УДК 621.398

Н.Б. Репнікова, к.т.н., доц.
А.В. Писаренко, магістр
Національний технічний університет України "КПІ"

СПОСІБ СИНТЕЗУ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ ПРИ НАЯВНОСТІ НУЛІВ ПЕРЕДАВАЛЬНОЇ ФУНКЦІЇ ОБ'ЄКТА МЕТОДОМ МОДАЛЬНОГО УПРАВЛІННЯ

Запропоновано вдосконалений спосіб синтезу систем управління з використанням методу модального управління для випадків наявності нулів передавальної функції об'єкта.

У теорії модального управління, що розглядає можливість розміщення полюсів замкненої системи у наперед обрані положення [1], існує особливість, пов'язана з наявністю нулів замкнутої системи.

Особливість полягає у тому, що, виконуючи синтез модального регулятора для таких систем і використовуючи метод стандартних коефіцієнтів (стандартні форми Баттерворта або біноміальна), виникає значне перерегулювання, яке є небажаним фактором під час управління.

У даній статті доводиться, що нейтралізацію впливу нулів замкнутої системи можна виконати введенням ланки зв'язку за впливами на об'єкт, як показано на рисунку 1.

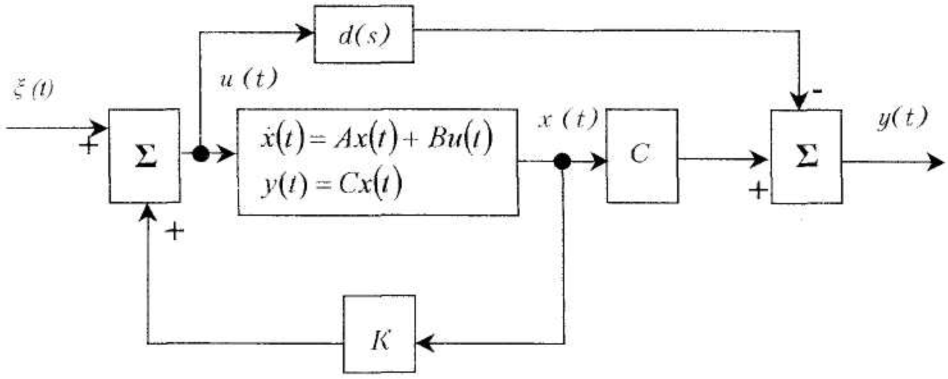

Рис. 1. Структурна схема статичної системи з компенсацією нулів передавальної функції об'єкта

Метою даної роботи є розрахунок передавальної функції ланки $d(s)$ та доказ її ефективності для компенсації впливу нулів на якість перехідного процесу $y(t)$.

Розглянемо лінійний керований стаціонарний об'єкт, що має нулі передавальної функції і який представлений у просторі станів:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t)+Bu(t), \\ y(t) &= Cx(t), \end{aligned} \qquad (1)$$

де $x(t)$ – матриця-стовпчик $(n \times 1)$, елементами якої є змінні стану $x_1, x_2, \ldots, x_n$ і називається вектором станів об'єкта;

$y(t)$ – вектор вихідних сигналів об'єкта;

$u(t)$ – вектор вхідних впливів на об'єкт;

A, B, C, D – матриці, що описують об'єкт, впливи на нього і вихідні сигнали.

Нехай усі змінні стану об'єкта $x(t)$ піддаються вимірюванню. Позначивши матрицю перетворення регулятора через K і за схемою на рисунку 1, повний вплив на об'єкт можна записати у вигляді:

$$u(t) = \xi(t) + Kx(t). \qquad (2)$$

Якщо підставити вираз (2) у (1), отримаємо:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B[\xi(t) + Kx(t)] = (A + BK)x(t) + B\xi(t). \qquad (3)$$

Зі схеми моделі на рисунку 1 отримаємо вихід системи:

$$y(t) = Cx(t) + d(s)[\xi(t) + Kx(t)] = (C + d(s)K)x(t) + d(s)\xi(t). \qquad (4)$$

Шляхом нескладних перетворень виразів (3) і (4) отримаємо рівняння передавальної функції замкнутої системи:

$$w_{cl}(s) = (C + d(s)K)(sE - A - BK)^{-1} B + d(s). \tag{5}$$

Розпишемо рівняння (5) у вигляді дробу, виходячи з визначення зворотної матриці:

$$\begin{aligned} w_{cl}(s) &= \frac{(C + d(s)K) Adj^T (sE - A - BK) B}{\det(sE - A - BK)} + d(s) = \\ &= \frac{(C + d(s)K) Adj^T (sE - A - BK) B + d(s)\det(sE - A - BK)}{\det(sE - A - BK)}. \end{aligned} \tag{6}$$

Аналізуючи вираз (6), можна зробити висновок про те, що зв'язок $d(s)$ впливає на усі складові чисельника і абсолютно не впливає на знаменник – характеристичне рівняння замкнутої системи:

$$\lambda(s) = det(sE - A - BK). \tag{7}$$

Зажадаємо, щоб чисельник передавальної функції замкнутої системи (6) був рівний коефіцієнту підсилення системи K_w (вибір значення якого буде наведено нижче), тоді отримаємо рівняння:

$$(C + d(s)K)Adj^T(sE - A - BK)B + d(s)det(sE - A - BK) = K_w, \tag{8}$$

розв'язуючи яке відносно $d(s)$ отримаємо:

$$d(s) = -\frac{CAdj^T(sE - A)B - K_w}{det(sE - A)}, \tag{9}$$

де $\lambda_1(s) = det(sE - A)$ – характеристичне рівняння об'єкта управління.

Як видно з рівняння (9), $d(s)$ не залежить від матриці перетворення K модального регулятора, що дозволяє виконувати його синтез, використовуючи алгоритм [2], а після цього, розрахувавши ланку $d(s)$, отримати компенсацію впливу нулів на якість замкнутої системи.

Для зменшення усталеної помилки пропонується обирати значення бажаного коефіцієнта підсилення системи K_w за наступною формулою:

$$K_w = \omega_0^n, \tag{10}$$

де ω_0 – модуль дійсного від'ємного n-кратного кореня при біноміальному розподілі коренів характеристичного рівняння [2];

n – порядок об'єкта управління.

Розглянемо застосування викладеного способу на прикладі об'єкта п'ятого порядку, що описується передавальною функцією:

$$\begin{aligned} w_{cl}(s) &= \frac{10(2s+1)(0.2s+1)(0.01s+1)}{(s+1)(0.3s+1)(1.5s+1)(0.1s+1)(4s+1)} = \\ &= \frac{0.04s^3 + 4.22s^2 + 22.1s + 10}{0.18s^5 + 2.745s^4 + 10.795s^3 + 14.13s^2 + 6.9s + 1}. \end{aligned} \tag{11}$$

Запишемо (11) у векторно-матричной формі:

$$A = \begin{bmatrix} -15.25 & -7.496 & -1.226 & -0.299 & -0.043 \\ 8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$
$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0.027 & 0.366 & 0.959 & 0.434 \end{bmatrix}, D = 0. \tag{12}$$

Згідно з алгоритмом розрахунку модального регулятора у [1] запишемо характеристичне рівняння за формулою (7):

$$\lambda(s) = \det\left(sE - A - BK\right) = s^5 + \left(15.25 - k_1\right)s^4 + \left(59.9722 - 8k_2\right)s^3 +$$
$$+\left(78.5 - 64k_3\right)s^2 + \left(38.3333 - 128k_4\right)s + \left(5.5556 - 128k_5\right).$$

При біноміальному розподілі коренів характеристичний поліном для системи п'ятого порядку має вигляд:

$$s^5 + 5\omega_0 s^4 + 10\omega_0^2 s^3 + 10\omega_0^3 s^2 + 5\omega_0^4 s + \omega_0^5.$$

Прирівнюючи коефіцієнти двох останніх поліномів при однакових степенях s, отримаємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} \left(15.25 - k_1\right) = 5\omega_0 \\ \left(59.9722 - 8k_2\right) = 10\omega_0^2 \\ \left(78.5 - 64k_3\right) = 10\omega_0^3 \\ \left(38.3333 - 128k_4\right) = 5\omega_0^4 \\ \left(5.5556 - 128k_5\right) = \omega_0^5 \end{cases} . \quad (13)$$

ω_0 при часі регулювання 1 с для системи п'ятого порядку визначається як:

$$\omega_0 t_{nn} = 9.15,$$
$$\omega_0 = \frac{9.15}{t_{nn}} = \frac{9.15}{1} = 9.15.$$

Розв'язуючи систему (13), визначаємо елементи матриці зворотного зв'язку K:

$$K = [-30.5 \;\; -97.156 \;\; -118.47 \;\; -273.505 \;\; -501.0269].$$

На рис. 2 представлена модель системи у MatLab Simulink і графік перехідного процесу без ланки компенсації $d(s)$. Як видно з графіка перехідного процесу, система працює з перерегулюванням у 470 %, що вноситься нулями об'єкта управління та з відносною помилкою 99,55 %.

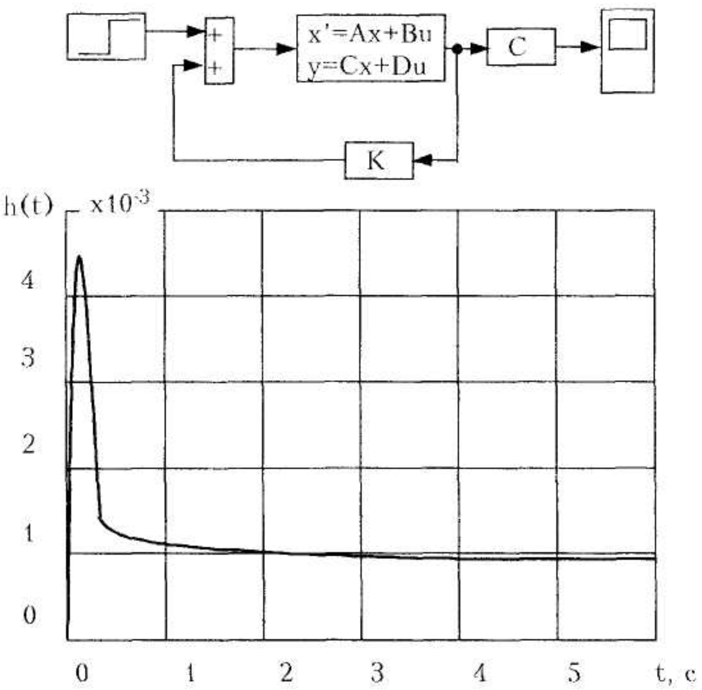

Рис. 2. Модель і графік перехідного процесу системи без ланки компенсації d(s)

Розрахуємо передавальну функцію ланки компенсації $d(s)$ за формулою (9), причому K_w оберемо згідно з формулою (10):

$$K_w = \omega_0^5 = 9.15^5 = 64137,$$

$$d(s) = -\frac{CAdj^T(sE-A)B - K_w}{\det(sE-A)} = -\frac{0.2s^3 + 23.4s^2 + 122.8s - 64081}{s^5 + 15.25s^4 + 59.97s^3 + 78.5s^2 + 38.3s + 5.6}.$$

На рисунку 3 представлена модель системи при включенні ланки $d(s)$ та графік перехідного процесу системи.

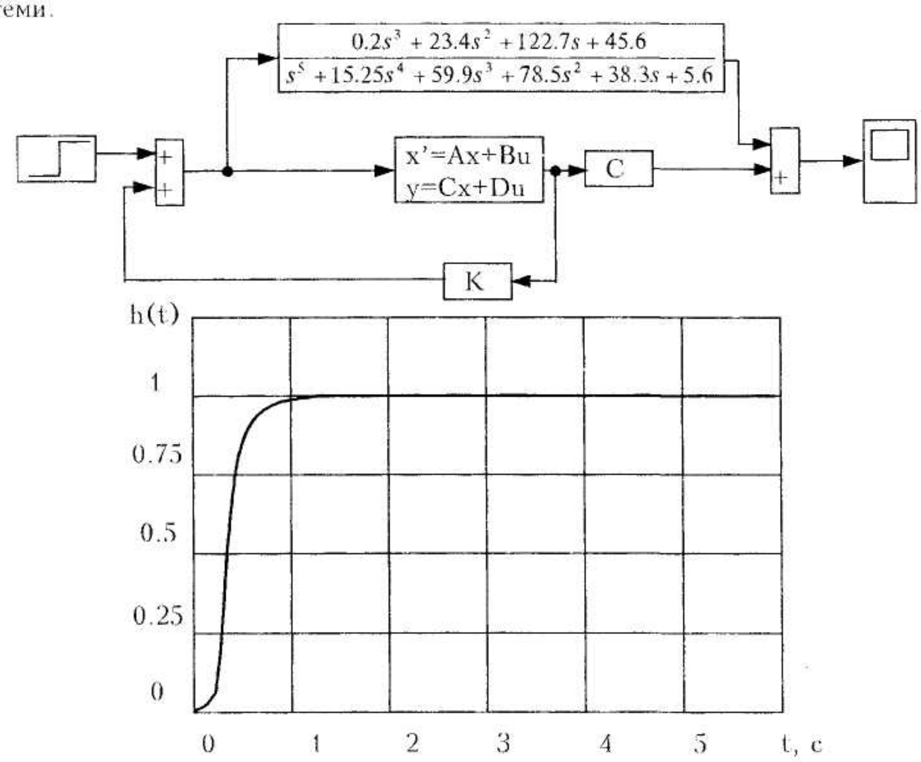

Рис. 3. Модель і графік перехідного процесу системи з ланкою компенсації d(s)

Аналізуючи отриманий графік перехідного процесу, видно, що система задовольняє необхідним показникам якості (перерегулювання 0 %, час перехідного процесу 1 с) та працює без статичної помилки.

Таким чином, введення ланки компенсації $d(s)$ дозволило поширити застосування методу модального управління на клас об'єктів, що мають нулі передавальної функції, і, отже, тепер він охоплює усі об'єкти з повною інформацією про вектор стану.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Тимофеев А.И., Егупов Н.Д., Дмитриев А.Н.* Методы теории автоматического управления, ориентированные на применение ЭВМ. – М.: Энергоатомиздат, 1997. – 656 с.
2. *Кузовков Н.Т.* Модальное управление и наблюдающие устройства. – М.: Машиностроение, 1976. – 184 с.

РЕШНІКОВА Наталія Борисівна – кандидат технічних наук, доцент кафедри автоматики і управління в технічних системах Національного технічного університету України "КПІ".

Наукові інтереси:

– цифрове, оптимальне та адаптивне управління.

ПИСАРЕНКО Андрій Володимирович – магістр кафедри автоматики і управління в технічних системах Національного технічного університету України "КПІ".

Наукові інтереси:

– цифрове, оптимальне та адаптивне управління.

Подано 7. 02. 2003