УДК 519.95 – 621.3.01

С.В. Ковбасюк, к.т.н.
О.О. Писарчук, к.т.н.
Житомирський військовий інститут радіоелектроніки ім. С.П. Корольова

ОСНОВНІ ВЛАСТИВОСТІ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ ДЛЯ МАТРИЧНИХ ОПЕРАЦІЙ

Розроблено основні властивості диференціальнихних перетворень для операцій над матрицями. Наведено приклади використання запропонованих виразів для розрахунку матриць модельних функцій радіотехнічних систем.

У ряді практичних задач теорії радіолокації, електротехніки, теорії фільтрації зустрічається необхідність розв'язання нелінійних диференціальнихних матричних рівнянь, розв'язок яких не може бути отримано в аналітичній формі [1, 2]. Традиційно розв'язок таких рівнянь отримують за допомогою приблизних методів, що мають обмежену точність кінцевого результату і потребують значного обсягу обчислень [3]. Більш якісне розв'язання нелінійних задач може бути отримане за допомогою математичного апарата диференціальних перетворень академіка Пухова Г.Є. [4]. Математичний апарат диференціальних перетворень належить до класу операційних методів і дозволяє точно моделювати складні нелінійні та нестаціонарні рівняння алгебраїчними виразами в області зображень [5].

Основними операціями математичного апарата є пряме та зворотне перетворення, які встановлюють зв'язок між оригіналом і зображенням (1, 2), для розрахунку матриць модель-них функцій радіотехнічних систем.

$$X(k) = \frac{H^k}{k!}\left[\frac{d^k x(t)}{dt^k}\right]_{t=0}, \tag{1}$$

$$x(t) = \sum_{k=0}^{k=\infty}\left(\frac{t}{H}\right)^k X(k), \tag{2}$$

де $X(k)$ – дискретний диференціальний спектр функції $x(t)$, яка задовольняє вимоги безперервності разом зі своїми похідними на відрізку від $t=0$ до $t=H$ і може бути подана рядом Тейлора; $k=0,1,2,3...$ – номери дискрет диференціального спектра; H – параметр перетворення.

З базових виразів (1) і (2), академіком Пуховим Г.Є. було отримано відповідність оригіналу і спектра низки типових залежностей, встановлені правила застосування основних математичних операцій над спектрами, які викладені у формі властивостей диференціальних перетворень [4, 5]. Введені правила розширили можливості апарата диференціальних перетворень. Однак всі властивості записані для скалярних величин і не можуть бути використані у явному вигляді для роботи з матричними обчисленнями.

У запропонованій статті проведено узагальнення основних властивостей диференціальних перетворень для відповідних операцій над матрицями з метою поліпшення процесу автоматизації розрахунків з матричними виразами.

Відповідно до виразу (1) отримання зображення будь-якої функції потребує послідовного розрахунку похідних оригіналу $x(t)$ при значенні $t=0$. З іншого боку, похідна $\dfrac{d^\nu A(t)}{dt^\nu}$ (ν – порядок похідної) матриці A розміром $[g \times m]$ за скалярним аргументом t є матриця того ж розміру, що складається з похідних елементів початкової матриці [6]. Тобто можна записати:

$$B(t) = \frac{d^\nu}{dt^\nu}A(t) \Rightarrow b(t)_{ij} = \frac{d^\nu}{dt^\nu}a(t)_{ij}, (i=1...g,\ j=1...m). \tag{3}$$

На підставі (3) пряме та зворотне диференціальне перетворення для матриць можна записати у вигляді:

$$\underline{A}(k) = \frac{H^k}{k!}\left[\frac{d^k \underline{a}(t)}{dt^k}\right]_{t=0} \Rightarrow A_{ij}(k) = \frac{H^k}{k!}\left[\frac{d^k a_{ij}(t)}{dt^k}\right]_{t=0}, \tag{4}$$

$$\underline{a}(t) = \sum_{k=0}^{k=\infty}\left(\frac{t}{H}\right)^k \underline{A}(k) \Rightarrow a_{ij}(t) = \sum_{k=0}^{k=\infty}\left(\frac{t}{H}\right)^k A_{ij}(k), \tag{5}$$

де $\underline{a}(t), \underline{A}(k)$ – відповідно оригінал і зображення матриці A; $a_{ij}(t), A_{ij}(k)$ – оригінал і зображення елементів матриці A; індекси $i=1...g$, $j=1...m$ характеризують відповідно кількість рядків і стовпчиків матриць.

Таким чином, *диференціальний спектр матриці* являє собою сукупність *диференціальних спектрів її елементів* (4, 5). Для формування властивостей диференціальних перетворень матриць слід застосувати правило відповідності операцій в області оригіналу і зображень, а також врахувати властивості перетворень скалярів [4] і правила проведення матричних операцій [6].

Властивості диференціальних перетворень матриць

1. При множенні оригіналу матриці $\underline{a}(t)$ на деяку сталу C зображення $\underline{A}(k)$ теж помножується на сталу, тобто:

$$\underline{a}(t)C \div \underline{A}(k)C \Rightarrow a_{ij}(t)C \div A_{ij}(k)C \,, \tag{6}$$

при цьому завжди $\underline{A}(k)C = C\,\underline{A}(k)$.

2. Алгебраїчній сумі оригіналів матриць відповідає алгебраїчна сума їх зображень (Р – сума матриць), а саме:

$$\underline{a}(t) \pm \underline{b}(t) \div \underline{A}(k) \pm \underline{B}(k) \Rightarrow a_{ij}(t) \pm b_{ij}(t) \div A_{ij}(k) \pm B_{ij}(k)\,. \tag{7}$$

Для алгебраїчної суми зображень справедливе рівняння: $\underline{A}(k) \pm \underline{B}(k) = \underline{B}(k) \pm \underline{A}(k)$.

3. Операції множення оригіналів матриць відповідає алгебраїчна згортка зображень відповідних елементів матриць:

$$\begin{gathered} \underline{a}(t)\underline{b}(t) \div \underline{A}(k) \otimes \underline{B}(k) = \underline{C}(k), \;\; 0 \le k \le n, \\ \underline{C}(k) \Rightarrow C_{ij}(k) = \sum_{s=1}^{s=m} \sum_{l=0}^{l=k} A_{is}(k-l) B_{sj}(l), \;\; i = 1 \ldots g, \;\; j = 1 \ldots \xi. \end{gathered} \tag{8}$$

Тут знак $\otimes$ означає операцію множення зображень матриць $\underline{A}(k), \underline{B}(k)$ розміром відповідно $[g \times m], [m \times \xi]$ (Р – множення матриць). При застосуванні виразу (8) треба враховувати, що $\underline{A}(k) \otimes \underline{B}(k) \ne \underline{B}(k) \otimes \underline{A}(k)$.

4. Зображення похідних порядку v матриці $\underline{a}(t)$ за скалярним аргументом t (Р – похідна матриць, що позначається символом $\underline{Д}^{v}$) визначаються відповідно до виразу:

$$\begin{gathered} \frac{d^{v} \underline{a}(t)}{dt^{v}} \div \underline{Д}^{v} \underline{A}(k), \;\; 0 \le k \le n - v, \\ \underline{Д}^{v} \underline{A}(k) \Rightarrow Д^{v} A_{ij}(k) = \frac{(k+v)!}{k!\,H^{v}} A_{ij}(k+v), \;\; i = 1 \ldots g, \, j = 1 \ldots m. \end{gathered} \tag{9}$$

5. Зображення інтегралу матриці $\underline{a}(t)$ рорзміром $[g \times m]$ за скалярним аргументом t (Р – інтеграл матриць, що позначено символом $\underline{\int}$) визначається таким чином:

$$\begin{gathered} \int \underline{a}(t)dt \div \underline{\int} \underline{A}(k), \;\; 0 \le k \le n, \\ \underline{\int} \underline{A}(k) \Rightarrow \int A_{ij}(k) = \frac{H}{k} A_{ij}(k-1) + C\delta(k), \;\; i = 1 \ldots g, \, j = 1 \ldots m, \end{gathered} \tag{10}$$

де C – невизначена стала.

6. Важливою операцією при проведенні матричних обчислень є процедура знаходження оберненої матриці. Операцію одержання зображення оберненої матриці називатимемо Р-обертанням і позначатимемо символом $\underline{-1}$. Отримання зображення оберненої матриці $\underline{S}^{-1}(k)$ від оригіналу $\underline{s}(t)$ здійснюється за декілька етапів.

Методика отримання Р-обертання матриці полягає в такому.

6.1. Знайти зображення $\underline{S}(k)$ початкової матриці $\underline{s}(t)$ згідно з вираом (4);

6.2. Замінити елементи матриці $\underline{S}(k)$ її алгебраїчними доповненнями відповідно до співвідношення:

$$\begin{gathered} \underline{S}(k) \Rightarrow \underline{A}(k), \;\; 0 \le k \le n, \\ \underline{A}(k) \Rightarrow A_{ij}(k) = (-\delta(0))^{i+j} D_{ij}(k), \;\; i = 1 \ldots g, \, j = 1 \ldots m, \end{gathered} \tag{11}$$

де $\delta(0)$ – тейлорівська одиниця [4], така, що:

$$\delta(k) = \begin{cases} 1, \, при \; k = 0 \\ 0, \, при \; k \ge 0 \end{cases};$$

$D_{ij}(k)$ – детермінант матриці, що утворений шляхом викреслення i-го рядка та j-го стовпчика матриці $\underline{S}(k)$. Значення $D_{ij}(k)$ може бути визначено за виразом (12).

6.3. Визначити детермінант матриці $\underline{S}(k)$ за виразом:

$$D_{\underline{S}}(k)=\sum_{i=1}^{i=m}\sum_{l=0}^{l=k}A_{1i}(k-l)S_{1i}(l), \tag{12}$$

де $A_{1i}(k-l)$ елементи першого рядка матриці алгебраїчних доповнень (6.2); $S_{1i}(l)$ – елементи першого рядка початкової матриці.

6.4. Розрахувати обернену матрицю $\underline{S}^{-1}(k)$ як співвідношення:

$$\underline{S}^{-1}(k)\Rightarrow S_{ij}^{-1}(k)=\frac{\underline{A}_{ij}^{T}(k)}{D_{\underline{S}}(k)}=\frac{A_{ij}^{T}(k)-\sum\limits_{l=f+1}^{l=k}S_{ij}^{-1}(k-l)D_{\underline{S}}(l)}{D_{\underline{S}}(f)}, \tag{13}$$

$i=1...g,\ j=1...m,$

де $A_{ij}^{T}(k)$ – елементи транспонованої матриці $\underline{A}(k)$; f – номер першої ненульової дискрети знаменника.

Приклади застосування властивостей диференціальних перетворень матриць

1. Диференціальне перетворення матриць.

Нехай матриця екстраполяції координат літального об'єкта має вигляд:

$$\underline{f}(t)=\begin{vmatrix}0 & 1\\ t & t^2\end{vmatrix}, \tag{14}$$

слід визначити диференціальний спектр матриці.

Згідно з виразом (4) розраховуємо диференціальний спектр для кожного елемента оригіналу матриці $\underline{f}(t)$:

$\underline{f_{11}(t)=0}$.

$F_{11}(0)=0,\ \ F_{11}(k=1...n)=0$.

$\underline{f_{12}(t)=1}$.

$F_{12}(0)=\delta(k),\ \ F_{12}(1)=0,\ \ F_{12}(k>0)=0$.

$\underline{f_{21}(t)=t}$.

$F_{21}(0)=0,\ \ F_{21}(1)=H,\ \ F_{21}(k>1)=0$.

$\underline{f_{22}(t)=t^2}$.

$F_{22}(0)=0,\ \ F_{22}(1)=0,\ \ F_{12}(2)=H^2,\ \ F_{21}(k>2)=0$.

Більш зручно записувати диференціальний спектр матриці у вигляді таблиці дискрет диференціального спектра.

Таблиця 1

k	0	1	2	3
$F_{11}(k)$	0	0	0	0
$F_{12}(k)$	$\delta(0)$	0	0	0
$F_{21}(k)$	0	H	0	0
$F_{22}(k)$	0	0	H^2	0

Графіки зображення $F(t)$ й оригіналу $f(t)$ елементів відповідних матриць можна подати у вигляді рис. 1.

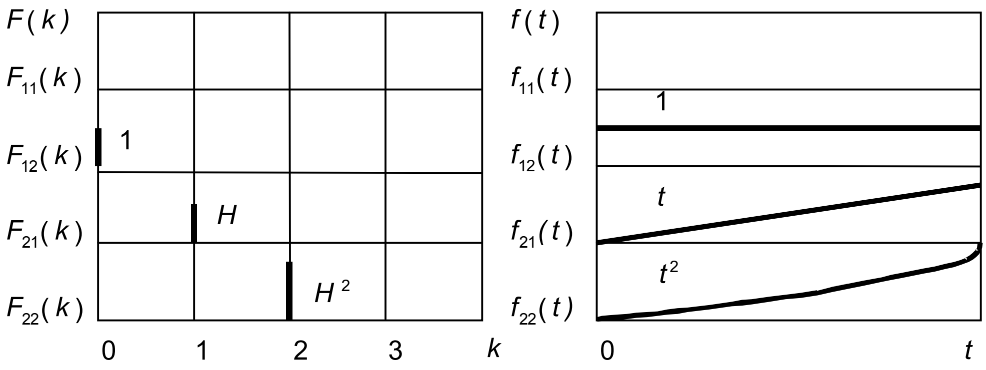

Рис. 1.

<u>2. Операція множення матриць в області зображень.</u>

Визначити значення квадрата матриці $\underline{f}(t)$ в області зображень.

$$\underline{f}^2(t) = \underline{f}(t)\underline{f}(t) \div \underline{F}^2(k) = \underline{F}(t) \otimes \underline{F}(k),$$

Зображення квадрата заданої матриці розраховуватимемо поелементно згідно з виразом (8), враховуючи, що $m = g = \xi = 2$, тоді:

$$F_{ij}^2(k) = \sum_{s=1}^{s=2}\sum_{l=0}^{l=k} F_{is}(k-l)F_{sj}(l), \;\; i = 1...2, \;\; j = 1...2. \tag{15}$$

На підставі виразу (15), використовуючи значення дискрет диференціального спектра матриці $\underline{F}(k)$ (табл. 1), для кожного елемента матриці $\underline{F}^2(k)$ можна записати таке:

$$\underline{i = 1, \, j = 1;} \;\; F^2{}_{11}(k) = \sum_{s=1}^{s=2}\sum_{l=0}^{l=k} F_{1s}(k-l)F_{s1}(l);$$

$$\underline{k = 0;}$$

$$F_{11}^2(0) = \{F_{11}(0)F_{11}(0)\} + \{F_{12}(0)F_{21}(0)\} = \{0\} + \{\delta(0)0\} = 0;$$

$$\underline{k = 1;}$$

$$F_{11}^2(1) = \{F_{11}(1)F_{11}(0) + F_{11}(0)F_{11}(1)\} +$$
$$+ \{F_{12}(1)F_{21}(0) + F_{12}(0)F_{21}(1)\} = \{0 + 0\} + \{0 + \delta(0)H\} = H;$$

$$\underline{k = 2;}$$

$$F_{11}^2(2) = \{F_{11}(2)F_{11}(0) + F_{11}(1)F_{11}(1) + F_{11}(0)F_{11}(2)\} +$$
$$+ \{F_{12}(2)F_{21}(0) + F_{12}(1)F_{21}(1) + F_{12}(0)F_{21}(2)\} =$$
$$= \{0 + 0 + 0\} + \{0 + 0H + \delta(0)0\} = 0.$$

Дискрети решти елементів матриці $\underline{F}^2(k)$ розраховуються аналогічним чином. Неважко перевірити, що $F_{ij}^2(k > 5) = 0, i = 1...2, \, j = 1...2$. Тому таблиця дискрет диференціального спектра результуючої матриці матиме вигляд:

Таблиця 2

k	0	1	2	3	4
$F_{11}(k)$	0	H	0	0	0
$F_{12}(k)$	0	0	H^2	0	0
$F_{21}(k)$	0	0	0	H^3	0
$F_{22}(k)$	0	H	0	0	H^4

На підставі (5) і даних табл. 2 зворотне перетворення матриці $\underline{F}^2(k)$ реалізується таким чином:

$$f_{11}^2(t) = \left(\frac{t}{H}\right)^0 0 + \left(\frac{t}{H}\right)^1 H = t;$$

$$f_{12}^2(t)=\left(\frac{t}{H}\right)^0 0+\left(\frac{t}{H}\right)^1 0+\left(\frac{t}{H}\right)^2 H^2=t^2;$$

$$f_{21}^2(t)=\left(\frac{t}{H}\right)^0 0+\left(\frac{t}{H}\right)^1 0+\left(\frac{t}{H}\right)^2 0+\left(\frac{t}{H}\right)^3 H^3=t^3;$$

$$f_{22}^2(t)=\left(\frac{t}{H}\right)^0 0+\left(\frac{t}{H}\right)^1 H+\left(\frac{t}{H}\right)^2 0+\left(\frac{t}{H}\right)^3 0+\left(\frac{t}{H}\right)^4 H^4=t+t^4.$$

Відповідно до поданих розрахунків результуючий добуток матриць в області оригіналу матиме вигляд:

$$\underline{f}(t)=\begin{vmatrix} t & t^2 \\ t^3 & t+t^4 \end{vmatrix}.$$

3. <u>Р-обертання матриці.</u>

Здійснити Р-обертання матриці:

$$\underline{s}(t)=\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 5 & t^2 \end{vmatrix},$$

1. Згідно з виразом (4) визначається диференціальний спектр початкової матриці.

Таблиця 3

k	0	1	2	3
$S_{11}(k)$	0	0	0	0
$S_{12}(k)$	$\delta(0)$	0	0	0
$S_{21}(k)$	$5\delta(0)$	0	0	0
$S_{22}(k)$	0	0	H^2	0

Неважко побачити, що $S_{ij}(k>2)=0,\ i=1...g,\ j=1...m$.

2. Замінимо елементи матриці $\underline{S}(k)$ їх алгебраїчними доповненнями згідно з виразом (11), тобто сформуємо матрицю $\underline{A}(k)$.

$\underline{A_{11}(k)},$

$k=0: A_{11}(0)=(-\delta(0))^2 S_{22}(0)=\delta(0)0=0,$

$k=1: A_{11}(1)=(-\delta(0))^2 S_{22}(1)=\delta(0)0=0,$

$k=2: A_{11}(2)=(-\delta(0))^2 S_{22}(2)=\delta(0)H^2=0,$

$k=3: A_{11}(3)=(-\delta(0))^2 S_{22}(3)=\delta(0)0=0,$

$A_{11}(k>2)=0.$

Продовжуючи аналогічні обчислення, остаточно матрицю алгебраїчних доповнень отримаємо у вигляді табл. 4.

Таблиця 4

k	0	1	2	3
$A_{11}(k)$	0	0	H^2	0
$A_{12}(k)$	$-5\delta(0)$	0	0	0
$A_{21}(k)$	$-\delta(0)$	0	0	0
$A_{22}(k)$	0	0	0	0

3. Для визначення детермінанта початкової матриці використовуємо вир. 12.

$\underline{k=0};$

$D_{\underline{S}}(0)=\{A_{11}(0)S_{11}(0)\}+\{A_{12}(0)S_{21}(0)\}=\{0\}+\{-5\delta(0)\delta(0)\}=$

$=-5\delta(0);$

$\underline{k=1};$

$D_{\underline{S}}(1)=\{A_{11}(1)S_{11}(0)+A_{11}(0)S_{11}(1)\}+$

$+\{A_{12}(1)S_{21}(0)+A_{12}(0)S_{21}(1)\}=\{0+0\}+\{0\delta(0)-5\delta(0)0\}=0;$

$D_{\underline{S}}(k > 0) = 0$.

4. Враховуючи, що диференціальний спектр транспонованої матриці алгебраїчних доповнень $\underline{A}^T(k)$ матиме вигляд (табл. 5).

Таблиця 5

k	0	1	2	3
$A_{11}(k)$	0	0	H^2	0
$A_{12}(k)$	$-5\delta(0)$	0	0	0
$A_{21}(k)$	$-\delta(0)$	0	0	0
$A_{22}(k)$	0	0	0	0

Приймаючи у виразі (13) $f = 0$, можна записати:

$$S_{ij}^{-1}(k) = \frac{A_{ij}^T(k) - \sum_{l=1}^{l=k} S_{ij}^{-1}(k-l) D_{\underline{S}}(l)}{D_{\underline{S}}(0)}, \tag{16}$$

$$\underline{k=0}, S_{11}^{-1}(0) = \frac{A_{11}^T(0)}{D_{\underline{S}}(0)} = \frac{0}{-5\delta(0)},$$

$$\underline{k=1}, S_{11}^{-1}(1) = \frac{A_{11}^T(1) - S_{11}^{-1}(0) D_{\underline{S}}(1)}{D_{\underline{S}}(0)} = \frac{H^2 - \{0+0\}}{-5\delta(0)} = -\frac{H^2}{-5\delta(0)},$$

$$S_{11}^{-1}(k > 2) = 0.$$

Аналогічні розрахунки для решти елементів оберненої матриці згідно з (16) дозволяють отримати диференціальний спектр у вигляді табл. 6.

Таблиця 6

k	0	1	2	3
$S_{11}^{-1}(k)$	0	0	$-\dfrac{H^2}{5\delta(0)}$	0
$S_{12}^{-1}(k)$	$\dfrac{1}{5\delta(0)}$	0	0	0
$S_{21}^{-1}(k)$	$\delta(0)$	0	0	0
$S_{22}^{-1}(k)$	0	0	0	0

5. Перевірка правильності розрахунку оберненої матриці.

Добутком початкової і оберненої матриці є одинична матриця, що є ознакою правильного проведення операції обертання [6], тобто:

$$\underline{s}(t)\underline{s}^{-1}(t) = \underline{i}(t) \div \underline{S}(k) \otimes \underline{S}^{-1}(k) = \underline{L}(k) = \underline{I}(k), \tag{17}$$

де $\underline{i}(t), \underline{I}(k)$ відповідно оригінал і зображення одиничної матриці.

Виходячи із виразу (8) і даних табл. 3, табл. 6, можна записати:

$$\underline{S}(k) \otimes \underline{S}^{-1}(k) = \underline{L}(k) \Rightarrow L_{ij}(k) = \sum_{l=1}^{l=k} S_{ij}(k-l) S_{ij}^{-1}(l),$$

$$\underline{k=0}, L_{11}(0) = \left\{ S_{11}(0) S_{11}^{-1}(0) \right\} + \left\{ S_{12}(0) S_{21}^{-1}(0) \right\} =$$

$$= \{0\} + \{\delta(0)\delta(0)\} = \delta(0),$$

$$\underline{k=1}, L_{11}(0) = \left\{ S_{11}(1) S_{11}^{-1}(0) + S_{11}(0) S_{11}^{-1}(1) \right\} +$$

$$+ \left\{ S_{12}(1) S_{21}^{-1}(0) + S_{12}(0) S_{21}^{-1}(1) \right\} = \{0+0\} + \{0\delta(0) + \delta(0)0\} = 0,$$

$$L_{11}(k > 0) = 0.$$

Продовжуючи обчислення, можна довести, що $\underline{L}(k) = \underline{I}(k)$, тобто обернена матриця $\underline{S}^{-1}(k)$ визначена правильно.

Таким чином, наведені приклади використання запропонованих властивостей диференціальних перетворень матриць свідчать про їх працездатність і можливість використання для автоматизації матричних розрахунків з використанням математичного апарата диференціальних перетворень.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Водоп'ян С.В.*, *П'ясковський Д.В.*, *Умінський В.В.* Моделювання фільтра Калмана на основі диференційних перетворень // Вісник ЖІТІ. – 2001. – № 18 / Технічні науки. – С. 86–89.
2. Радиотехнические системы: основы построения и теория. Справочник / Под ред. Я.Д. Ширмана. – М.: ЗАО «Маквис», 1998. – 828 с.
3. *Крилов В.И.*, *Бобков В.В.*, *Монастырский П.И.* Вычислительные методы. – Том 1. – М.: Наука, 1976. – 304 с.
4. *Пухов Г.Е.* Дифференциальные преобразования и математическое моделирование физических процессов. – К.: Наук. думка, 1986. – 159 с.
5. *Пухов Г.Е.* Дифференциальный анализ электрических цепей. – К.: Наук. думка, 1982. – 496 с.
6. *Беллман Р.* Введение в теорию матриц: Пер. с англ / Под ред. В.Б. Лидского. – М.: Наука, 1976. – 352 с.

КОВБАСЮК Сергій Валентинович – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, начальник науково-дослідного відділу Житомирського військового інституту радіоелектроніки ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:
– розробка та дослідження радіоелектронних інформаційних систем космічної інфраструктури.

ПИСАРЧУК Олексій Олександрович – кандидат технічних наук, викладач Житомирського військового інституту радіоелектроніки ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:
– методи обробка експериментальних даних;
– радіотехнічні системи моніторингу космічного простору.

Подано 26.06.2002

Ковбасюк С.В., Писарчук О.О. Основні властивості диференціальних перетворень для матричних операцій

Ковбасюк С.В., Писарчук А.А. Основные свойства диференциальних преобразований для матричных операций

Kovbasyuk S.V., Pisarchuk A.A. The main properties differential transformation for matrix operations

УДК 519.95 – 621.3.01

Основные свойства диференциальних преобразований для матричных операций / С.В. Ковбасюк, А.А. Писарчук

Разработаны основные свойства дифференциальных преобразований для операций над матрицами. Приведены примеры использования предложенных выражений.

УДК 519.95 – 621.3.01

The main properties differential transformation for matrix operations / S.V. Kovbasyuk, A.A. Pisarchuk

There is considered main properties differential transformations for matrix operethins. The calculations results are presented in this paper