УДК 621.396

О.Г. Мішин, ст. викл.
Житомирський військовий інститут радіоелектроніки ім. С.П. Корольова

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВІДГУКУ ПАРАЛЕЛЬНОГО КОЛИВАЛЬНОГО КОНТУРУ НА ДІЮ ФАЗОМАНІПУЛЬОВАНОГО СИГНАЛУ

(Представлено д.т.н., проф. Смирновим Ю.А.)

Пропонується математична модель проходження фазоманіпульованого сигналу через паралельний коливальний контур, яка дозволяє проводити аналіз відгуку сигналу в залежності від параметрів коливального контуру без обмежень і припущень.

Для вирішення завдань обробки сигналів у певних випадках потрібно розглядати питання смугової фільтрації радіосигналів. В сучасних умовах набувають широкого використання радіосигнали з фазовою модуляцією. Матеріал, що розглядається, присвячено проходженню фазоманіпульованих (ФМн) сигналів через реальний смуговий фільтр у вигляді паралельного коливального контуру (далі – коливального контуру). Відгук коливального контуру на дію ФМн сигналу буде знайдено операторним методом за допомогою перетворень Лапласа. Пошук вихідної реалізації коливального контуру на дію ФМн сигналу умовно буде поділено на 3 етапи:

1) $u_{вх}(t) \to U_{вх}(p)$ – знаходження зображення ФМн сигналу;

2) $K(p)$ – знаходження передаточної функції коливального контуру;

3) $U_{вих}(p) = K(p) \cdot U_{вх}(p) \to u_{вих}(t)$ – знаходження оригіналу відгуку, який відповідає вихідному зображенню дії ФМн сигналу на коливальний контур.

1. Зображення ФМн сигналу

Часове подання ФМн сигналу дамо у вигляді реального сигналу, який складається з окремих дискрет (1.1):

$$u_{вх}(t) = \sum_{i=0}^{N-1} U_i \cdot \cos(\omega_o t + \Theta_i) \cdot [\sigma(t - i \cdot \tau_д) - \sigma(t - (i+1) \cdot \tau_д)], \quad (1)$$

де N – кількість дискрет ФМн сигналу;

U_i – амплітуди дискрет ФМн сигналу;

Θ_i – закон зміни фаз ФМн сигналу;

ω_o – несуча частота ФМн сигналу;

i – порядковий номер дискрета ФМн сигналу;

$\tau_д$ – тривалість дискрета ФМн сигналу;

$$\sigma(t) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } t < 0 \\ 0.5, & \text{якщо } t = 0 \\ 1, & \text{якщо } t > 0 \end{cases}$$ – функція вмикання (функція Хевісайда);

t – реальний час.

Оскільки ФМн сигнал було подано у вигляді суми окремих дискрет сигналу, то, згідно з лінійністю перетворення Лапласа, зображення ФМн сигналу буде у вигляді суми зображень окремих дискрет сигналу.

1.1. Зображення дискрета ФМн сигналу

Часове подання дискрета ФМн сигналу (2)

$$u_д(i,t) = U_i \cdot \cos(\omega_o t + \Theta_i) \cdot [\sigma(t - i \cdot \tau_д) - \sigma(t - (i+1) \cdot \tau_д)]. \quad (2)$$

Скористаємося лінійністю перетворення Лапласа та розділимо кожну дискрету на дві функції (4, 5):

$$u_д(i,t) = U_i \cdot [f_1(i,t) - f_2(i,t)], \quad (3)$$

де

$$f_1(i,t) = \cos(\omega_o t + \Theta_i) \cdot \sigma(t - i \cdot \tau_д), \quad (4)$$

$$f_2(i,t) = \cos(\omega_o t + \Theta_i)\cdot\sigma(t-(i+1)\cdot\tau_\partial)\,, \qquad (5)$$

які дуже схожі за своєю будовою.

Знайдемо зображення функції (4).

Введемо нову величину $\eta = t - i\cdot\tau_\partial$, для якої $t = \eta + i\cdot\tau_\partial$. Зробимо заміну в (4) змінної t на змінну η і отримаємо

$$f_1(i,\eta) = \cos[\omega_o\cdot(\eta + i\cdot\tau_\partial + \frac{\Theta_i}{\omega_o})]\cdot\sigma(\eta)\,. \qquad (6)$$

У відповідності до таблиці перетворення Лапласа [1]

$$\cos(a\cdot t) \Leftrightarrow \frac{p}{p^2+a^2}\,, \qquad (7)$$

оригіналу функції $\cos(a\cdot t)$ відповідає зображення $\frac{p}{p^2+a^2}$ (далі $\cos(a\cdot t) \Leftrightarrow \frac{p}{p^2+a^2}$), де за константу a виступає ω_o.

Відповідно до теореми зміщення у часі [2]

$$f(t+to) \Leftrightarrow e^{p\cdot to}\cdot F(p)\,, \qquad (8)$$

де $f(t) \Leftrightarrow F(p)$ – перетворення Лапласа функції $f(t)$.

Для нашого випадку $to = i\cdot\tau_d + \frac{\Theta_i}{\omega_o}$ і тому отримаємо зображення $f_1(i,\eta)$:

$$f_1(i,\eta) \Leftrightarrow F_1(i,p) = e^{(i\cdot\tau_d+\frac{\Theta_i}{\omega_o})\cdot p}\cdot\frac{p}{p^2+\omega_o}\,. \qquad (9)$$

Аналогічним чином знаходиться зображення $f_2(i,\eta)$:

$$f_{21}(i,\eta) \Leftrightarrow F_2(i,p) = e^{((i+1)\cdot\tau_d+\frac{\Theta_i}{\omega_o})\cdot p}\cdot\frac{p}{p^2+\omega_o}\,. \qquad (10)$$

Таким чином, зображення дискрета ФМн сигналу з (8) і (9) набуває вигляду:

$$F_d(i,p) = U_i\cdot[F_1(i,p)-F_2(i,p)] = U_i\cdot\frac{p}{p^2+\omega_o}\cdot(e^{(i\cdot\tau_d+\frac{\Theta_i}{\omega_o})\cdot p} - e^{((i+1)\cdot\tau_d+\frac{\Theta_i}{\omega_o})\cdot p})\,. \qquad (11)$$

Отже, зображення ФМн сигналу має вигляд:

$$U_{вх}(p) = \sum_{i=0}^{N-1} U_i\cdot[F_1(i,p)-F_2(i,p)]\,. \qquad (12)$$

2. Зображення передаточної функції коливального контуру

Розглянемо коливальний контур (рис. 1).

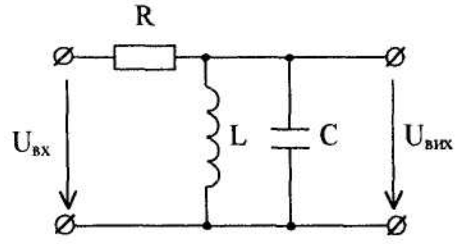

Рис. 1

Комплексна передаточна функція коливального контуру:

$$K(j\omega) = \frac{\dot{U}_{вх}}{\dot{U}_{вих}} = \frac{\dot{I}\cdot\dot{Z}_{LC}}{\dot{I}\cdot(R+\dot{Z}_{LC})} = \frac{\dot{Z}_{LC}}{R+\dot{Z}_{LC}} = \frac{j\omega L}{j^2\omega^2 RLC + j\omega L + R}\,, \qquad (13)$$

де $\dot{U}_{вх}$, $\dot{U}_{вих}$ – відповідні значення вхідної та вихідної напруг;

$\dot{I}$ – струм контуру;

$\dot{Z}_{LC} = \dfrac{j\omega L}{1 + j^2\omega^2 LC}$ – комплексний опір паралельно з'єднаних індуктивності та ємності;

R – опір резистора;

L – індуктивність котушки;

C – ємність конденсатора.

Перехід до зображення передаточної функції здійснюється заміною $j\omega$ на p. Отримаємо зображення:

$$K(p) = \frac{pL}{p^2 RLC + pL + R} = \frac{p}{RC(p^2 + \frac{1}{RC}p + \frac{1}{LC})} = \frac{2p}{\tau_k \cdot (p^2 + \frac{2}{\tau_k}p + \omega_p{}^2)}, \qquad (14)$$

$$\tau_k = 2RC = \frac{2Q}{\omega_p}, \qquad (15)$$

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \qquad (16)$$

де τ_k – стала часу коливального контуру [2];

ω_p – резонансна частота коливального контуру;

Q – добротність контуру.

3. Оригінал відгуку дії ФМн сигналу на коливальний контур

3.1. Зображення відгуку

Відповідно до операторного методу отримуємо наступне зображення відгуку:

$$U_{вих}(p) = K(p) \cdot U_{вх}(p) = \frac{2p}{\tau_k \cdot (p^2 + \frac{2}{\tau_k}p + \omega_p{}^2)} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} U_i \cdot [F_1(i,p) - F_2(i,p)]. \qquad (17)$$

Внесемо під знак суми дріб $\dfrac{2p}{\tau_k \cdot (p^2 + \frac{2}{\tau_k}p + \omega_p{}^2)}$.

$$U_{вих}(p) = \sum_{i=0}^{N-1} U_i \cdot \frac{2p}{\tau_k \cdot (p^2 + \frac{2}{\tau_k}p + \omega_p{}^2)} \cdot [F_1(i,p) - F_2(i,p)]. \qquad (18)$$

Після помноження внесеного дробу на функції-зображення $F_1(i,p)$ і $F_2(i,p)$ отримаємо:

$$U_{вих}(p) = \sum_{i=0}^{N-1} U_i \cdot \frac{p}{p^2 + \omega_o} \cdot \frac{2p}{\tau_k \cdot (p^2 + \frac{2}{\tau_k}p + \omega_p{}^2)} \cdot (e^{(i\cdot\tau_d + \frac{\Theta_i}{\omega_o})\cdot p} - e^{((i+1)\cdot\tau_d + \frac{\Theta_i}{\omega_o})\cdot p}). \qquad (19)$$

Для спрощення знаходження оригіналу виразу (19) необхідно добуток дробів перетворити на їх суми наступним чином:

$$\frac{p}{p^2 + \omega_o} \cdot \frac{p}{\tau_k \cdot (p^2 + \frac{2}{\tau_k}p + \omega_p{}^2)} = \frac{Ap + B}{\tau_k \cdot (p^2 + \frac{2}{\tau_k}p + \omega_p{}^2)} + \frac{Cp + D}{p^2 + \omega_o}, \qquad (20)$$

де A, B, C, D – сталі, які знаходяться з приведення суми дробів до одного знаменника:

$$\frac{p}{p^2 + \omega_o} \cdot \frac{p}{\tau_k \cdot (p^2 + \frac{2}{\tau_k}p + \omega_p{}^2)} = \frac{(Ap + B)\cdot(p^2 + \frac{2}{\tau_k}p + \omega_p{}^2) + (Cp + D)\cdot(p^2 + \omega_o)}{\tau_k \cdot (p^2 + \frac{2}{\tau_k}p + \omega_p{}^2)\cdot\left(p^2 + \omega_o\right)}. \qquad (21)$$

Для виконання рівняння (21) необхідно вимагати, щоб чисельник лівого дробу дорівнювався чисельнику правого дробу. Після розкриття дужок справа отримаємо:

$$Ap^3 + A\omega_o{}^2 p + Bp^2 + B\omega_o{}^2 + Cp^3 + \frac{2C}{\tau_k}p^2 + C\omega_p{}^2 p + Dp^2 + \frac{2D}{\tau_k}p + D\omega_p{}^2 = p^2. \qquad (22)$$

З (22) слідує система рівнянь:

$$\begin{cases} p^3(A+C)=0, \\ p^2(B+\dfrac{2C}{\tau_k}+D)=p^2, \\ p(A\omega_o{}^2+C\omega_p{}^2+\dfrac{2D}{\tau_k})=0, \\ B\omega_o{}^2+D\omega_p{}^2=0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} A+C=0, \\ B+\dfrac{2C}{\tau_k}+D=1, \\ A\omega_o{}^2+C\omega_p{}^2+\dfrac{2D}{\tau_k}=0, \\ B\omega_o{}^2+D\omega_p{}^2=0. \end{cases} \tag{23}$$

Вирішувати систему рівнянь (23) будемо методом вираження одної сталої через іншу та підстановкою у наступне рівняння:

$$\begin{cases} A=-C, \\ B=-D\dfrac{\omega_p{}^2}{\omega_o{}^2}, \\ -C\omega_o{}^2+C\omega_p{}^2+\dfrac{2D}{\tau_k}=0, \\ -D\dfrac{\omega_p{}^2}{\omega_o{}^2}+\dfrac{2C}{\tau_k}+D=1. \end{cases} \tag{24}$$

З (24) і (15) слідує

$$\frac{2D}{\tau_k}=C(\omega_o{}^2-\omega_p{}^2)\,,\;\; D=C\frac{\tau_k}{2}(\omega_o{}^2-\omega_p{}^2)=C\frac{Q}{\omega_p}(\omega_o{}^2-\omega_p{}^2)=CQ\omega_o\nu\,, \tag{25}$$

$$\nu=\frac{\omega_o}{\omega_p}-\frac{\omega_p}{\omega_o}=\frac{\omega_o{}^2-\omega_p{}^2}{\omega_p\omega_o}\,, \tag{26}$$

де ν – відносне розстроювання.

З (25), (25) і (15) слідує

$$-CQ\omega_o\frac{\omega_p{}^2}{\omega_o{}^2}+C\frac{2}{\tau_k}+CQ\omega_o\nu=1\,, \tag{27}$$

$$C=\frac{1}{-Q\dfrac{\omega_p{}^2}{\omega_o}+\dfrac{2}{\tau_k}+Q\omega_o\nu}=\frac{\omega_o\tau_k}{2\omega_o+Q\nu\omega_o{}^2\tau_k-Q\nu\omega_p{}^2\tau_k}=\frac{\tau_k}{2(1+Q^2\nu^2)}, \tag{28}$$

$$A=\frac{-\tau_k}{2(1+Q^2\nu^2)}\,, \tag{29}$$

$$D=\frac{Q^2\nu}{(1+Q^2\nu^2)}\frac{\omega_o}{\omega_p}\,, \tag{30}$$

$$B=\frac{-Q^2\nu}{(1+Q^2\nu^2)}\frac{\omega_p}{\omega_o}\,. \tag{31}$$

У випадку $\omega_p=\omega_0$ сталі $B=D=0$, $C=-A={\tau_k}/{2}$.

Для (19) зображення відгуку дамо у вигляді двох частин:

$$U_{вих}(p)=U1_{вих}(p)-U2_{вих}(p)\,, \tag{32}$$

де $$U1_{вих}(p)=\sum_{i=0}^{N-1}U_i\cdot\frac{p}{p^2+\omega_o}\cdot\frac{2p}{\tau_k\cdot(p^2+\frac{2}{\tau_k}p+\omega_p{}^2)}\cdot e^{(i\cdot\tau_d+\frac{\Theta_i}{\omega_o})\cdot p}, \tag{33}$$

$$U2_{вих}(p)=\sum_{i=0}^{N-1}U_i\cdot\frac{p}{p^2+\omega_o}\cdot\frac{2p}{\tau_k\cdot(p^2+\frac{2}{\tau_k}p+\omega_p{}^2)}\cdot e^{((i+1)\cdot\tau_d+\frac{\Theta_i}{\omega_o})\cdot p}. \tag{34}$$

Скориставшись перетворенням (20) на суму дробів зі сталими (28)–(31), запишемо (33):

$$U1_{вих}(p)=\frac{2}{\tau_k}\sum_{i=0}^{N-1}U_i\cdot\left\{\frac{\frac{\tau_k}{2(1+Q^2\nu^2)}p+\frac{Q^2\nu}{(1+Q^2\nu^2)}\frac{\omega_o}{\omega_p}}{p^2+\omega_o}-\frac{\frac{\tau_k}{2(1+Q^2\nu^2)}p+\frac{Q^2\nu}{(1+Q^2\nu^2)}\frac{\omega_p}{\omega_o}}{p^2+\frac{2}{\tau_k}p+\omega_p{}^2}\right\}\cdot e^{(i\cdot\tau_d+\frac{\Theta_i}{\omega_o})\cdot p}, \tag{35}$$

$$U1_{вих}(p)=\frac{1}{1+Q^2\nu^2}\sum_{i=0}^{N-1}U_i\cdot\left\{\frac{p+\frac{2Q^2\nu}{\tau_k}\frac{\omega_o}{\omega_p}}{p^2+\omega_o}-\frac{p+\frac{2Q^2\nu}{\tau_k}\frac{\omega_p}{\omega_o}}{p^2+\frac{2}{\tau_k}p+\omega_p{}^2}\right\}\cdot e^{(i\cdot\tau_d+\frac{\Theta_i}{\omega_o})\cdot p},$$

$$U1_{вих}(p)=\frac{1}{1+Q^2\nu^2}\sum_{i=0}^{N-1}U_i\cdot\left\{\frac{p+Q\nu\omega_o}{p^2+\omega_o}-\frac{p+Q\nu\frac{\omega_p{}^2}{\omega_o}}{p^2+\frac{2}{\tau_k}p+\omega_p{}^2}\right\}\cdot e^{(i\cdot\tau_d+\frac{\Theta_i}{\omega_o})\cdot p},$$

$$U1_{вих}(p)=\frac{1}{1+Q^2\nu^2}\sum_{i=0}^{N-1}U_i\cdot\left\{\frac{p+Q\nu\omega_o}{p^2+\omega_o}-\frac{\left(p+\frac{1}{\tau_k}\right)-\frac{1}{\tau_k}+Q\nu\frac{\omega_p{}^2}{\omega_o}}{\left(p+\frac{1}{\tau_k}\right)^2+\omega_p{}^2-\frac{1}{\tau_k{}^2}}\right\}\cdot e^{(i\cdot\tau_d+\frac{\Theta_i}{\omega_o})\cdot p}. \tag{36}$$

Аналогічно можливо отримати перетворення (34):

$$U1_{вих}(p)=\frac{1}{1+Q^2\nu^2}\sum_{i=0}^{N-1}U_i\cdot\left\{\frac{p+Q\nu\omega_o}{p^2+\omega_o}-\frac{\left(p+\frac{1}{\tau_k}\right)-\frac{1}{\tau_k}+Q\nu\frac{\omega_p{}^2}{\omega_o}}{\left(p+\frac{1}{\tau_k}\right)^2+\omega_p{}^2-\frac{1}{\tau_k{}^2}}\right\}\cdot e^{((i+1)\cdot\tau_d+\frac{\Theta_i}{\omega_o})\cdot p}. \tag{37}$$

3.2. Оригінал відгуку

Скориставшись лінійністю перетворення Лапласа, знайдемо оригінал (32) через оригінали зображень (36) і (37), які схожі за своєю будовою. Для (36) скористаємося лінійністю перетворення Лапласа табличним перетворенням (7)

$$\frac{1}{a}\sin(a\cdot t)\Leftrightarrow\frac{1}{p^2+a^2}, \tag{38}$$

теоремою зміщення оригіналу (8) і теоремою зміщення зображення [2]

$$f(t)\cdot e^{-a\cdot t}\Leftrightarrow F(p+a), \tag{39}$$

де $f(t)\Leftrightarrow F(p)$ – перетворення Лапласа функції $f(t)$, отримаємо:

$$U1_{вих}(\eta)=\frac{1}{1+Q^2\nu^2}\sum_{i=0}^{N-1}U_i\times$$
$$\times\left\{\cos\left(\omega_o\left[\eta+i\cdot\tau_d+\frac{\Theta_i}{\omega_o}\right]\right)+Q\nu\cdot\sin\left(\omega_o\left[\eta+i\cdot\tau_d+\frac{\Theta_i}{\omega_o}\right]\right)-\right.$$
$$-e^{\frac{-\eta}{\tau_k}}\cdot\left[\cos\left(\sqrt{\omega_p^{\ 2}-\frac{1}{\tau_k^{\ 2}}}\left[\eta+i\cdot\tau_d+\frac{\Theta_i}{\omega_o}\right]\right)+\right.$$
$$\left.\left.+\frac{1}{\sqrt{\omega_p^{\ 2}-\frac{1}{\tau_k^{\ 2}}}}\left(Q\nu\frac{\omega_p^{\ 2}}{\omega_o}-\frac{1}{\tau_k}\right)\sin\left(\sqrt{\omega_p^{\ 2}-\frac{1}{\tau_k^{\ 2}}}\left[\eta+i\cdot\tau_d+\frac{\Theta_i}{\omega_o}\right]\right)\right]\right\}\cdot\sigma(\eta).\qquad(40)$$

Введену величину $\eta=t-i\cdot\tau_д$, для якої $t=\eta+i\cdot\tau_д$, замінимо в (40) на змінну t і отримаємо:

$$U1_{вих}(t)=\frac{1}{1+Q^2\nu^2}\sum_{i=0}^{N-1}U_i\times$$
$$\times\left\{\cos\left(\omega_o\left[t+\frac{\Theta_i}{\omega_o}\right]\right)+Q\nu\cdot\sin\left(\omega_o\left[t+\frac{\Theta_i}{\omega_o}\right]\right)+\right.$$
$$-e^{\frac{-t+i\cdot\tau_d}{\tau_k}}\cdot\left[\cos\left(\sqrt{\omega_p^{\ 2}-\frac{1}{\tau_k^{\ 2}}}\left[t+\frac{\Theta_i}{\omega_o}\right]\right)+\right.$$
$$\left.\left.+\frac{1}{\sqrt{\omega_p^{\ 2}-\frac{1}{\tau_k^{\ 2}}}}\left(Q\nu\frac{\omega_p^{\ 2}}{\omega_o}-\frac{1}{\tau_k}\right)\sin\left(\sqrt{\omega_p^{\ 2}-\frac{1}{\tau_k^{\ 2}}}\left[t+\frac{\Theta_i}{\omega_o}\right]\right)\right]\right\}\cdot\sigma(t-i\cdot\tau_d).\qquad(41)$$

Аналогічно отримуємо оригінал для (37):

$$U2_{вих}(t)=\frac{1}{1+Q^2\nu^2}\sum_{i=0}^{N-1}U_i\times$$
$$\times\left\{\cos\left(\omega_o\left[t+\frac{\Theta_i}{\omega_o}\right]\right)+Q\nu\cdot\sin\left(\omega_o\left[t+\frac{\Theta_i}{\omega_o}\right]\right)+\right.$$
$$-e^{\frac{-t+(i+1)\cdot\tau_d}{\tau_k}}\cdot\left[\cos\left(\sqrt{\omega_p^{\ 2}-\frac{1}{\tau_k^{\ 2}}}\left[t+\frac{\Theta_i}{\omega_o}\right]\right)+\right.$$
$$\left.\left.+\frac{1}{\sqrt{\omega_p^{\ 2}-\frac{1}{\tau_k^{\ 2}}}}\left(Q\nu\frac{\omega_p^{\ 2}}{\omega_o}-\frac{1}{\tau_k}\right)\sin\left(\sqrt{\omega_p^{\ 2}-\frac{1}{\tau_k^{\ 2}}}\left[t+\frac{\Theta_i}{\omega_o}\right]\right)\right]\right\}\cdot\sigma(t-(i+1)\cdot\tau_d).\qquad(42)$$

З (41) і (42) отримуємо кінцевий вираз для оригіналу відгуку :

$$u_{вих}(t)=U1_{вих}(t)-U2_{вих}(t)=\frac{1}{1+Q^2\nu^2}\sum_{i=0}^{N-1}U_i\times$$
$$\times\left\{\cos\left(\omega_o\left[t+\frac{\Theta_i}{\omega_o}\right]\right)+Q\nu\cdot\sin\left(\omega_o\left[t+\frac{\Theta_i}{\omega_o}\right]\right)+\right.$$
$$-e^{\frac{-t+i\cdot\tau_d}{\tau_k}}\cdot\left[\cos\left(\sqrt{\omega_p^{\ 2}-\frac{1}{\tau_k^{\ 2}}}\left[t+\frac{\Theta_i}{\omega_o}\right]\right)+\right.$$

$$+\frac{1}{\sqrt{{\omega_p}^2-\frac{1}{{\tau_k}^2}}}\left(Q\nu\frac{{\omega_p}^2}{\omega_o}-\frac{1}{\tau_k}\right)\sin\left(\sqrt{{\omega_p}^2-\frac{1}{{\tau_k}^2}}\left[t+\frac{\Theta_i}{\omega_o}\right]\right)\Bigg]\Bigg\}\cdot\sigma(t-i\cdot\tau_d)-$$

$$-\frac{1}{1+Q^2\nu^2}\sum_{i=0}^{N-1}U_i\times\left\{\cos\left(\omega_o\left[t+\frac{\Theta_i}{\omega_o}\right]\right)+Q\nu\cdot\sin\left(\omega_o\left[t+\frac{\Theta_i}{\omega_o}\right]\right)+\right.$$

$$-e^{\frac{-t+(i+1)\cdot\tau_d}{\tau_k}}\cdot\left[\cos\left(\sqrt{{\omega_p}^2-\frac{1}{{\tau_k}^2}}\left[t+\frac{\Theta_i}{\omega_o}\right]\right)+\right.$$

$$\left.\left.+\frac{1}{\sqrt{{\omega_p}^2-\frac{1}{{\tau_k}^2}}}\left(Q\nu\frac{{\omega_p}^2}{\omega_o}-\frac{1}{\tau_k}\right)\sin\left(\sqrt{{\omega_p}^2-\frac{1}{{\tau_k}^2}}\left[t+\frac{\Theta_i}{\omega_o}\right]\right)\right]\right\}\cdot\sigma(t-(i+1)\cdot\tau_d).$$

$$u_{вих}(t)=\frac{1}{1+Q^2\nu^2}\sum_{i=0}^{N-1}U_i\times$$

$$\times\left\{\cos\left(\omega_o\left[t+\frac{\Theta_i}{\omega_o}\right]\right)+Q\nu\cdot\sin\left(\omega_o\left[t+\frac{\Theta_i}{\omega_o}\right]\right)\right)\cdot\left[\sigma(t-i\cdot\tau_d)-\sigma(t-(i+1)\cdot\tau_d)\right]-e^{\frac{-t+i}{\tau_k}}$$

$$\times\left[\cos\left(\sqrt{{\omega_p}^2-\frac{1}{{\tau_k}^2}}\left[t+\frac{\Theta_i}{\omega_o}\right]\right)+\frac{1}{\sqrt{{\omega_p}^2-\frac{1}{{\tau_k}^2}}}\left(Q\nu\frac{{\omega_p}^2}{\omega_o}-\frac{1}{\tau_k}\right)\sin\left(\sqrt{{\omega_p}^2-\frac{1}{{\tau_k}^2}}\left[t+\frac{\Theta_i}{\omega_o}\right]\right)\right.$$

$$\left.\times\left[\sigma(t-i\cdot\tau_d)-e^{\frac{\tau_d}{\tau_k}}\cdot\sigma(t-(i+1)\cdot\tau_d)\right]\right\}. \quad (43)$$

Таким чином, знайдено часове подання відгуку (43) дії фазоманіпульованого сигналу на паралельний коливальний контур, який можна використовувати у математичній моделі досліджень проходження ФМн сигналу через реальний смуговий фільтр.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. Определения, теоремы, формулы. – М.: Наука, 1984. – 832 с.
2. *Баскаков С.И.* Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник. – М.: Высшая школа, 1983. – 536 с.

МІШИН Олег Геннадійович – старший викладач Житомирського військового інституту радіоелектроніки ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:

- автоматизація процесів обробки інформації;
- методи та алгоритми вторинної обробки інформації.

Подано 29.07.2002