac{\Psi_{i+1,j}^k - \Psi_{i-1,j}^k}{2\Delta r((i-0,5)\Delta r + r_0)} + \\ + \dfrac{\Psi_{i,j+1}^k - 2\Psi_{i,j}^k + \Psi_{i,j-1}^k}{(\Delta z)^2} - \dfrac{\Phi_{i,j}^k}{((i-0.5)\Delta r + r_0)^2} - \dfrac{1}{c_t^2}\dfrac{\Psi_{i,j}^{k+1} - 2\Psi_{i,j}^k + \Psi_{i,j}^{k-1}}{(\Delta t)^2} = 0. \end{cases} \tag{8}$$

$$\begin{cases} \sigma_{rr}\big|_{r=r_0} = 2\mu\left[\dfrac{\Phi^k_{3,j} - 2\Phi^k_{2,j} + \Phi^k_{1,j}}{(\Delta r)^2} - \dfrac{\Psi^k_{2,j+1} - \Psi^k_{1,j+1} - \Psi^k_{2,j-1} + \Psi^k_{1,j-1}}{2\Delta r\Delta z}\right] + \dfrac{\lambda}{c_l^2}\dfrac{\Phi^{k+1}_{1,j} - 2\Phi^k_{1,j} + \Phi^{k-1}_{1,j}}{(\Delta t)^2} = -P(z,t); \\ \sigma_{rz}\big|_{z=0} = 2\mu\left[\dfrac{\Phi^k_{i+1,2} - \Phi^k_{i-1,2} - \Phi^k_{i+1,1} + \Phi^k_{i-1,1}}{2\Delta z\Delta r} - \dfrac{\Psi^k_{i,3} - 2\Psi^k_{i,2} + \Psi^k_{i,1}}{(\Delta z)^2}\right] + \rho\dfrac{\Psi^{k+1}_{i,1} - 2\Psi^k_{i,1} + \Phi^{k-1}_{i,1}}{(\Delta t)^2} = 0. \end{cases} \tag{9}$$

З систем рівнянь (8) і (9) можна виразити значення потенціалів в момент часу $k+1$ через їх значення k та $k-1$:

$$\begin{cases} \Phi^{k+1}_{i,j} = 2\Phi^k_{i,j} - \Phi^{k-1}_{i,j} + c_l^2(\Delta t)^2\left[\dfrac{\Phi^k_{i+1,j} - 2\Phi^k_{i,j} + \Phi^k_{i-1,j}}{(\Delta r)^2} + \right. \\ \left. + \dfrac{\Phi^k_{i+1,j} - \Phi^k_{i-1,j}}{2\Delta r((i-0{,}5)\Delta r + r_0)} + \dfrac{\Phi^k_{i,j+1} - 2\Phi^k_{i,j} + \Phi^k_{i,j-1}}{(\Delta z)^2}\right]; \\ \Psi^{k+1}_{i,j} = 2\Psi^k_{i,j} - \Psi^{k-1}_{i,j} - \dfrac{c_t^2(\Delta t)^2\Phi^k_{i,j}}{((i-0{,}5)\Delta r + r_0)^2} + c_t^2(\Delta t)^2\left[\dfrac{\Psi^k_{i+1,j} - 2\Psi^k_{i,j} + \Psi^k_{i-1,j}}{(\Delta r)^2} + \right. \\ \left. + \dfrac{\Psi^k_{i+1,j} - \Psi^k_{i-1,j}}{2\Delta r((i-0{,}5)\Delta r + r_0)} + \dfrac{\Psi^k_{i,j+1} - 2\Psi^k_{i,j} + \Psi^k_{i,j-1}}{(\Delta z)^2}\right]. \end{cases} \tag{10}$$

$$\begin{cases} \Phi^{k+1}_{1,j} = -P(z,t)(\Delta t)^2\dfrac{c_l^2}{\lambda} + 2\Phi^k_{1,j} - \Phi^{k-1}_{1,j} - 2\mu\dfrac{c_l^2}{\lambda}(\Delta t)^2 \times \\ \times\left[\dfrac{\Phi^k_{3,j} - 2\Phi^k_{2,j} + \Phi^k_{1,j}}{(\Delta r)^2} - \dfrac{\Psi^k_{2,j+1} - \Psi^k_{1,j+1} - \Psi^k_{2,j-1} + \Psi^k_{1,j-1}}{2\Delta r\Delta z}\right]; \\ \Psi^{k+1}_{i,1} = 2\Psi^k_{i,1} - \Psi^{k-1}_{i,1} - 2\mu\dfrac{(\Delta t)^2}{\rho}\times\left[\dfrac{\Phi^k_{i+1,2} - \Phi^k_{i-1,2} - \Phi^k_{i-1,1} + \Phi^k_{i-1,1}}{2\Delta z\Delta r} - \dfrac{\Psi^k_{i,3} - 2\Psi^k_{i,2} + \Psi^k_{i,1}}{(\Delta z)^2}\right]. \end{cases} \tag{11}$$

Рівняння (11) надають можливість визначити значення Φ безпосередньо біля свердловини, тобто $r = r_0$, і Ψ на земній поверхні, де $z = 0$. Значення потенціалів у всіх інших точках визначаються рівняннями (10).

Таким чином, ми можемо визначити значення потенціалів Φ і Ψ, а отже і напруження σ_{rr} та σ_{rz}, в любій точці середовища в k-й момент часу, якщо нам відомі значення цих потенціалів в цій і сусідніх з нею точках в моменти часу $k-1$ і $k-2$.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Ефремов Е.И., Петренко В.Д., Пастухов А.И.* Прогнозирование дробления горных массивов взрывом. – Киев: Наук. думка, 1990. – 120 с.
2. *Комир В.М., Назаренко В.Г.* О роли газообразных продуктов детонации в процессе разрушения твердой среды при взрыве // Взрыв. дело. – 1978. – № 80/37. – С. 74–80.
3. Разрушение горных пород энергией взрыва / Под ред. Э.И. Ефремова. – Киев: Наук. думка, 1987. – 264 с.
4. *Новацкий В.* Теория упругости. – М.: Мир, 1975. – 872 с.

БОНДАРЧУК Вадим Іванович – інженер Інституту металофізики НАН України.

Наукові інтереси:

– металофізика.

ФРОЛОВ Олександр Олександрович – кандидат технічних наук, докторант Національного технічного університету України "КПІ".

Наукові інтереси:

– вибухові роботи;

– гірництво.

Тел.: (044) 441-10-84.

Подано 14.01.2003