

УДК 623.4.011

М.В. Коваленко, д.т.н., проф.

М.М. Проценко, ад'юнк

*Житомирський військовий інститут радіоелектроніки ім. С.П. Корольова*

### АЛГОРИТМИ ОДНОКАНАЛЬНОЇ ЦИФРОВОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ СЕЙСМІЧНИХ СИГНАЛІВ

*Проведено аналіз алгоритмів цифрової фільтрації; показано, що фільтрації в часовій і частотній областях еквівалентні. Вибір того чи іншого варіанта розрахунків визначається економічними чинниками. Показано, що використання алгоритмів швидкого перетворення Фур'є та Вейвлет робить розрахунки в частотній області більш економічними, ніж у часі, особливо для великих масивів чисел, характерних для задач обробки сейсмічних даних.*

У рамках Програми функціонування і розвитку національної системи сейсмічних спостережень та підвищення безпеки проживання населення у сейсмонезбезпечних регіонах [1], затвердженої постановою Кабінету Міністрів України від 28 червня 1997 р. № 699, проходить модернізація системи сейсмічного групування і заміна застарілої апаратури сучасними уніфікованими, автоматизованими цифровими засобами. Перехід на цифрову реєстрацію потребує подальшої розробки та удосконалення математичного забезпечення цифрової обробки з метою створення ефективніших алгоритмів, що включають елементи самонастроювання і самоуправління, які забезпечують максимальну продуктивність обробки за допомогою скорочення ручних операцій, автоматичного виявлення похибок, задання параметрів обробки.

Цифрова обробка сейсмічних даних поділяється на декілька етапів:

- перший – фільтрація та підсилення вхідного сигналу;
- другий – своєчасне встановлення факту виникнення сейсмічного явища, виділення сигналів, їх ідентифікація, точне визначення часу вступу та параметрів сигналів, подання донесень в установлені терміни.

Основною задачею цифрової обробки сейсмічних даних є покращення відношення сигнал/перешкода. Виділення сейсмічних сигналів ускладнюється наявністю мікросейсмічних коливань (мікросейсмів) природного та промислового походження, які створюють шумовий фон. Причому інтенсивність мікросейсмів змінюється протягом доби. Тому обробка являє собою різні перетворення, що мають на меті посилення тих складових, які несуть корисну інформацію, й ослаблення усіх факторів, що заважають виділенню корисних сигналів. Усі інші операції обробки тільки сприяють вирішенню цієї головної задачі. Тому виникає необхідність у розробці алгоритмів цифрової фільтрації.

Проблема цифрової фільтрації має два основних аспекти: по-перше, вибір фільтра і розрахунок його оператора; по-друге, здійснення самого процесу фільтрації, тобто перетворення вхідного сигналу у вихідний за допомогою знайденого оператора фільтра. При цьому, якщо перший етап у корені різний для всіх видів фільтрації, то другий є однаковим. Тому алгоритм власно фільтрації – обчислення вихідного сигналу за заданим вхідним сигналом і фільтром – доцільно розглянути окремо, незалежно від способів розрахунку параметрів фільтра.

#### Фільтрація в часовій області

**Алгоритм згортки.** Для дискретно заданих через рівні інтервали часу  $\Delta t$  вхідного сигналу  $y_k = y_0, y_1, \dots, y_N$  і оператора фільтра  $l_k = l_0, l_1, \dots, l_m$  згортка описується формулою [2]:

$$\tilde{y}_i = \sum_{k=1}^M l_k y_{i-k}. \quad (1)$$

Якщо оператор фільтра є симетричним відносно  $k = 0$ , тобто  $l_1 = l_1; l_{-2} = l_2; \dots; l_m = l_m; 2m + 1 = M$ , то замість (2) маємо:

$$\tilde{y}_i = \sum_{k=i-m}^{i+m} l_k y_{i-k} \tag{2}$$

Розглянемо роботу алгоритму (2) на прикладі. Нехай вхідний сигнал заданий п'ятьма ординатами:  $y_0, y_1, y_2, y_3, y_4$ , а оператор фільтра – трьома:  $l_0, l_1, l_2$ .

Тоді згідно з (2) ми отримаємо такі відмінні від нуля значення вихідного сигналу:

$$\begin{aligned} \tilde{y}_0 &= l_0 y_0, \\ \tilde{y}_1 &= l_0 y_1 + l_1 y_0, \\ \tilde{y}_2 &= l_0 y_2 + l_1 y_1 + l_2 y_0, \\ \tilde{y}_3 &= l_0 y_3 + l_1 y_2 + l_2 y_1, \\ \tilde{y}_4 &= l_0 y_4 + l_1 y_3 + l_2 y_2, \\ \tilde{y}_5 &= l_1 y_4 + l_2 y_3, \\ \tilde{y}_6 &= l_2 y_4. \end{aligned}$$

На рис. 1 для цього ж прикладу графічно показано взаємодію вхідного сигналу й оператора при виконанні згортки. Оскільки у формулі (2) аргумент  $k$  у позначеннях  $l_k$  і  $y_{i-k}$  фігурує з різними знаками, оператор фільтра при згортці повинний бути "перевернутий" (рис. 1). Це відрізняє алгоритм згортки від функції взаємної кореляції двох процесів, коли жоден з них не "перевертається". Зі зміною аргументу (часу) оператор фільтра "рухається" зліва направо уздовж сигналу. Для кожного значення відбувається попарне перемножування, дискрет сигналу й оператора; сума цих добутків дає значення вихідного сигналу для даного  $i$ . Процес продовжується доти, поки оператор фільтра не переміститься уздовж усього вхідного сигналу. Число вихідних амплітуд дорівнює  $M + N - 1$ . Звичайно, при обробці сейсмічних матеріалів бажано зберігати довжину вихідного сигналу рівною довжині вхідного.

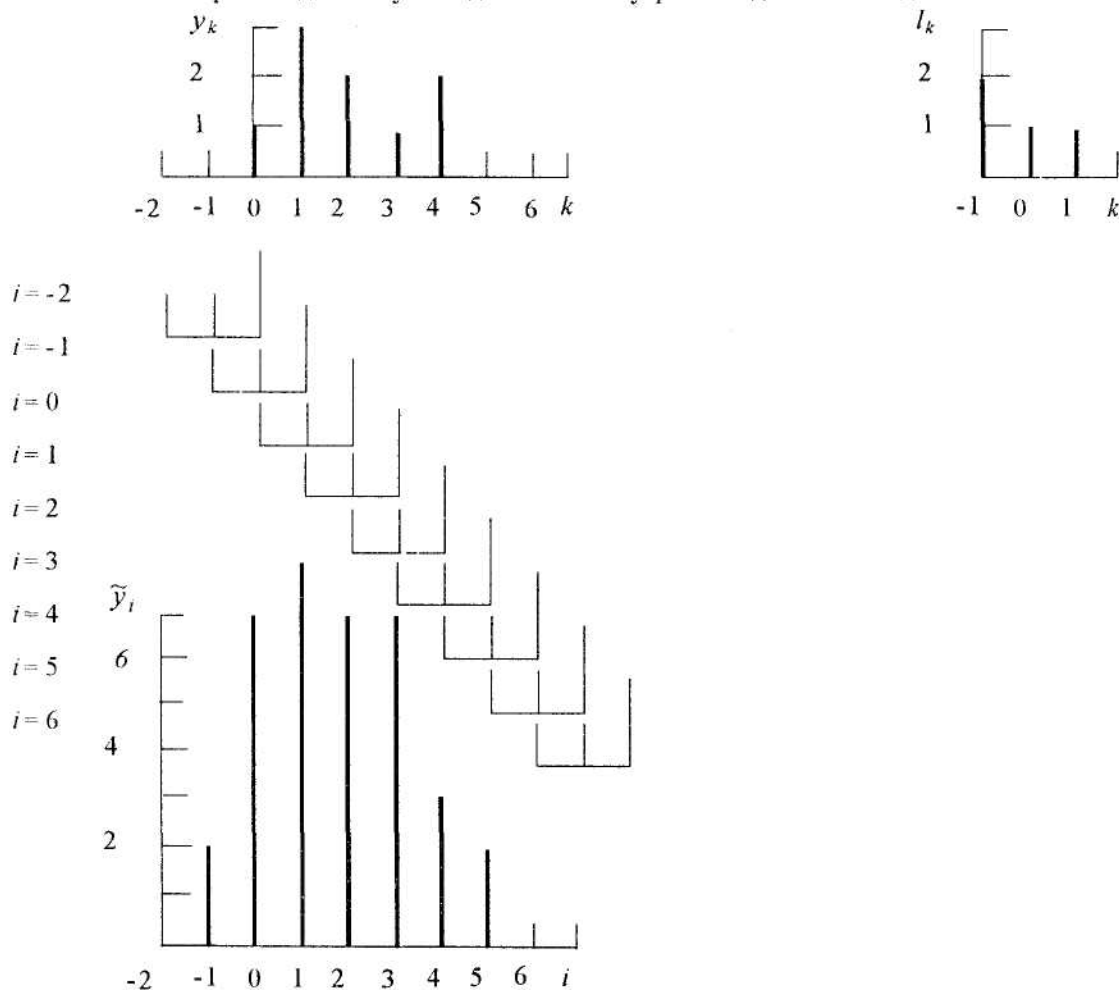


Рис. 1. Графічне зображення згортки

У таких випадках перші й останні  $m$  крапок відкидаються. Виконання фільтрації за алгоритмом згортки вимагає  $MN$  додавань і  $MN$  множень.

Алгоритм згортки, представлений виразами (1) чи (2), є основним алгоритмом практичного здійснення цифрової фільтрації.

**Z-перетворення.** Дуже зручним для аналізу алгоритмів фільтрації є уявлення дискретних функцій у вигляді  $z$ -трансформант. Якщо є дискретна функція  $x_t = x_0, x_1, \dots, x_k, \dots$ , то її комплексний спектр  $X_\omega$  може бути записаний у вигляді виразу [3]

$$X_\omega = x_0 + x_1 e^{-i\omega\Delta t} + x_2 e^{-2i\omega\Delta t} + \dots + x_k e^{-ki\omega\Delta t} + \dots \quad (3)$$

Підстановкою  $z = e^{-i\omega\Delta t}$ , де  $z$  виражає затримку якого-небудь значення сигналу на один інтервал дискретної шкали часу, одержуємо  $z$ -перетворення  $x(z)$  функції  $x_t$ :

$$x(z) = x_0 + x_1 z + x_2 z^2 + \dots + x_k z^k + \dots \quad (4)$$

Оскільки  $z$ -перетворення еквівалентне одному з уявлень спектра функції, операції з  $z$ -перетвореннями аналогічні операціям зі спектрами. Процес фільтрації, що описується в частотному уявленні добутком спектрів вхідного сигналу й оператора фільтра, у термінах  $z$ -перетворень виражається як добуток  $z$ -трансформант вхідного сигналу  $y(z)$  і фільтра  $l(z)$ :

$$\tilde{y}(z) = y(z) \cdot l(z) \quad (5)$$

Оскільки  $z$ -уявлення тимчасової послідовності  $x_0, x_1, \dots$  є поліномом (4), обчислювальним процесом, що відповідає фільтрації в області  $z$ -представлень, є перемножування поліномів.

Тому для розглянутого прикладу маємо:

$$y(z) = y_0 + y_1 z + y_2 z^2 + y_3 z^3 + y_4 z^4,$$

$$l(z) = l_0 + l_1 z + l_2 z^2,$$

$$\begin{aligned} \tilde{y}(z) &= (y_0 + y_1 z + y_2 z^2 + y_3 z^3 + y_4 z^4)(l_0 + l_1 z + l_2 z^2) = y_0 l_0 + y_0 l_1 z + y_0 l_2 z^2 + y_1 l_0 z + \\ &+ y_1 l_1 z^2 + y_1 l_2 z^3 + y_2 l_0 z^2 + y_2 l_1 z^3 + y_2 l_2 z^4 + y_3 l_0 z^3 + y_3 l_1 z^4 + y_3 l_2 z^5 + y_4 l_0 z^4 + y_4 l_1 z^5 + y_4 l_2 z^6. \end{aligned}$$

Поєднуючи члени з однаковим ступенем  $z$ , тобто з однаковою затримкою в часі, одержуємо:

$$\begin{aligned} \tilde{y}(z) &= y_0 + y_1 z + y_2 z^2 + y_3 z^3 + \dots + y_6 z^6 = y_0 l_0 + (y_0 l_1 + y_1 l_0)z + \\ &+ (y_0 l_2 + y_1 l_1 + y_2 l_0)z^2 + \dots + y_4 l_2 z^6. \end{aligned}$$

Зіставляючи члени з однаковим ступенем  $z$  по обидві сторони рівності, бачимо, що

$$\tilde{y}_0 = y_0 l_0,$$

$$\tilde{y}_1 = y_1 l_0 + y_0 l_1,$$

$$\dots$$

$$\tilde{y}_6 = l_2 y_4.$$

Тобто одержуємо ті ж самі значення, що і при обчисленні за формулою згортки.  $Z$ -перетворення використовується як зручна форма опису дискретних тимчасових рядів  $y_k$  чи виду  $l_k$ , але для практичного здійснення фільтрації воно застосовується рідко.

**Рекурсивна фільтрація.** Припустимо, що деякий фільтр

$$l(z) = l_0 + l_1 z + l_2 z^2 + \dots + l_p z^p \quad (6)$$

може бути записано у вигляді:

$$l(z) = \frac{a(z)}{b(z)} = \frac{a^0 + a_1 z + a_2 z^2 + \dots + a_n z^n}{b^0 + b_1 z + b_2 z^2 + \dots + b_m z^m} \quad (7)$$

Тоді формула фільтрації (6) набуде вигляду:

$$\tilde{y}(z) = y(z) \frac{a(z)}{b(z)} \quad (8)$$

або

$$\tilde{y}(z)b(z) = y(z)a(z) \quad (9)$$

Перейдемо до тимчасових уявлень, замінивши добуток  $z$ -трансформант згорткою відповідних тимчасових рядів:

$$\tilde{y} * b = y * a.$$

Здійснимо перетворення, що відповідають цій формулі, на конкретному прикладі. Виберемо:

$$a(z) = a_0 + a_1 z^{-1},$$

$$\tilde{y}^* b = y^* a.$$

Діючи так, як показано на рис. 1, одержимо:

$$\begin{aligned} \tilde{y}_0 &= y_0 a_0, \\ \tilde{y}_0 b_1 + \tilde{y}_1 &= y_0 a_1 + y_1 a_0, \\ \tilde{y}_0 b_2 + \tilde{y}_1 b_1 + \tilde{y}_2 &= y_0 a_2 + y_1 a_1 + y_2 a_0, \\ \tilde{y}_1 b_2 + \tilde{y}_2 b_1 + \tilde{y}_3 &= y_1 a_2 + y_2 a_1 + y_3 a_0, \\ &\dots \dots \dots \end{aligned} \tag{10}$$

Ми бачимо, що шукану послідовність на виході фільтра можна знайти з рівнянь (10):

$$\begin{aligned} \tilde{y}_0 &= y_0 a_0, \\ \tilde{y}_1 &= y_0 a_1 + y_1 a_0 - \tilde{y}_0 b_1, \\ \tilde{y}_2 &= y_0 a_2 + y_1 a_1 + y_2 a_0 - (\tilde{y}_0 b_2 + \tilde{y}_1 b_1), \\ \tilde{y}_3 &= y_1 a_2 + y_2 a_1 + y_3 a_0 - (\tilde{y}_1 b_2 + \tilde{y}_2 b_1), \\ &\dots \dots \dots \\ \tilde{y}_k &= y_{k-2} a_2 + y_{k-1} a_1 + y_k a_0 - (\tilde{y}_{k-2} b_2 + \tilde{y}_{k-1} b_1). \end{aligned} \tag{11}$$

Чи в загальному вигляді:

$$\tilde{y}_k = \sum_{i=0}^n a_i y_{k-i} - \sum_{j=1}^m b_j \tilde{y}_{k-j}. \tag{12}$$

Процес одержання послідовності за допомогою (13) і є рекурсивною фільтрацією. З (11, 12) видно, що черговий відлік вихідного сигналу при рекурсивній фільтрації виходить шляхом згортки вхідного сигналу з оператором  $a_1, a_2, \dots, a_n$ , а за винятком згортки попередніх дискрет вихідного сигналу з оператором  $b_1, b_2, \dots, b_m$ . Використання попередніх дискрет вхідного сигналу і пояснює назву "рекурсивна фільтрація".

**Фільтрація в області частот**

**Фур'є-перетворення.** У ряді випадків фільтрацію доцільніше здійснювати в частотній області. При цьому для вхідного сейсмічного сигналу шляхом дискретного перетворення Фур'є можна отримати її комплексний спектр [2]:

$$Y(n\Delta\omega) = \Delta t \sum_{k=0}^{K-1} y(k\Delta t) e^{-in\Delta\omega k\Delta t}, \tag{13}$$

де  $i$  – уявна одиниця;  $\Delta\omega$  – інтервал дискретності завдання спектра;  $k = 0, 1, \dots, K-1$  – дискрети траси;  $n = 0, 1, \dots, n-1$  – дискрети спектра, причому  $K = N$ .

Вибравши  $\Delta\omega$  рівним  $2\pi / K\Delta t$  та опускаючи масштабні множники  $\Delta t$  та  $\Delta\omega$ , маємо:

$$Y(n) = \sum_{k=0}^{K-1} y(k) e^{-2\pi i k n / N}. \tag{14}$$

Потім знайдемо комплексний спектр вихідної траси шляхом перемножування задапої комплексної частотної характеристики фільтра:

$$\tilde{Y}(n) = Y(n)L(n). \tag{15}$$

Після цього обчислимо вихідну трасу  $\tilde{y}_k$  шляхом зворотного перетворення Фур'є її комплексного спектра:

$$\tilde{y}_k = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{Y}(n) e^{2\pi i k n / N}. \tag{16}$$

Варто підкреслити важливість дотримання співвідношення  $K = N$  і  $\Delta\omega = 2\pi / K\Delta t$  при виконанні прямого перетворення Фур'є. Якщо вибрати  $\Delta\omega > 2\pi / K\Delta t$ , то можливі перекручення типу ейлсінг ефекту [2], який виникає при дискретизації безупинних часових функцій.

**Вейвлет-перетворення.** В даний час цей клас аналізів, названих вейвлетами [4], починає широко застосовуватися в задачах розпізнання образів; при обробці і синтезі різних сигналів; при аналізі зображень; для фільтрації сигналів; для стиснення великих обсягів інформації й у багатьох інших випадках.

Вейвлет-перетворення одномірного сигналу полягає в його розкладанні за базисом, сконструйованим з функції, що володіє визначеними властивостями, (вейвлета) за допомогою масштабних змін і переносів. За таку функцію для здійснення фільтрації в даному алгоритмі використовується вейвлет Хаара (рис. 2).

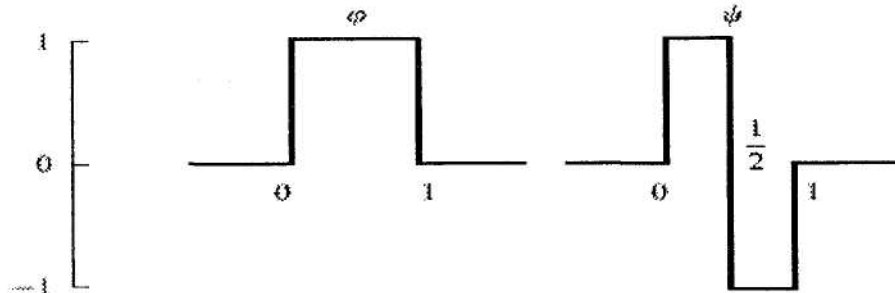


Рис. 2. Скейлинг-функція  $\varphi(x)$  та "материнський вейвлет"  $\psi(x)$  Хаара

Для дискретно заданих через рівні інтервали часу  $\Delta t$  вхідний сигнал  $s_k = s_0, s_1, \dots, s_N$  може бути записаний у вигляді функції:

$$s(x) = \sum_{k=0}^N s_{j,k} \varphi_{j,k}(x) + \sum_{k=0}^N d_{j,k} \psi_{j,k}(x), \quad (17)$$

де  $s_{j,k}$  – значення вейвлет-перетворення  $k$ -ї дискрети вхідного сигналу на  $j$ -му рівні;

$\varphi_{j,k} = 2^{j/2} \varphi(2^j x - k)$  – значення скейлинг-функції вейвлета для  $k$ -ї дискрети вхідного сигналу на  $j$ -му рівні;

$\psi_{j,k} = 2^{j/2} \psi(2^j x - k)$  – значення "материнського вейвлета" для  $k$ -ї дискрети вхідного сигналу на  $j$ -му рівні.

Пряме вейвлет-перетворення у базисі Хаара для довільного  $j$  описується формулами [4] :

$$s_{j-1,k} = \frac{1}{\sqrt{2}} [s_{j,2k} + s_{j,2k+1}], \quad (18)$$

$$d_{j-1,k} = \frac{1}{\sqrt{2}} [s_{j,2k} - s_{j,2k+1}]. \quad (19)$$

Потім знаходять вейвлет-коефіцієнти вихідної траси шляхом перемножування  $s_{j-1,k}$ ,  $d_{j-1,k}$  і заданих вейвлет-коефіцієнтів фільтра  $s_{j-1,k}^F$ ,  $d_{j-1,k}^F$  :

$$\tilde{s}_{j-1,k} = s_{j-1,k} * s_{j-1,k}^F, \quad (20)$$

$$\tilde{d}_{j-1,k} = d_{j-1,k} * d_{j-1,k}^F. \quad (21)$$

Після цього обчислюють вихідну трасу шляхом зворотного перетворення (синтезу):

$$\tilde{s}_{j,2k} = \frac{1}{\sqrt{2}} [\tilde{s}_{j-1,k} + \tilde{d}_{j-1,k}], \quad (22)$$

$$\tilde{d}_{j,2k+1} = \frac{1}{\sqrt{2}} [\tilde{s}_{j-1,k} - \tilde{d}_{j-1,k}]. \quad (23)$$

Формули (18)–(24) представляють алгоритм одноканальної фільтрації за допомогою вейвлет-перетворення у базисі Хаара. У літературі [4] такий алгоритм називають широкополосними та вузькосмуговими фільтрами, тому що він відфільтровує компоненти сигналу на великих та малих масштабах. Однак алгоритм за допомогою вейвлет-перетворення у базисі Хаара потребує  $N^2$  операцій. Тому необхідно використовувати швидке вейвлет-перетворення (ШВП), яке досить добре описане в літературі [4].

На рис. 3 зображена залежність кількості операцій обчислень  $F$  від кількості елементів масиву обробки  $N$ . Для алгоритмів:  $a$  – швидкого вейвлет-перетворення (ШВП) при  $j = 5$ ;  $b$  – згортки при  $L = 50$ ;  $c$  – згортки при  $L = 15$ ;  $d$  – швидкого перетворення Фур'є (ШПФ);  $e$  – перетворення Фур'є (ПФ). З рисунку видно, що найбільш економічними є алгоритми ШВП та ШПФ.

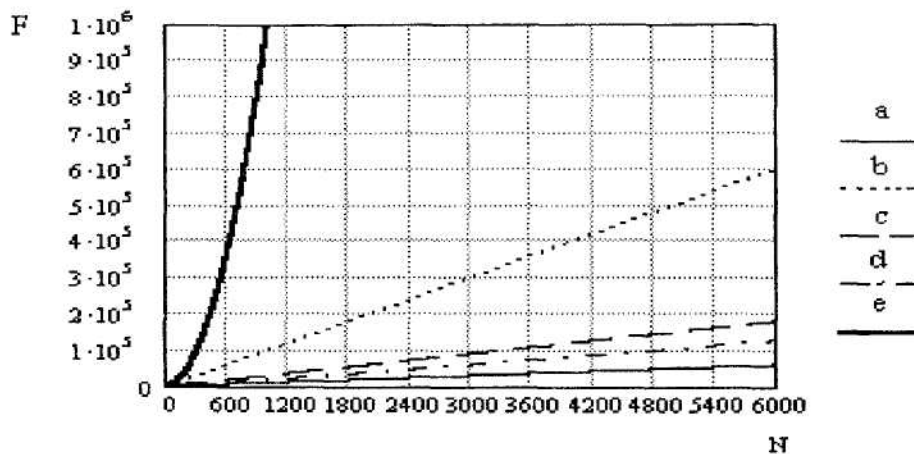


Рис. 3. Залежність кількості операцій обчислень від кількості елементів масиву обробки. Для алгоритмів: a – ШВП при  $j = 5$ ; b – згортки при  $L = 50$ ; c – згортки при  $L = 15$ ; d – ШПФ; e – ПФ

Фільтрації в часовій і частотній областях еквівалентні між собою. Вибір того чи іншого варіанта розрахунків визначається економічними міркуваннями. Обчислення прямого і зворотного перетворення Фур'є та вейвлет за звичайними формулами вимагає  $N^2$  операцій, що значно перевищує число операцій при згортці. Використання алгоритму швидкого перетворення Фур'є (ШПФ) та швидкого вейвлет-перетворення дозволяє виконати перетворення Фур'є, використовуючи  $2N \lg N$  операцій, а перетворення вейвлет – за  $jN$  операцій. Це робить розрахунки в частотній області більш економічними, ніж у часі, особливо для великих масивів чисел, характерних для задач обробки сейсмічних даних.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Положення про національну систему сейсмічних спостережень та підвищення безпеки населення у сейсмонезбезпечних регіонах (Затверджено постановою Кабінету Міністрів України від 28 червня 1997 р. № 699).
2. Козлов Е.А., Гозоненков Г.Н., Лернер Б.Л. Цифровая обработка сейсмических данных. – М.: Недра, 1973. – 312 с.
3. Капелин В. и др. Цифровые фильтры и их применение / Пер. с англ. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 360 с.
4. Дремлю И.М., Иванов О.В., Нечитайло В.А. Вейвлеты и их использование // УФН. – 2001. – № 5 – С. 465–501.

КОВАЛЕНКО Микола Вікторович – доктор технічних наук, професор Житомирського військового інституту радіоелектроніки ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:  
– радіотехніка.

ПРОЦЕНКО Михайло Михайлович – ад'юнкт Житомирського військового інституту радіоелектроніки ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:  
– вейвлет-перетворення;  
– цифрова обробка сигналів.