УДК 621.37:621.391

В.Г. Ципоренко, к.т.н., доц.
Житомирський інженерно-технологічний інститут

ВИЯВЛЕННЯ РАДІОСИГНАЛІВ З НЕВІДОМИМ ФАЗОВИМ СПЕКТРОМ

Показано, що оптимальне виявлення радіосигналів з невідомим фазовим спектром при наявності адитивного шуму може бути реалізовано в частотно-просторовій області визначення. Основною операцією такого аналізу є визначення частотно-просторової кореляційної функції. Визначені кількісні характеристики операції виявлення в частотно-просторовій області. Одержані основні співвідношення для неперервного, неперервно-дискретного та дискретно-дискретного видів аналізу.

В сучасних радіоелектронних системах реалізується сукупність операцій пошуку, селекції, виявлення та аналізу радіосигналів [1, 2]. Зазвичай пошук та селекція радіосигналів реалізуються в різних областях визначення. Наприклад, виявлення – у часовій області, аналіз – у часовій та частотній областях, селекція – у просторовій, частотній та часовій областях визначення. Для підвищення ефективності функціонування радіоелектронних систем в цілому доцільно реалізовувати основні операції обробки радіосигналів в одній області визначення, тобто використовувати монофазну обробку. Найбільш перспективним варіантом вирішення цього питання є реалізація монофазної обробки саме в частотній області визначення, коли основні операції обробки радіосигналів реалізуються шляхом аналізу їх спектра [3, 4].

Розглянемо задачу виявлення радіосигналу з невідомим фазовим спектром $S(t,\lambda,\varphi(f))$, що приймається в адитивній суміші $U(t)$ зі статистично незалежним білим гаусовим шумом $n(t)$ впродовж часового інтервалу $t\in[0,T_a]$. Шум $n(t)$ і сигнал $S(t,\lambda,\varphi(f))$ є обмеженими по смузі частот $\{0, f_в\}$. Вихідні умови задамо таким чином:

$$U(t) = S(t,\lambda,\varphi(f)) + n(t), \tag{1}$$

де $\lambda = \{\lambda_i\}_{i=\overline{1,m}}$ – вектор параметрів, від яких залежить радіосигнал, значення яких відомі;

$\varphi(f)$ – фазочастотний спектр радіосигналу, що є випадковою функцією з довільним відомим законом розподілу в часі.

$S(t,\lambda,\varphi(f))$ – відома детермінована функція аргументів t, λ та $\varphi(f)$:

$$S(t,\lambda,\varphi(f)) = A(t,\lambda,\varphi(f))\cdot \mathrm{Cos}(2\pi ft + \gamma(t,\lambda,\varphi(f)) + \wp),$$

де $\wp$ – початкова фаза.

Для наших умов виявлення радіосигналу $S(t,\lambda,\varphi(f))$ невідомим є тільки факт його наявності або відсутності в прийнятій суміші $U(t)$ та конкретне значення фазочастотного спектра $\varphi(f)$. Амплітудний спектр $S(f)$ радіосигналу відомий, відомі також його інші параметри $\lambda = \{\lambda_i\}_{i=\overline{1,m}}$. Тому рівняння (1) доцільно записати у вигляді:

$$U(t) = \aleph\cdot S(t,\lambda,\varphi(f)) + n(t), \tag{2}$$

де $S(t,\lambda,\varphi(f))$ – випадковий корисний сигнал, що повністю розташований на інтервалі спостереження–аналізу $[0, T_a]$;

$\aleph$ – випадковий параметр, що може приймати тільки два значення: нуль або один, і статистично не залежить від параметрів радіосигналу $S(t,\lambda,\varphi(f))$.

Нехай відомі апріорі всі необхідні ймовірнісні характеристики випадкової величини $\aleph$ та шуму $n(t)$:

$P_{pr}(\aleph=0)$, $P_{pr}(\aleph=1)$ – розподіл відповідно апріорних ймовірностей відсутності та наявності радіосигналу $S(t,\lambda,\varphi(f))$;

M_n, $Д_n$ – відповідно математичне очікування та дисперсія шуму $n(t)$, зазвичай $M_n = 0$;

$N = \mathrm{const}$ – двостороння спектральна густина потужності шуму $n(t)$.

Тоді необхідно оптимальним чином визначити значення параметра $\aleph$ за прийнятої реалізації $U(t)$ в інтервалі $[0, T_a]$.

У часовій області поставлена задача в загальному вигляді розв'язується оптимальним чином на основі кореляційного аналізу з виключенням супроводжуючих параметрів [4, 5].

Розв'яжемо цю задачу в частотній області визначення, коли обробці підлягає спектр прийнятої суміші $U(t)$.

Розглянемо випадок безперервно-безперервного аналізу [3], при якому в частотній області визначення аналізується спектральна густина $U(jf)$ прийнятої суміші, яку можна записати у вигляді:

$$U(jf) = \aleph \cdot S(jf, \lambda) + n(jf), \tag{3}$$

де $S(jf, \lambda)$, $n(jf)$ – відповідно комплексні спектральні густини корисного сигналу і шуму;

$S(jf, \lambda) = S(f, \lambda) \cdot e^{j\varphi(f)}$.

Для розв'язання задачі виявлення радіосигналу в загальному випадку доцільно використовувати частотне відношення правдоподібності $l_f(\aleph)$ [3], що дорівнює:

$$l_f(\aleph) = \frac{L_f(\aleph)\big|_{S(jf,\lambda)\neq 0}}{L_f(\aleph)\big|_{S(jf,\lambda)=0}}, \tag{4}$$

де: $l_f(\aleph)$ – частотне відношення правдоподібності, визначене в частотній області;

$L_f(\aleph)\big|_{S(jf,\lambda)\neq 0}$, $L_f(\aleph)\big|_{S(jf,\lambda)=0}$ – відповідно частотні функціонали правдоподібності при наявності та відсутності у вхідній спектральній реалізації $U(jf)$ корисного сигналу.

Порівнюючи значення $l_f(\aleph)$ з порогом h, приймається рішення про наявність сигналу $S(t, \lambda, \varphi(f))$, якщо $l_f(\aleph) \geq h$, або про його відсутність, якщо $l_f(\aleph) \prec h$.

Таким чином, частотне відношення правдоподібності $l_f(\aleph)$ для умов поставленої задачі визначається рівнянням:

$$l_f(\aleph) = \frac{\int\limits_{\varphi_n(f)}^{\varphi_e(f)} P_{pr}(\varphi(f)) \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2N}\int\limits_{-f_e}^{f_e}(U(jf) - S(jf, \lambda))^2 df\right\} d\varphi(f)}{\exp\left\{-\frac{1}{2N}\int\limits_{-f_e}^{f_e} U^2(jf) df\right\}} =$$

$$= \exp\left\{-\frac{E_s}{2N}\right\} \cdot \int\limits_{\varphi_n(f)}^{\varphi_e(f)} P_{pr}(\varphi(f)) \cdot \exp\left\{\frac{1}{N}\int\limits_{-f_e}^{f_e} \mathrm{Re}\left(U(jf) \cdot S^*(jf, \lambda)\right) df\right\} d\varphi(f) \tag{5}$$

де: $\mathrm{Re}(\bullet)$ – функція виділення дійсної частини комплексного числа;

$(\bullet)^*$ – операція комплексного спряження спектра радіосигналу;

$P_{pr}(\varphi(f))$ – апріорна ймовірність фазочастотного спектра $\varphi(f)$ радіосигналу $S(t, \lambda, \varphi(f))$;

E_s – енергія радіосигналу $S(t, \lambda, \varphi(f))$.

Для локалізованих просторово та стаціонарних радіоелектронних засобів основною інформаційною властивістю радіосигналів є апріорна незалежність від часу та частоти їх просторових параметрів $\lambda(\theta)$, таких, наприклад, як напрямок приходу або пеленг, кут місця, поляризація та інші, тобто $\lambda(\theta) = \mathrm{const}$. Тому доцільно їх комплексний спектр представити у тривимірній формі:

$$S(jf, if, \lambda) = S(f, \lambda) \cdot e^{j\varphi(f)} \cdot e^{i\lambda(\theta)}. \tag{6}$$

Рівняння (6) враховує те, що просторові параметри $\lambda(\theta)$ можна представити як просторову фазу радіосигналу і ввести як складову частину узагальненого тривимірного фазочастотного спектра $\varphi_{\sum}(f)$:

$$\varphi_{\sum}(f) = j\varphi(f) + i\lambda(\theta),$$

де i – комплексна уявна змінна з модулем, що дорівнює одиниці, але описує комплексно-уявну площину, що є нормальною до комплексно-уявної площини змінної j.

Обидві складові узагальненого фазочастотного спектра $\varphi_{\sum}(f)$ відповідають одному і тому ж амплітудно-частотному спектру $S(f)$ радіосигналу, вони формуються одночасно і статистично незалежно. Тому для усунення апріорної статистичної невизначеності часового фазочастотного спектра $\varphi(f)$ доцільно при розв'язанні задачі виявлення радіосигналу використовувати його апріорі відомий просторовий фазочастотний спектр $\varphi_\theta(f) = \lambda(\theta)$, для якого $P_{pr}(\varphi_\theta(f)) = 1$.

Таким чином, рівняння (5) може бути записано так:

$$l_f(\aleph) = \exp\left\{-\frac{E_s}{2N}\right\} \cdot \exp\left\{\frac{1}{N}\int_{-f_e}^{f_e} \mathrm{Re}\left(U(if) \cdot S^*(if,\lambda)\right)df\right\}, \tag{7}$$

де: $U(if)$, $S^*(if,\lambda)$ – відповідно комплексні просторово-спектральні густини прийнятої суміші $U(f)$ та корисного сигналу $S(t,\lambda,\varphi(f))$.

Експоненціальна функція є монотонною від свого аргументу, тому рівняння (7) доцільно представити в логарифмічному масштабі:

$$\ln l_f(\aleph) = -\frac{E_s}{2N} + \frac{1}{N}\int_{-f_e}^{f_e} \mathrm{Re}\left(U(if) \cdot S^*(if,\lambda)\right)df \gtrless \ln h. \tag{8}$$

Спростивши вираз (8), остаточно отримуємо:

$$\mu(f,\aleph) = \frac{1}{N}\int_{-f_e}^{f_e} \mathrm{Re}\left(U(if) \cdot S^*(if,\lambda)\right)df \gtrless \frac{E_s}{2N} + \ln h = h_1, \tag{9}$$

де: $h_1 = \dfrac{E_s}{2N} + \ln h$ – еквівалентне значення порогу прийняття рішення про виявлення;

$\mu(f,\aleph)$ – частотно-просторова кореляційна функція.

Аналіз рівняння (9) показує, що базовою операцією при оптимальному виявленні сигналу $S(t,\lambda,\varphi(f))$ в частотній області є визначення значення частотно-просторової кореляційної функції $\mu(f,\aleph)$.

Визначимо кількісні характеристики оптимального виявлення, що реалізується в частотній області, наприклад, для випадку використання критерію Неймана-Пірсона [4]. Для цього визначимо закон розподілу та параметри розподілу густини ймовірностей гіпотез: Γ_1 – наявності сигналу та Γ_0 – відсутності сигналу.

Для випадку наявності сигналу $S(t,\lambda,\varphi(f))$ маємо:

$$\begin{aligned} \mu\big|_{\Gamma_1} = \mu_1 &= \frac{1}{N}\int_{-f_e}^{f_e} \mathrm{Re}\left(\left(S(if,\lambda) + n(if)\right) \cdot S^*(if,\lambda)\right)df = \\ &= \frac{1}{N}\int_{-f_e}^{f_e} \mathrm{Re}\left(S(if,\lambda) \cdot S^*(if,\lambda)\right)df + \frac{1}{N}\int_{-f_e}^{f_e} \mathrm{Re}\left(n(if) \cdot S^*(if,\lambda)\right)df \end{aligned}, \tag{10}$$

де: $n(if)$ – спектрально-просторова густина шуму $n(t)$.

Перший доданок рівняння (10) є апріорі відомою величиною із постійним значенням:

$$\frac{1}{N}\int_{-f_e}^{f_e} \mathrm{Re}\left(S(if,\lambda) \cdot S^*(if,\lambda)\right)df = \frac{E_s}{N}.$$

Значення другого доданку рівняння (10) є випадковою величиною з нормальним законом розподілу густини ймовірності $p_n(\mu)$ і відповідними параметрами розподілу: математичним очікуванням $m_\mu = 0$, дисперсією $Д_\mu = \dfrac{E_s}{N}$.

В цілому значення функції μ_1 також є випадковою величиною, густина ймовірності якої розподілена за нормальним законом з відповідними параметрами: математичним очікуванням $m_1 = \dfrac{E_s}{N}$, дисперсією $Д_1 = \dfrac{E_s}{N}$.

Для випадку відсутності сигналу $S(if,\lambda)$ в суміші $U(if)$ маємо:

$$\mu\big|_{\Gamma_0} = \mu_0 = \frac{1}{N}\int_{-f_e}^{f_e} \mathrm{Re}\left(n(if) \cdot S^*(if,\lambda)\right)df. \tag{11}$$

Значення μ_0 є випадковою величиною, закон розподілу густини її ймовірності –

нормальний з відповідними параметрами: математичним очікуванням $m_0 = 0$, дисперсією $Д_0 = \frac{E_s}{N}$.

Відповідно до критерію Неймана-Пірсона апріорі задається необхідна вірогідність хибної тривоги p_{xm}:

$$p_{xm} = \int_h^\infty p_0(\mu)d\mu = 1 - \Phi\left(\frac{h}{\sqrt{\frac{E_s}{N}}}\right), \tag{12}$$

де: $\Phi(x)$ – інтеграл ймовірності.

При цьому ймовірність $p_{пв}$ правильного виявлення сигналу $S(jf, \lambda)$ знаходиться як:

$$p_{пв} = \int_h^\infty p_1(\mu)d\mu = 1 - \Phi\left(-\frac{h}{\sqrt{\frac{E_s}{N}}} - \sqrt{\frac{E_s}{N}}\right). \tag{13}$$

Аналіз рівнянь (12) і (13) показує, що вони співпадають з відомими рівняннями для ймовірностей p_{xm} та $p_{пв}$ у випадку виявлення повністю відомого сигналу в часовій області [4, 6]. Тому необхідні значення порогу h та відношення сигнал/шум $\frac{E_s}{N}$ розраховуються з відомих співвідношень для часової кореляційної обробки [4, 5].

Апаратурно аналізатори спектра для дійсних сигналів визначають комплексний спектр тільки для додатних частот. Тому співвідношення (7) для дійсних сигналів $S(t, \lambda, \varphi(f))$ доцільно записати в формі:

$$l_f(\aleph) = \exp\left\{-\frac{E_s}{2N}\right\} \cdot \exp\left\{\tfrac{2}{N}\int_0^{f_в} \mathrm{Re}\left(U(if) \cdot S^*(if, \lambda)\right)df\right\}. \tag{14}$$

При обробці дійсних сигналів на проміжній частоті, смуга частот яких визначена як $\{f_н, f_в\}$, де $f_н \succ 0$ і $f_н \prec f_в \prec \infty$, рівняння (14) матиме вигляд:

$$l_f(\aleph) = \exp\left\{-\frac{E_s}{2N}\right\} \cdot \exp\left\{\tfrac{2}{N}\int_{f_н}^{f_в} \mathrm{Re}\left(U(if) \cdot S^*(if, \lambda)\right)df\right\}. \tag{15}$$

Для випадків дискретно-дискретного аналізу та безперервно-дискретного аналізу сигналів у частотній області [3] співвідношення (7) та (9) матимуть вигляд відповідно (16) та (17):

$$l_f(\aleph) = \exp\left\{-\frac{E_s}{2N}\right\} \cdot \exp\left\{\tfrac{1}{N}\sum_{k=-\frac{M}{2}}^{k=\frac{M}{2}-1} \mathrm{Re}\left(U(if_k) \cdot S^*(if_к, \lambda)\right)\right\}; \tag{16}$$

$$\mu = \frac{1}{N}\sum_{k=-\frac{M}{2}}^{k=\frac{M}{2}-1} \mathrm{Re}\left(U(if_к) \cdot S^*(if_к, \lambda)\right) \gtrless \frac{E_s}{2N} + \ln h = h_1, \tag{17}$$

де: k – ціле число;

M – кількість дискретних гармонік у частотній області визначення.

Таким чином, задачу виявлення апріорі частково невідомого в часовій області визначення радіосигналу при наявності адитивного шуму можливо оптимально вирішити, використовуючи аналіз прийнятої реалізації в частотно-просторовій області визначення без зниження достовірності. Основною операцією такого аналізу є визначення частотно-просторової кореляційної функції. При цьому кількісні ймовірнісні характеристики операції виявлення в частотно-просторовій області співпадають з відомими значеннями характеристик операції виявлення в часовій області для випадку апріорі відомого сигналу.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Гуткин Л.С.* Проектирование радиосистем и радиоустройств. – М.: Радио и связь, 1986. – 288 с.
2. *Комиссаров Ю.А., Родионов С.С.* Помехоустойчивость и электромагнитная совместимость радиоэлектронных средств. – Киев.: Техніка, 1978. – 208 с.
3. *Ципоренко В.Г.* Визначення апостеріорної імовірності радіосигналу в частотній області //Вісник ЖІТІ. – 2000. – № 13 / Технічні науки. – С. 87–91.
4. *Тихонов В.И.* Оптимальный приём сигналов. – М.: Радио и связь, 1983. – 320 с.
5. *Гуткин Л.С.* Теория оптимальных методов радиоприёма при флуктуационных помехах. – Изд. 2-е, доп. и перераб. – М.: Советское радио, 1972. – 448 с.
6. *Ципоренко В.Г, Ципоренко О.Д.* Виявлення радіосигналів шляхом аналізу їх спектра //Вісник ЖІТІ. – 2000. – № 15 / Технічні науки. – С. 148–151.

ЦИПОРЕНКО Валентин Григорович – кандидат технічних наук, доцент кафедри радіотехніки Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:

- радіоелектроніка з використанням цифрової обробки сигналів.

Подано 06.06.2002