УДК 621.396.96

В.Б. Ревенко, к.т.н.
І.О. Канкін, ад'юнкт
Житомирський військовий інститут радіоелектроніки ім. С.П. Корольова

МЕТОДИКА СИНТЕЗУ АЛГОРИТМІВ ОЦІНЮВАННЯ

Запропоновано методику синтезу алгоритмів оцінювання стану динамічного об'єкта, яка дозволяє підвищити точність спостереження в автоматичних слідкуючих системах. Наведено результати досліджень.

Для розв'язання задачі оцінювання параметрів руху динамічного об'єкта широкого застосування знайшли алгоритми калманської фільтрації [1]. Можливість забезпечення оптимальної фільтрації довільної траєкторії цілі за критерієм мінімуму середнього квадрата помилки (СКП) призводить до подальшого розвитку цих алгоритмів під час розробки систем супроводження. Коли порядок фільтра дорівнює степеню полінома, який описує реальну траєкторію цілі, фільтр Калмана (ФК) оптимальний за критерієм мінімуму середнього квадрата помилки фільтрації та гарантує відсутність зриву супроводження. Якщо порядок ФК менший, ніж порядок полінома, то ймовірність зриву супроводження збільшується.

Існуюче протиріччя між необхідністю виключення зриву супроводження цілі та одночасною мінімізацією СКП різними авторами долаються по-різному. На майбутнє для запобігання зриву супроводження широко застосовують "заморожування" (фіксацію на визначеному рівні) коефіцієнтів підсилення ФК [2]. Інший різновид "заморожування" коефіцієнтів підсилення – введення матриць маневру [2]. Однак такі заходи не завжди виключають зрив супроводження та призводять до погіршення якості оцінювання.

У поданій роботі розглянуто методику синтезу алгоритмів оцінювання, яка дозволяє зменшити ймовірність зриву супроводження під час роботи по цілях з довільною траєкторією руху, виходячи із заданої точності оцінювання.

Припустимо, на вхід алгоритму в дискретні моменти часу $t = nT$ надходить адитивна суміш корисної складової $x(n)$ та некорельованого збурення $f(n)$ (помилки вимірювань) при таких припущеннях:

$$M[f(n)] = 0\,,$$
$$M[x(n)f(n)] = 0\,,$$
$$M[f(n)f(n-1)] = 0\,,$$
$$R(n) = M[f^2(n)].$$

Тоді рівняння спостереження має вигляд:

$$g(n) = x(n) + f(n)\,. \tag{1}$$

Потрібно отримати оцінку $\hat{x}(n)$, еквівалентну відомим [2] фільтрам, з постійною пам'яттю та управління $u(n)$, оптимальну за критерієм мінімуму дисперсії сумарної (випадкової плюс динамічної) помилки спостереження

$$\sigma^2{}_{\sum_{и}} = \sigma^2_{вип} + \varepsilon^2_{дин} = min, \tag{2}$$

за умови, що модель вхідної дії довільна.

Запропонована методика основана на використанні методу синтезу цифрових систем оцінювання з управлінням процесом спостереження [3], згідно з яким алгоритми оцінювання та управління визначаються з виразів:

$$A(z)\hat{x}(n) = [C(z) - B(z)]\tilde{u}(z)\,, \tag{3}$$
$$u(n) = F_e(z)\hat{x}(n)\,, \tag{4}$$

де z – часовий оператор зсуву; $C(z)$ – характеристичний поліном зімкненої системи, який визначає її стійкість; $A(z)$ та $B(z)$ – поліноми чисельників передавальних функцій за нев'язками оцінювання $\tilde{\varepsilon}(n) = g(n) - \hat{x}(n)$ та $\tilde{u}(n) = g(n) - u(n)$ спостереження відповідно; $F_e(z)$ – передавальна функція алгоритму управління, яка визначається з рівняння для характеристичного полінома

$$C(z) = \frac{A(z) - F_e(z)B(z)}{1 - F_e(z)}.$$

Загальна структура поліномів $A(z)$, $B(z)$ та $C(z)$ при поліноміальних вхідних діях має вигляд:

$$\left.\begin{aligned} A(z) &= \left(1-z^{-1}\right)^{p_2}\left(a_0 + a_1 z^{-1} + \ldots + a_m z^{-m}\right),\\ B(z) &= \left(1-z^{-1}\right)^{p_1}\left(b_0 + b_1 z^{-1} + \ldots + b_l z^{-l}\right),\\ C(z) &= C_0 + C_1 z^{-1} + \ldots + C_k z^{-k}, \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

де p_1 – порядок астатизму з оцінювання; p_2 – порядок астатизму зі спостереження; k – порядок характеристичного полінома.

Покажемо, що, використовуючи вирази (3), (4), можна отримати алгоритм оцінювання, еквівалентний $\alpha\beta$-фільтру, але який буде мати більш високі можливості з точності спостереження.

Поліноми бажаних передавальних функцій визначаються з умов еквівалентності за оцінюванням $\alpha\beta$-фільтра:

$$A(z) = \left(1-z^{-1}\right)^2\left(1+a_1 z^{-1}\right), \quad (6)$$

$$B(z) = \left(1-z^{-1}\right)^2 b_0 . \quad (7)$$

Співвідношення (6, 7) гарантують другий порядок астатизму зі спостереження (поліном $A(z)$), такий же порядок астатизму та високу якість оцінювання (поліном $B(z)$).

З метою звільнення параметра управління a_1 від жорстких умов еквівалентності слід характеристичний поліном зімкненої системи задавати у вигляді [ ]:

$$C(z) = 1 + (a_1 + kb_0)z^{-1} + b_0 z^{-2} . \quad (8)$$

Умови еквівалентності мають вигляд:

$$b_0 = 1-\alpha, \quad k = \frac{\alpha - 2 + \beta - a_1}{b_0}. \quad (9)$$

У цьому разі параметр a_1 не пов'язаний жорстко з коефіцієнтами $\alpha\beta$-фільтра та може визначатись з умов підвищення точності спостереження.

Шляхом підстановки поліномів $A(z)$, $B(z)$ та $C(z)$ у вирази (3), (4) отримано алгоритми оцінювання та управління, що мають вигляд:

$$\hat{x}(n) = v3\hat{x}(n-1) + v4\hat{x}(n-2) + v5\hat{x}(n-3) + v1\pi(n) + v2\pi(n-1), \quad (10)$$

$$u(n) = v6\hat{x}(n-1) + v7\hat{x}(n-2) + v8\hat{x}(n-3) + v9u(n-1), \quad (11)$$

де

$$v1 = 1-b_0, \quad v2 = a_1 + b_0(k-2), \quad v3 = 2-a_1, \quad v4 = 2a_1 - 1, \quad v5 = -a_1, \quad v6 = \frac{kb_0+2}{1-b_0},$$

$$v7 = \frac{b_0 + 1 + 2a_1}{1-b_0}, \quad v8 = \frac{a_1}{b_0 - 1}, \quad v9 = \frac{a_1 + b_0(k+2)}{b_0 - 1}.$$

Отримані вирази описують фільтр другого порядку, який є системою автоматичного управління зі зворотним зв'язком та постійними коефіцієнтами, що дозволяє застосувати відомі методи аналізу стаціонарних систем для дослідження його характеристик.

Аналіз випадкових помилок у сталому режимі проводиться з урахуванням того, що системи, які розглядаються, лінійні. Дисперсія випадкових помилок на виході системи у цьому разі визначається з виразу:

$$\sigma^2_{вих} = \frac{\sigma^2_{вх}}{2\pi j}\oint_{|z|=1} K\left(z^{-1}\right)K(z)z^{-1}dz, \quad (12)$$

де $K\left(z^{-1}\right)$ – відповідна передавальна функція. Вираз (7) може бути зведений [2] до вигляду:

$$\sigma^2_{вих} = 2I_k\sigma^2_{вх}, \quad (13)$$

де I_k – інтеграл Парсеваля k-го порядку.

Використовуючи залежність $K_з(z) = 1 - K_\varepsilon(z)$, де $K_з(z)$ – передавальна функція зімкненої системи, відоме білінійне перетворення дискретного оператора з безперервним оператором та табличне значення інтеграла Парсеваля [2], отримані дисперсії випадкових помилок оцінювання та управління координати для $\alpha\beta$-фільтра:

$$\sigma^2_{\hat{x}}(n) = \frac{2\alpha^2 - 3\alpha\beta + 2\beta}{\alpha(4 - 2\alpha - \beta)}\sigma^2_{вх}, \quad (14)$$

$$\sigma_{u}^{2}(n)=\frac{2\alpha^{2}+\alpha\beta+2\beta}{\alpha(4-2\alpha-\beta)}\sigma_{ex}^{2}, \tag{15}$$

та розробленого фільтра:

$$\sigma_{\hat{x}}^{2}(n)=\frac{2\alpha^{2}-3\alpha\beta+2\beta}{\alpha(4-2\alpha-\beta)}\sigma_{ex}^{2}, \tag{16}$$

$$\sigma_{u}^{2}(n)=2I_{4}\sigma_{ex}^{2}=\frac{Q1+Q2+Q3+Q4}{Q5}\sigma_{ex}^{2}, \tag{17}$$

де $Q1=c_3^2\left(d_0d_1d_2-d_0^2d_3\right)$, $Q2=\left(c_2^2-2c_1c_3\right)d_0d_1d_4$, $Q3=\left(c_1^2-2c_0c_2\right)d_0d_3d_4$, $Q4=c_0^2\left(d_2d_3d_4-d_1d_4^2\right)$, $Q5=d_0d_4\left(d_1d_2d_3-d_0d_3^2-d_1^2d_4\right)$ – складові інтеграла Парсеваля. Коефіцієнти c_i,d_i, де $i=0{,}4$, розраховуються як $c_0=1+kb_0+b_0+a_1$, $c_1=3+kb_0-b_0+a_1$, $c_2=-(1+kb_0+b_0+5a_1)$, $c_3=3a_1+b_0-kb_0-3$, $d_0=1+kb_0+b_0+a_1$, $d_1=4+2kb_0+2a_1$, $d_2=6-2b_0$, $d_3=4-2a_1-2kb_0$, $d_4=1-a_1-kb_0+b_0$.

Аналіз динамічних помилок у сталому режимі маневру проведемо, використовуючи операторний метод у вигляді Z-перетворення. У [3] показано, що для цифрових фільтрів з корекцією передбачення динамічна помилка в сталому режимі визначається з виразу:

$$\varepsilon[nT]=D_0x[nT]+D_1\frac{\Delta x[nT]}{T}+D_2\frac{\Delta^{(2)}x[nT]}{T^2}+\ldots, \tag{18}$$

де $\Delta^{(i)}x[n]$ – i-я кінцева різниця вхідного сигналу; D_i – коефіцієнти динамічної помилки, які визначаються як

$$D_i=\frac{1}{i!}\left[\frac{d^iK_\varepsilon(z)}{dz^i}\right]_{z=1}.$$

Коефіцієнти помилок з оцінювання та спостереження для $\alpha\beta$-фільтра дорівнюють

$$D_0^o=0;\ D_1^o=0;\ D_2^o=\frac{1-\alpha}{\beta};\ D_0^u=0;\ D_1^u=0;\ D_2^u=\frac{1}{\beta};$$

для розробленого фільтра мають вигляд:

$$D_0^o=0;\ D_1^o=0;\ D_2^o=\frac{1-\alpha}{\beta};\ D_0^u=0;\ D_1^u=0;\ D_2^u=\frac{a_1+1}{\beta}.$$

Отримані формули для дисперсій випадкових та значення динамічних помилок спостереження дозволяють вибрати оптимальне значення параметра управління за критерієм мінімуму дисперсії сумарної (випадкової плюс динамічної) помилки спостереження в сталому режимі [2], тобто виходячи з умови

$$\sigma^2{}_{\sum u}(a_1)=\sigma_{вип}^2+\varepsilon_{дин}^2=\min. \tag{19}$$

Дисперсія сумарної помилки спостереження координати має вигляд:

$$\sigma_{\sum u}^2(a_1)=\sigma_{ex}^2 2I_4+\left(D_2^u\right)^2\left[\Delta^{(2)}g(n)\right]^2.$$

Переходячи до відносних помилок, отримаємо

$$\frac{\sigma_{\sum u}^2}{\sigma_{ex}^2}=2I_4+\left(D_2^u\right)^2\rho^2, \tag{20}$$

де $D_2^u=\dfrac{a_1+1}{\beta}$, а $\rho^2=\dfrac{\left[\Delta^{(2)}g(n)\right]^2}{\sigma_{ex}^2}$ – відносне значення другого прирощування координати, яке має назву відносної інтенсивності маневру.

Оптимальне значення параметра a_1 за вибраним критерієм визначається шляхом взяття окремої похідної від виразу (19) та прирівнювання її до нуля.

Результат розв'язання отриманого рівняння має вигляд:

$$a_1^{opt}=\frac{4\alpha^2\beta^2+6\alpha\beta^3-4\beta^3+2\beta^4-8\alpha\rho^2+4\alpha^2\rho^2+2\alpha\beta\rho^2}{4\beta^3+8\alpha\beta^2+8\alpha\rho^2-4\alpha^2\rho^2-2\alpha\beta\rho^2}. \tag{21}$$

Викладена методика синтезу алгоритмів оцінювання з підвищеною точністю спостереження описується виразами (3, 4, 6–9, 20, 21). Відмінними особливостями рішення, що пропонується, від відомих є: параметр управління a_1, не пов'язаний жорсткою залежністю з ваговими коефіцієнтами, які визначають точність оцінювання; оптимальне значення цього параметра визначається з умов зменшення як динамічних, так і випадкових помилок управління, що забезпечує більшу ефективність запропонованого алгоритму в стохастичній обстановці.

Використовуючи розроблену методику, отримаємо фільтр третього порядку, еквівалентний за оцінюванням $\alpha\beta\gamma$ - фільтру, але який має більш високу точність спостереження.

Графіки відносної дисперсії сумарних помилок спостереження, залежно від обсягу пам'яті фільтра (кількості попередніх вимірів, що враховуються) та за відсутності маневру, наведені на рис. 1,*а* та, залежно від інтенсивності маневру за координатою при фіксованих коефіцієнтах, – на рис. 1,*б*.

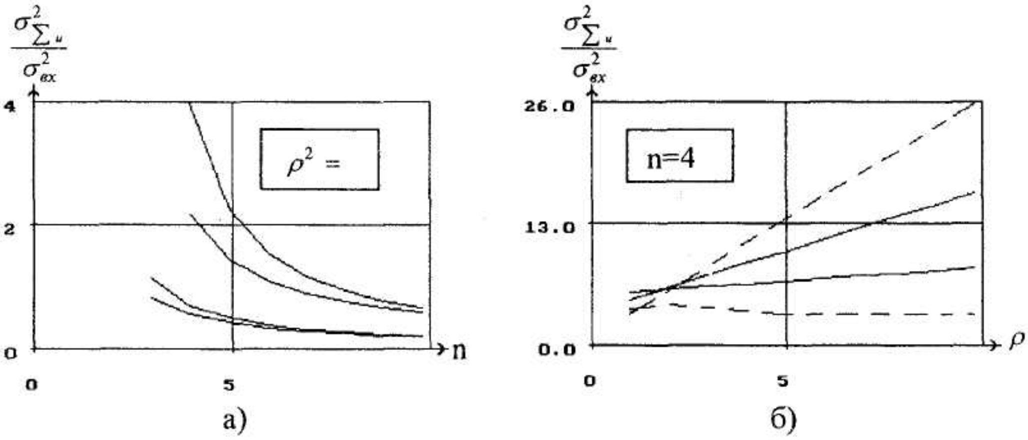

Рис. 1

З графіків видно, що під час використання запропонованих фільтрів (криві 2, 4) відносна дисперсія сумарних помилок спостереження менша, ніж у відомих фільтрів (криві 1, 3) як за наявності, так і за відсутності маневру.

Таким чином, запропонована методика синтезу алгоритмів оцінювання дозволяє отримати цифрові фільтри другого та третього порядків, під час використання яких в автоматичних слідкуючих системах можливе підвищення точності спостереження цілей, що зменшує ймовірність зриву супроводження. У багатоцільовій обстановці це дозволяє підвищити точність слідкування за кожною ціллю (тобто збільшити роздільну здатність) та відповідно підвищити пропускну здатність багатоканальних автоматичних слідкуючих систем.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Артюшин Л.М., Машков О.А., Сівов М.С.* Теорія автоматичного керування. – К.: КІВПС, 2000. – 320 с.
2. *Кузьмин С.З.* Основы теории цифровой обработки радиолокационной информации. – М.: Сов. радио, 1974. – 356 с.
3. *Пушкарев Ю.А., Ревенко В.Б.* Новый структурный метод синтеза эффективных цифровых фильтров обработки информации для автоматических следящих систем // Проблемы управления и информатики. – 1995. – № 1. – С. 138–148.
4. *Канкін І.О., Ревенко В.Б.* Розробка алгоритму оцінювання з підвищеною динамічною точністю спостереження літальних апаратів // Вісник ЖІТІ. – 2001. – № 17 / Технічні науки. – С. 44–46.

РЕВЕНКО Володимир Борисович – кандидат технічних наук, заступник начальника кафедри комп'ютеризованих систем Житомирського військового інституту радіоелектроніки ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:

– алгоритми оцінювання для сучасних інформаційно-керуючих систем.

КАНКІН Іван Олегович – викладач кафедри комп'ютеризованих систем Житомирського військового інституту радіоелектроніки ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:

– алгоритми оцінювання для сучасних інформаційно-керуючих систем.

Подано 10.10.2002