

**В.В. Войтенко, к.т.н., доц.**  
*Житомирський інженерно-технологічний інститут*  
**Ю.В. Загородній, к.т.н., докторант**  
*Київський національний університет ім. Т.Шевченка*

**РОЗРОБКА ПРОЕКЦІЙНОЇ СИСТЕМИ ІМІТАЦІЇ ПРОЦЕСІВ РОСТУ РОСЛИН  
 В РІЗНИХ УМОВАХ НАВКОЛИШНЬОГО СЕРЕДОВИЩА**

*В статті розглядається підхід до створення проекційної системи комп'ютерної імітації росту рослин – важливої складової в складних потоках інформації та енергії біосфери. Використовуючи даний підхід, будується модель середньостатистичної рослини як представника певної популяції, що включає в себе на деталізованому рівні окремі загальні органи та клітини.*

**1. Концептуальні основи методики моделювання росту рослин**

В розв'язуванні сучасних екологічних проблем не останню роль має зіграти імітаційне моделювання розвитку біологічних об'єктів в різних умовах довкілля. Сучасна комп'ютерна техніка дозволяє проводити імітаційні експерименти на високому технічному рівні. Для цього необхідно розробити відповідні алгоритми та методи проектування біологічних організмів. В статті розглядається підхід до створення проекційної системи комп'ютерної імітації росту рослин – важливої складової в складних потоках інформації та енергії біосфери.

Зрозуміло, моделі росту рослин мають описувати всі відомі процеси, які проходять у період онтогенезу рослини [3, 4]. "Онтогенезом називають індивідуальний розвиток **організму**, всю сукупність його перетворень від зародження (запліднення яйцеклітини, початок самостійного життя вегетативного зачатка) до природної смерті. В процесі онтогенезу реалізується **спадкова інформація** організму (генотип) в конкретних умовах **навколишнього середовища**, внаслідок чого формується **фенотип**, тобто сукупність всіх ознак і властивостей індивідуального організму" [4]. Під час онтогенезу відбувається:

- ріст структурної маси рослини;
- структурна і функціональна спеціалізація та ріст клітин, які складають тканини і органи рослини;
- ускладнюються взаємодії між частинами, виникають незворотні вікові зміни всього організму як цілої системи.

Ріст організму складається з росту органів та тканин. Ріст останніх, в свою чергу, складається з росту їх клітин. Онтогенез рослинної клітини складається з ряду послідовних етапів: поділу, росту розтягуванням, диференціювання, старіння і смерті. Тому загальне моделювання росту та розвитку рослин включає в себе:

- моделі внутрішньоклітинних процесів;
- моделі росту числа клітин;
- моделі росту ваги рослини та репродукції в ній вірусу;
- моделі розповсюдження вірусної інфекції в межах органа рослини, між органами та в межах популяції рослин;
- моделі обміну між органами рослини.



Рис. 1. Загальна схема системи моделей рослини

Основні змінні стану, які входять у моделі здорових та інфікованих вірусами рослин різного ієрархічного рівня, представлені в таблиці 1.

Таблиця 1

## Основні характеристики, що досліджуються

№	Здорові організми	Інфіковані організми
<b>Рівень організму</b>		
1	Вага організму	Те ж саме
2	Вага групи клітин (органів)	Те ж саме
3	Число (концентрація) клітин органа	Те ж саме
4	Вага клітини	Те ж саме
5	Доля клітин органа, що діляться	Те ж саме
6	Вік клітини, яка ділиться	Те ж саме
7		Концентрація вірусу
8		Інтенсивність репродукції вірусу
9	Обмін між органами	Те ж саме
10		Інтенсивність розповсюдження вірусу між органами та клітинами
<b>Рівень клітини</b>		
1	Вага клітини	Те ж саме
2	Вектор простих речовин	Те ж саме
3	Вектор складних речовин	Те ж саме
4	Вектор інтенсивностей процесів клітини	Те ж саме
5	Вектор кількісних показників розвитку органел	Те ж саме
6		Інтенсивність репродукції вірусу в клітині
7		Концентрація вірусу в клітині
<b>Рівень популяції</b>		
1	Густина рослин (концентрація на площі)	Те ж саме
2	Урожайність (для культурних рослин)	Те ж саме
3	Кількісна міра ваги популяції	Те ж саме
4		Інтенсивність розповсюдження вірусу
5		Концентрація вірусу в популяції

## 2. Структура комп'ютерної системи імітації процесів росту рослин

На сьогоднішній день чимало спеціалістів, що працюють над складанням комп'ютерних моделей екологічних процесів та біологічних явищ, застосовують сучасні підходи у проектуванні, долаючи складність тих чи інших задач за допомогою різновидів та модифікацій класичної об'єктно-орієнтованої парадигми. Однією з основних особливостей компонентного об'єктного підходу, що містить технологія СОМ, є чітке відокремлення інтерфейсу класу від його реалізації.

Використовуючи даний підхід, побудуємо модель середньостатистичної рослини як представника певної популяції, що на деталізованому рівні включає в себе окремі загальні органи та клітини. Розпочнемо з опису інтерфейсів, що є чи не основною із стадій об'єктно-орієнтованого проектування. Інтерфейси, як правило, описують конкретний стан моделі, наприклад, інтерфейс клітинних процесів, інтерфейс зеленої маси рослини, інтерфейс вірусного ураження та його репродукції тощо. Крім того, такі моделі реально існують в контексті графічного представлення, реалізуються окремо одна від одної, володіють певною автентичністю. Як повинні відноситися інтерфейси один до одного? Звичайно, можна було б утворити класичне множинне успадкування або представити всю модель у вигляді складного контейнера, проте у такому випадку не уникнути ситуації, коли інтерфейси включатимуть в себе методи з однаковими іменами. Тому замість традиційного підходу пропонується використання вкладених класів – *nested classes*, коли реалізації інтерфейсів та їх представники містяться (оголошуються та реалізуються) цілком в середині батьківського класу. Схематично це може бути представленим мовою програмування С++ наступним чином:

```

class n_PLANT
{
protected:
// загальні властивості найвищого рівня
char *Type_plant;
unsigned long Plant_iid;
public:
n_Plant(); // ініціалізація змінних основного класу
... ..

class PlantVisual: public IVisual
{
public:
PlantVisual() {}
virtual void GetGrowth();
virtual char* GetPosition();
virtual int& GetTime();
/// ...///...
}n_PlantVisual;

class PlantGrowth: public IGrowth
{
public:
PlantGrowth() {}
virtual void GoGrowth();
virtual char* GetData();
/// ...///...
}n_PlantGrowth;
};

```

Вкладення надає дві очевидні переваги: по-перше, функції-члени вкладеного класу можуть отримати доступ до змінних основного класу без додаткових покажчиків на нього; по-друге, вкладені класи упаковані в основному та залишаються невидимими протягом усього циклу програми. Клас, складений у СОМ в такий спосіб, відомий як клас з об'єктною ідентичністю. Слід відмітити, що й змінні інтерфейсних типів `n_PlantVisual` та `PlantGrowth` належать класу. Для створення конкретних об'єктів класу на відміну від звичайного конструктора у нашій моделі будемо використовувати глобальну абстрактну функцію `n_Plant - GetPlantObject(Plant_iid, nIid, void** ppvObj)`; перший параметр – глобальний ідентифікатор створеного об'єкта типу `Plant`, другий – ідентифікатор потрібного нам інтерфейсу, третій – покажчик на інтерфейс об'єкта. Таким чином, можна отримати об'єкт з набором обраних інтерфейсів, а зрештою через нього дізнатися і про решту інтерфейсів, які підтримує дана версія програми.

### 3. Математичні моделі ієрархічних процесів росту рослин

В основі комп'ютерної імітації процесів росту рослин мають лежати моделі процесів росту та розвитку біологічних організмів [1, 3]. Кожний організм складається з певного числа органів, які, в свою чергу, складаються з клітин. Клітина в різних екологічних ситуаціях характеризується своїм станом при віці  $\tau$ , який може відрізнитися від ідеального –  $w_i(\tau)$ . Тоді концентрацію клітин для органа  $i$  можна кількісно представити наступним чином:

$$n_i(t, \tau) = \sum_{j=1}^{[N]} \frac{w_j^r(\tau)}{w_i(\tau)},$$

де  $w_j^r(\tau) \leq w_i(\tau)$  – реальний стан клітини  $j$  органа  $i$  в час її життя  $\tau$ ;  $[N]$  – ціла частина кількісної міри числа клітин.

Динаміка концентрації клітин описується наступною системою рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{\partial n_i^0(t, k)}{\partial t} = -\frac{\partial n_i^0(t, k)}{\partial k} - s_i(t)n_i^0(t, k), k < t_d, \\ n_i^0(t, 0) = 2\theta_i(t)n_i^0(t, t_d) + \sum_j a_{ij}n_j^0(t, 0) - \sum_j a_{ji}n_i^0(t, 0), \\ n_i^1(t, t_d) = (1 - \theta_i(t))n_i(t, t_d), \\ \frac{\partial n_i^1(t, k)}{\partial t} = -\frac{\partial n_i^1(t, k)}{\partial k} - s_i(t)n_i^1(t, k), k \geq t_d, \end{cases} \quad (1)$$

$$n_i(t, k) = \begin{cases} n_i^0(t, k); k < t, \\ n_i^1(t, k); k \geq t, \end{cases}$$

$$N_i(0) = \int_0^\infty n_i(0, k)dk = N_i^0,$$

де  $0 \leq \theta_i(t) \leq 1$  – доля клітин органа  $i$ , що діляться в час  $t$ ;  $N_0$  – загальне число клітин в початковий момент часу;  $s_i(t)$  – питома швидкість руйнації клітин органа, в результаті смерті або руйнації. Функція, взагалі, може бути імпульсною.

Динаміка концентрації клітин в час  $t$ , яка визначається як

$$N_i(t) = \int_0^\infty n_i(t, \tau)d\tau,$$

описується рівнянням

$$\begin{aligned} \frac{dN_i(t)}{dt} &= 2\theta_i(t)n_i(t, t_d), \\ N_i(0) &= N_i^0. \end{aligned} \quad (2)$$

Ріст ідеальної ваги клітини описується рівнянням:

$$\begin{aligned} \frac{dw_i(\tau)}{d\tau} &= (c_0(t, E) - c_3)w_i(\tau), \\ w_i(0) &= \frac{w_i(t_d)}{2}, \end{aligned} \quad (3)$$

де  $w(\tau)$  – вага клітини в час  $t$ ;  $t_d$  – час ділення клітини;  $E = (E_1, E_2, \dots, E_r)$  – вектор умов середовища (температура, вологість тощо).

Нехай  $N_i^v(t)$  – число клітин групи  $i$ , які уражені вірусом, динаміка якого описується наступними рівняннями:

$$\begin{aligned} \frac{dN_i^v(t)}{dt} &= a(t)N_i^v(t)[b(t)N_i(t) - N_i^v(t)], \\ N_i^v(t_{inf}^i) &= N_{i0}^v, \end{aligned} \quad (4)$$

де  $t_{inf}^i$  – час початку інфекційного процесу в органі  $i$ . Тоді вага органа  $i$  описується наступним рівнянням:

$$W_i(t) = \int_0^t [(1 - M_i(t))w_i(k) + M_i(t)w_v(k)]n_i(t, k)dk, \quad (5)$$

де  $w_v(k)$  – вага клітини за наявності в ній вірусу,  $M_i(t) = \frac{N_i^v(t)}{N_i(t)}$ .

Вплив вірусу на організм рослини відрізняється наступними стадіями процесу інфекційності [1]:

- 1) стадія спокою, при якій вірусна репродукція не проходить, і розвиток рослин не трансформується;
- 2) стадія прокидання, при якій вірус починає впливати на розвиток клітини господаря;
- 3) стадія розмноження і закріплення, при якій йде процес репродукції вірусу і сильне гальмування внутрішньоклітинних процесів;
- 4) стадія порушення керування клітинними процесами, коли всі процеси, що проходять в клітині, втрачають свою потенційну силу;

5) латентна стадія – смерть клітини і вихід вірусу в міжклітинний простір.

Перша стадія характеризується наявністю вірусу в клітині. Отже, початком стадій є проникнення віріону в клітину.

Динаміка розвитку вірусної інфекції в клітині описується наступними рівняннями:

$$\begin{aligned} \frac{dw(t)}{dt} &= -\frac{k_2 k_1 (1-a) w(t) v(t)}{1 + (1-a) k_1 v(t)}, \\ \frac{dv(t)}{dt} &= \frac{(c k_2 (1-a) - 1) k_1 w(t) v(t)}{1 + (1-a) k_1 v(t)}, \end{aligned} \quad (6)$$

де  $t \geq t_{inf}$  при початкових умовах:  $w(t_{inf}) = w^1$ ;  $v(t_{inf}) = 1$ , де  $t_{inf} \geq 0$  – час проникнення вірусу в клітину.

Рівновага числа вірусних частинок в клітині характеризується наступною властивістю:

$$\frac{dv(t)}{dt} = 0, \quad (7)$$

з якої випливають наступні можливі умови:

1. Стан спокою:  $k_1 = 0$ . Ця умова визначає “неможливість” утворення комплексу “клітина-вірус” для початку процесу репродукції.

2. Умова рівноваги:  $c = c^0 = \frac{1}{k_2 a}$ , яка визначає рівновагу процесу утворення нових віріонів і “розливання” вірусної частинки. При  $c > c^0$  йде процес репродукції віріонів (збільшення їх числа) за рахунок клітинного апарату.

Вихід зі стану спокою характеризується ростом коефіцієнта  $k_1 > 0$ .

Таким чином, користуючись рівняннями (1)–(6) можна імітувати процеси росту та розвитку рослин в різних умовах навколишнього середовища, підбираючи відповідні функції для опису всіх параметрів моделей конкретних організмів.

#### 4. Імітація процесів росту рослин та розвитку фітовірусної інфекції

Як приклад розв'язку системи (1) розглянемо наступні функції:

$$n_i(t, \tau) = C_0 e^{-S_i(t)} e^{-a(t-\tau)^2 + b(t-\tau)}, \quad (8)$$

де функцію долі клітин, що діляться  $\theta(t)$ , можна представити у вигляді:

$$\theta(t) = \theta_0 e^{-\gamma t}. \quad (9)$$

Підставляючи ці функції в умову для кількості клітин, що пройшли поділ в час  $t$ :

$$n_i^0(t, 0) = 2\theta_i(t) n_i^0(t, t_d), \quad (10)$$

маємо наступну залежність:

$$2\theta_i(t) e^{(at-b)t_d} e^{-at_d^2} = 1. \quad (11)$$

Таким чином, функцію  $\theta(t)$  представимо у вигляді:

$$\theta(t) = C_\theta e^{bt_d} e^{-at_d t}, \quad (12)$$

тобто

$$\begin{aligned} \theta(0) &= \theta_0 = C_\theta e^{bt_d}, \\ \gamma &= at_d, \end{aligned} \quad (13)$$

де  $C_\theta = \frac{1}{2} e^{at_d^2}$ .

Розглянемо частковий випадок, коли час ділення клітини є функцією постійною:  $t_d = \text{const}$ .

Отримуємо наступну залежність:

$$a = \frac{\ln 2 C_\theta}{t_d^2}; \quad b = \frac{\ln \theta_0 - \ln C_\theta}{t_d}. \quad (14)$$

Задаємо умови імітації:

– спочатку діляться майже три чверті клітин організму (насіння)  $\theta_0 = 0,71$ ;

– середня вага тільки-но утвореної клітини (за даними Торнлі [3]):  $w(0) = 3,75 \cdot 10^{-11}$  гр.;

- середня вага клітини, що ділиться,  $w(t_d) = 2w(0)$  ;
- час життя клітини між діленням  $t_d = 1$  день.

Тоді маємо  $b = \ln 2 - a$ ;  $\gamma = 2a$ . Якщо на 50-й день росту рослини (початок цвітіння) кількість клітин, що ділиться, - 64 %, маємо:

$$50\gamma = \ln \frac{71}{64} \text{ або } \gamma = 2a = \frac{\ln \frac{71}{64}}{50} = 0,00201.$$

Тоді  $a = 0,001$ ,  $b = \ln 2 - 0,001 = 0,349$ . При певних припущеннях ріст ваги клітини, що описується рівняннями (3), можна представити таким чином:

$$w(t, E) = w(0)e^{v(t, E)t}. \tag{15}$$

Якщо підставити цю функцію в умову  $w(t_d) = 2w(0)$ , отримаємо:

$$v(t_d, E) = \frac{\ln 2}{t_d} = \ln 2, \tag{16}$$

де  $E = (E_1, E_2, \dots, E_r)$  - вектор умови середовища (температура, вологість тощо). Рівняння (3) можна замінити різницеvim рівнянням за методом Ейлера:

$$\begin{aligned} w(t + h) &= w(t) + h * (c_0(t, E) - c_3)w(t), \\ w(0) &= 3,75 * 10^{-11} \end{aligned} \tag{17}$$

і перерахувати динаміку середньої ваги рослини за вегетаційний період 80 днів, починаючи з дня 0, як дня прокльовування насіння.

Нехай кількість клітин у вегетативній частині рослини, яка починає проростати,  $5 * 10^{10}$ . Тоді вага цієї частини  $W(0) = 2 \text{ гр.}$ , крок часу  $h = 10$ . Ріст ваги вегетативної клітини при обумовлених параметрах росту представлено на рисунку 2, а ріст ваги рослини за вегетаційний період - на рисунку 3.

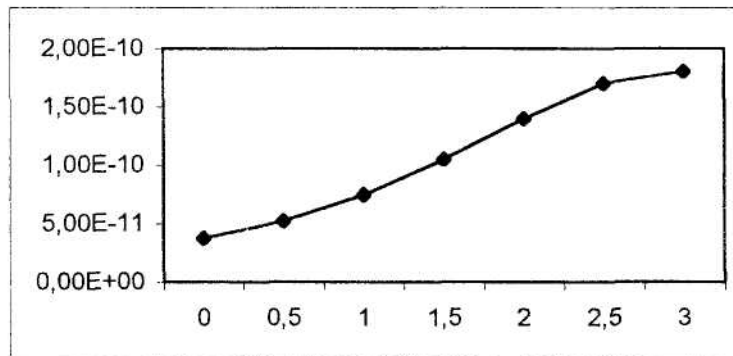


Рис. 2. Динаміка росту ваги клітини (в грамах)

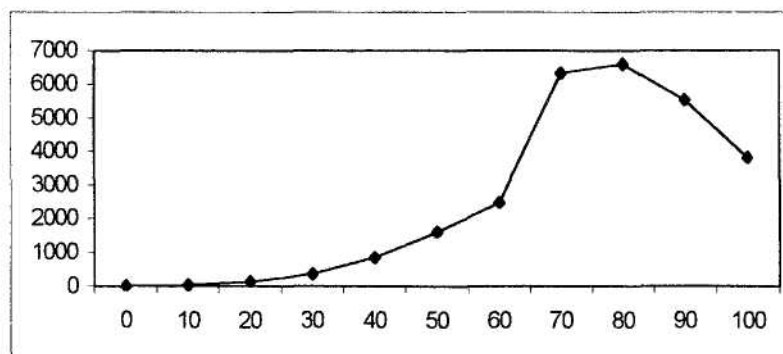


Рис. 3. Динаміка росту ваги рослини (в грамах)

Таким чином, запропоновані моделі і підхід до імітації процесів росту та розвитку рослин можна використовувати для постановки і розв'язування задач дослідження складних фітосистем в різних умовах екологічної нестійкості.

## ЛІТЕРАТУРА:

1. Бейко І.В., Войтенко В.В., Загородній Ю.В. Об'єктно-орієнтовний метод проектування складних екологічних систем // Вісник ЖІТІ. – 1997. – № 5. – С. 3.
2. Загородній Ю.В. Використання моделей росту рослин в дослідженні шляхів сталого розвитку агроєкосистем. – Харків // Вісник ХІСП. Матеріали 2-ї міжнародної конференції “Екологічна та техногенна безпека”. – Т. 1. – 2002. – С. 51–57.
3. Загородній Ю.В., Бойко А.Л. Математичні моделі в дослідженні вірусів рослин. – К.: ЕксОб, 2001. – 152 с.
4. Мусієнко М.М. Фізіологія рослин. – К.: Фітосоціоцентр, 2001. – 392 с.
5. Торнли Дж. Математические модели физиологии растений. – К.

ВОЙТЕНКО Володимир Володимирович – кандидат технічних наук, доцент кафедри програмного забезпечення Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:

- об'єктно-орієнтовані технології;
- розробка комп'ютерних систем імітації екологічних процесів.

E-mail: [yvv@zict.zhitomir.ua](mailto:yvv@zict.zhitomir.ua)

ЗАГОРОДНІЙ Юрій Віталійович – кандидат технічних наук, докторант факультету кібернетики Київського національного університету ім. Тараса Шевченка.

Наукові інтереси:

- математичне моделювання в екології;
- системологія.

E-mail: [yuzagor@ukr.net](mailto:yuzagor@ukr.net)

Подано 13.10.2002