

УДК 677.055

В.Г. Здоренко, к.т.н., доц.  
Київський національний університет технологій та дизайну

### ВИЗНАЧЕННЯ УМОВ РОБОТОСПРОМОЖНОСТІ НИТКОНАТЯГУВАЧІВ ТА КОМПЕНСАТОРІВ НАТЯГУ ТРИКОТАЖНИХ МАШИН

*Наведено результати досліджень роботи нитконатяжних пристроїв трикотажних машин. Проаналізовано пружну систему заправки трикотажної машини. Визначені умови забезпечення мінімального необхідного натягу нитки перед зоною в'язання. Проаналізована робота найбільш поширених типів нитконатяжних пристроїв.*

Удосконалення сучасного парку трикотажних машин вимагає, у першу чергу, збільшення швидкості їх роботи, що дозволяє підвищити продуктивність роботи технологічного обладнання, а також підвищення якості готової продукції [1, 2]. При цьому збільшення швидкості призводить до того, що пристрої та механізми для переміщення та натягу пружної системи заправки ниток починають працювати нестабільно. Це призводить до порушення стабілізації натягу нитки, його різких коливань та збільшення обривності нитки. Прості технологічного обладнання, що пов'язані з ліквідацією обривів ниток, складають до 70 % від загального часу простою технологічного обладнання [3].

На рис. 1, а схематично показано пружну систему заправки АСВ одиночної нитки на трикотажній машині. Спочатку в точці А нитка має швидкість подачі  $V_1$  (точка А відповідає першому вічку на шляху нитки після зходу з бобіни). В кінці пружної системи заправки у точці В (безпосередньо перед зоною в'язання) нитка має швидкість  $V_2$ . Тоді функції споживання та подачі нитки будуть мати вигляд:

$$L_1(t) = \int_{t_0}^{t_n} V_1(t) dt, \quad L_2(t) = \int_{t_0}^{t_n} V_2(t) dt, \quad (1)$$

де  $t_0, t_n$  – початкове та кінцеве значення часу переміщення пружної системи заправки.

Величина заправного натягу визначається за формулою:

$$P_{z0} = C_1 \left[ \int_{t_0}^{t_n} V_2(t) dt - \int_{t_0}^{t_n} V_1(t) dt \right] + P_3, \quad (2)$$

де  $C_1$  – коефіцієнт жорсткості пружної системи заправки на розтягання;  $P_3$  – деяка постійна величина початкового заправного натягу, яка забезпечується натяжним пристроєм перед точкою А, або силами тертя нитки об поверхню першого вічка.

Функції подачі  $L_1(t)$  та  $L_2(t)$  є змінними, що змінюються не тільки у межах одного циклу петлеутворення, але і в міру зміни діаметра бобіни.

На рис. 1, б подано можливі варіанти співвідношення між функціями споживання та подачі. Так, на ділянці  $t_2 - t_1$  виконується нерівність  $\int_{t_1}^{t_2} V_2(t) dt > \int_{t_1}^{t_2} V_1(t) dt$  і відповідно до рівняння (2) виникає зростання заправного натягу. На ділянці  $t_4 - t_3$  виконується нерівність  $\int_{t_3}^{t_4} V_2(t) dt < \int_{t_3}^{t_4} V_1(t) dt$  і величина заправного натягу зменшується. Для моментів часу  $t_5$  та  $t_6$  функції споживання та подачі нитки пружною системою заправки рівні між собою, та заправний натяг дорівнює  $P_3$ . Таким чином, величина заправного натягу в процесі роботи трикотажної машини змінюється. При цьому залежність (2) враховує тільки пружні складові деформації, що обумовлено величиною співвідношення загальної довжини пружної системи заправки та довжиною нитки, що споживається при утворенні однієї петлі.

Нитконатягувачі та компенсатори, що впливають на пружну систему заправки, повинні забезпечити нитці мінімальний необхідний натяг, який би з часом не змінювався. Тоді натяг нитки  $P$  перед зоною в'язання може бути знайдений за формулою:

$$P = C_1 \left[ \int_{t_0}^{t_n} V_2(t) dt - \int_{t_0}^{t_n} V_1(t) dt \right] + P_3 + \left( \sum_{j=1}^{n_1} \Delta P_{1j} + \sum_{k=1}^{n_2} \Delta P_{2k} \right) + \sum_{i=1}^n P_{ni}, \quad i = 1..n, \quad j = 1..n_1, \quad k = 1..n_2, \quad (3)$$

де  $\sum_{j=1}^{n_1} \Delta P_{2j}$ ,  $\sum_{k=1}^{n_2} \Delta P_{2k}$  – прирощення натягу нитки на ділянках від точки  $A$  до нитконатягувачів або компенсаторів та від нитконатягувачів або компенсаторів до точки  $B$  за рахунок контакту з нитконаправлювачами (вічки, дрогики та ін.);  $\sum_{i=1}^n P_{ni}$  – прирощення натягу нитки після нитконатягувачів або компенсаторів  $C$  (рис. 1,  $a$ );  $n$  – кількість нитконатягувачів (компенсаторів) в заправці;  $n_1, n_2$  – кількість нитконаправлювачів до та після зони  $C$  у заправці.

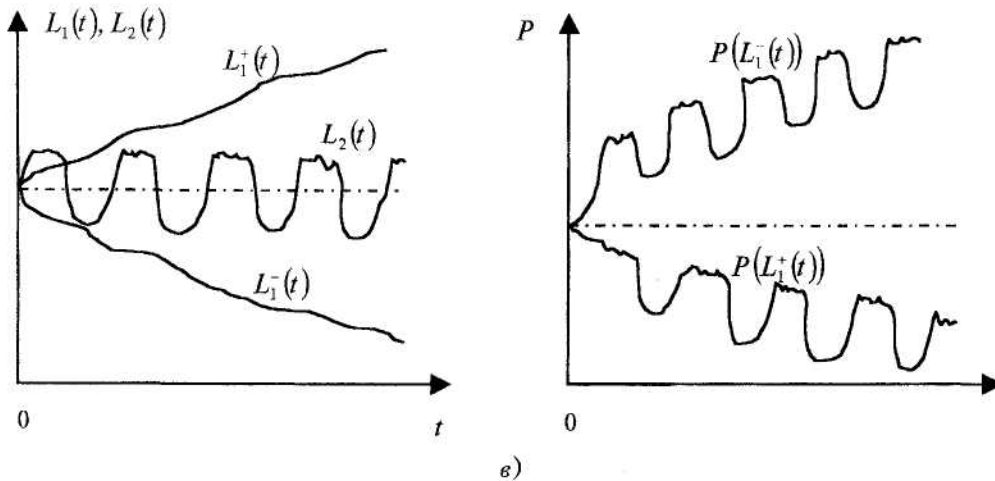
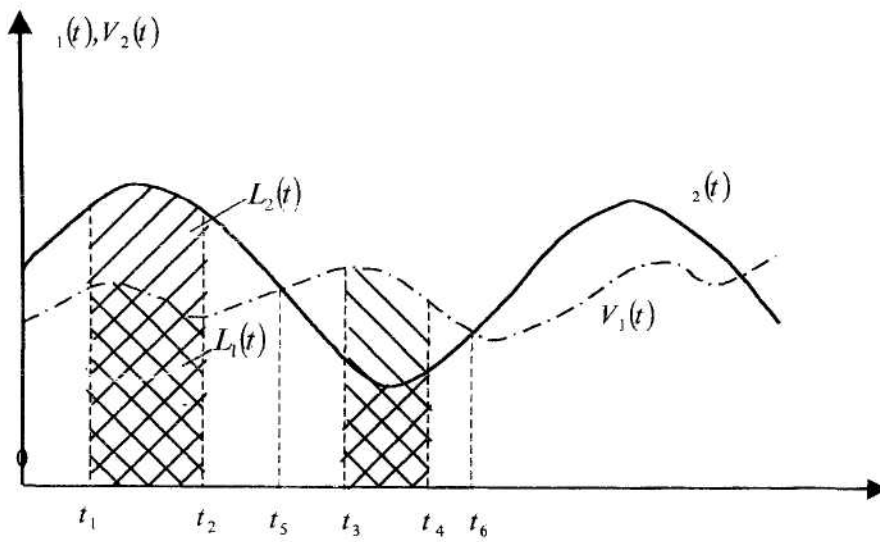
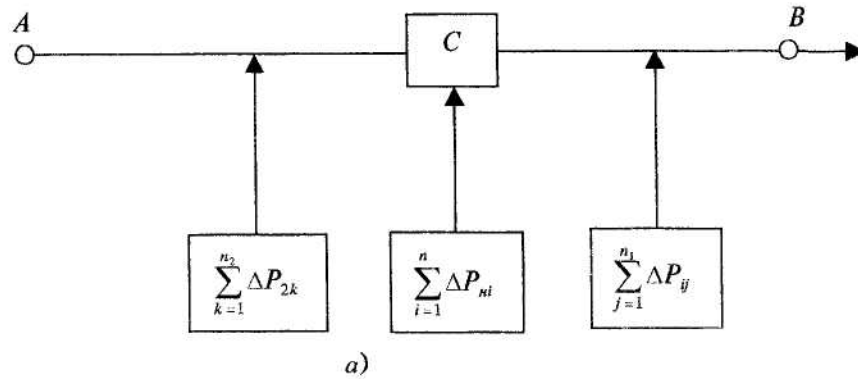


Рис. 1. Пружна система заправки трикотажних машин та режими її роботи

Вважаємо, що функція споживання нитки  $L_2(t)$  пружної системи заправки трикотажної машини не змінюється за весь час використання бобіни (рис. 1, в), а функція подачі  $L_1(t)$  при використанні бобіни може змінюватися (збільшуватися або зменшуватися). Це буде виникати не тільки при зменшенні діаметра бобіни, але і при переміщенні точки зходу нитки з бобіни від верхнього торця до нижнього, що пояснюється специфікою підготовки бобіни при перемотуванні та зміною форми балона нитки. При цьому за зміни функції подачі нитки, як за період циклу петлеутворення, так і при зменшенні діаметра бобіни, виникає зміна величини вихідного натягу  $P$  (рис. 1, в).

Таким чином, завдання оптимізації переробки пружною системою заправки одиночної нитки на трикотажній машині зводиться до виконання таких умов: нитка повинна надходити в зону в'язання з мінімально необхідним натягом і величина самого натягу  $P$  повинна мати постійне значення (стабілізація натягу). Ці умови можливо подати таким чином:

$$\min \{ P(P_{\Sigma 0}(t), \sum_{i=1}^n P_{ni}(t)) \}, \quad \frac{\partial P_{\Sigma 0}}{\partial t} \rightarrow 0, \quad \sum_{i=1}^n \frac{\partial P_{ni}}{\partial t} \rightarrow 0, \quad i = 1 \dots n, \quad (4)$$

Виходячи зі специфіки пружної системи заправки, можливо зробити висновок, що конструкція нитконатягувачів та компенсаторів натягу повинна дозволяти реалізацію умов (4) функціонала  $P$ .

Для пластинчатих і тарільчатих виконаннявачів (для яких приблизно можна вважати  $P_{ni} = 2\mu_i c_i y_i$ , де  $\mu$  – коефіцієнт тертя нитки об поверхню тарілок або пластин,  $c$  – коефіцієнт жорсткості нитки при стисненні,  $y$  – величина деформації поперечного перерізу нитки у зоні контакту з тарілками або пластинами) умови стабілізації натягу нитки, нерівномірної по діаметру поперечного перерізу, можуть бути подані такими системами:

$$\begin{cases} C_1 \frac{\partial}{\partial t} \left[ \int_{t_0}^{t_n} V_2(t) dt - \int_{t_0}^{t_n} V_1(t) dt \right] + 2 \sum_{i=1}^n \mu_i C_i \frac{\partial y_i}{\partial t} = 0, \\ C_2 \frac{\partial}{\partial S} \left[ \int_{t_0}^{t_n} V_2(t) dt - \int_{t_0}^{t_n} V_1(t) dt \right] + 2 \sum_{i=1}^n \mu_i C_i \frac{\partial y_i}{\partial S} = 0, \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \int_{t_0}^{t_n} V_2(t) dt - \int_{t_0}^{t_n} V_1(t) dt > 0, & \sum_{i=1}^n \frac{\partial y_i}{\partial t} < 0, \\ \int_{t_0}^{t_n} V_2(t) dt - \int_{t_0}^{t_n} V_1(t) dt < 0, & \sum_{i=1}^n \frac{\partial y_i}{\partial t} > 0, \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \int_{t_0}^{t_n} V_2(t) dt - \int_{t_0}^{t_n} V_1(t) dt > 0, & \sum_{i=1}^n \frac{\partial y_i}{\partial S} < 0, \\ \int_{t_0}^{t_n} V_2(t) dt - \int_{t_0}^{t_n} V_1(t) dt < 0, & \sum_{i=1}^n \frac{\partial y_i}{\partial S} > 0. \end{cases} \quad (7)$$

Системи нерівностей (6) та (7) забезпечують необхідні умови стабілізації натягу пружної системи заправки одиночної нитки. Для компенсаторів натягу з пружною ланкою та кільцем, гребінчастого (для них  $P_n = P_{\Sigma 0}(e^{2\mu\varphi} - 1)$ , де  $2\varphi$  – сумарний кут обхвату ниткою рухомого елемента компенсатора) необхідні умови для стабілізації натягу  $P$  мають вигляд (8), (9), (10).

$$\begin{cases} \left\{ C_1 \frac{\partial}{\partial t} \left[ \int_{t_0}^{t_n} V_2(t) dt - \int_{t_0}^{t_n} V_1(t) dt \right] \sum_{i=1}^n e^{2\mu_i \varphi_i} + C_2 \left[ \int_{t_0}^{t_n} V_2(t) dt - \int_{t_0}^{t_n} V_1(t) dt \right] \sum_{i=1}^n 2\mu_i e^{2\mu_i \varphi_i} \right\} \frac{\partial \varphi_i}{\partial t} = 0, \\ \left\{ C_1 \frac{\partial}{\partial S} \left[ \int_{t_0}^{t_n} V_2(t) dt - \int_{t_0}^{t_n} V_1(t) dt \right] \sum_{i=1}^n e^{2\mu_i \varphi_i} + C_2 \left[ \int_{t_0}^{t_n} V_2(t) dt - \int_{t_0}^{t_n} V_1(t) dt \right] \sum_{i=1}^n 2\mu_i e^{2\mu_i \varphi_i} \right\} \frac{\partial \varphi_i}{\partial S} = 0, \end{cases} \quad (8)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \int_{t_0}^{t_n} V_2(t)dt - \int_{t_0}^{t_n} V_1(t)dt > 0, \sum_{i=1}^n \frac{\partial y_i}{\partial t} < 0, \\ \int_{t_0}^{t_n} V_2(t)dt - \int_{t_0}^{t_n} V_1(t)dt < 0, \sum_{i=1}^n \frac{\partial y_i}{\partial t} > 0, \end{aligned} \right. \quad (9)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \int_{t_0}^{t_n} V_2(t)dt - \int_{t_0}^{t_n} V_1(t)dt > 0, \sum_{i=1}^n \frac{\partial y_i}{\partial S} < 0, \\ \int_{t_0}^{t_n} V_2(t)dt - \int_{t_0}^{t_n} V_1(t)dt < 0, \sum_{i=1}^n \frac{\partial y_i}{\partial S} > 0, i = 1..n. \end{aligned} \right. \quad (10)$$

Визначимо умови забезпечення мінімального необхідного натягу нитки перед зоною в'язання. Необхідно знайти мінімум функції  $P(x_1, x_2, \dots, x_m, x_{m+1}, \dots, x_{m+n})$  від  $m+n$  змінних  $x_i$ , що зв'язані співвідношеннями:

$$\varphi_i(x_1, x_2, \dots, x_m, x_{m+1}, \dots, x_{m+n}) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (11)$$

Розв'язавши ці  $n$  співвідношень (11) відносно  $n$  змінних, виразимо їх через  $m$  незалежних змінних:  $x_1, x_2, \dots, x_m$ . Підставляючи ці вирази у функцію натягу  $P(x_1, x_2, \dots, x_m, x_{m+1}, \dots, x_{m+n})$ , отримаємо функцію від  $m$  незалежних змінних. Таким чином, будемо розв'язувати задачу знаходження абсолютних мінімумів з використанням способу множників Лагранжа.

Нехай для деякого значення натягу пружної системи заправки  $P(x_1, x_2, \dots, x_{m+n})$ , вона досягає відносного мінімуму, тоді повний диференціал функції  $P$  повинен перетворюватись у нуль, тобто:

$$\sum_{s=1}^{m+n} \frac{\partial P}{\partial x_s} dx_s = 0. \quad (12)$$

З іншого боку, диференціюючи співвідношення (11), отримаємо такі  $n$  рівняння:  $\sum_{s=1}^{m+n} \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_s} dx_s = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$ , що множимо на невизначені множники:  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  та визначаємо (з урахуванням(12)):

$$\sum_{s=1}^{m+n} \left( \frac{\partial P}{\partial x_s} + \lambda_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_s} + \lambda_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_s} + \dots + \lambda_n \frac{\partial \varphi_n}{\partial x_s} \right) dx_s = 0. \quad (13)$$

Визначимо множники  $\lambda_n$  так, щоб коефіцієнти при  $n$  диференціалах дорівнювали нулю:

$$\frac{\partial P}{\partial x_s} + \lambda_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_s} + \lambda_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_s} + \dots + \lambda_n \frac{\partial \varphi_n}{\partial x_s} = 0, \quad s = m+1, m+2, \dots, m+n.$$

Тоді у лівій частині співвідношення (13) залишаться тільки члени, що містять диференціали незалежних змінних, тобто:

$$\sum_{s=1}^m \left( \frac{\partial P}{\partial x_s} + \lambda_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_s} + \lambda_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_s} + \dots + \lambda_n \frac{\partial \varphi_n}{\partial x_s} \right) dx_s = 0 \quad (14)$$

Але диференціали  $dx_1, dx_2, \dots, dx_m$  незалежних змінних є величинами довільними. Прирівнюючи один з них до одиниці, а інші – до нуля, зрозуміло, що для визначення значень змінних  $x_s$ , при яких функція  $P$  натягу досягає відносного мінімуму, необхідно прирівняти до нуля часткові похідні з усіх  $x_s$  від функції  $\Phi(P)$ , яка визначається як:

$$\Phi(P) = P + \lambda_1 \varphi_1 + \lambda_2 \varphi_2 + \dots + \lambda_n \varphi_n. \quad (15)$$

Достатньою умовою відносного мінімуму (16) є виконання таких умов:

$$AC - B^2 > 0, A > 0, \Psi - \Psi_0 = Adx_1^2 + 2Bdx_1dx_2 + Cdx_2^2 \dots,$$

де  $\Psi = P + \lambda_0 \varphi(x_1, x_2, \dots, x_m)$ . Коефіцієнти  $A, B, C$  визначаються як вирази, що залежать від часткових похідних другого порядку функції  $\Psi$  у точці  $(x_{01}, x_{02}, \dots, x_{0m})$  відносного мінімуму.

Подамо натяг ведучої гілки нитки як функцію:

$$P = F_1(P_{\Sigma 0}; \sum_{i=1}^n P_{ni}; \sum_{j=1}^{n_1} \Delta P_{1j}; \sum_{k=1}^{n_2} \Delta P_{2k}; d), \quad (16)$$

де  $d$  – поточний діаметр нитки.

Для розв'язку цієї задачі маємо два рівняння зв'язку:

$$\begin{cases} d = F_2(P_{\Sigma 0}), \\ \sum_{i=1}^n P_{ni} = F_3(d), \end{cases} \quad (17)$$

де  $F_2(P_{\Sigma 0}), F_3(d)$  – функції, що зв'язують між собою вибрані змінні.

З системи рівнянь (17) отримуємо:  $\varphi_1 = d - F_2(P_{\Sigma 0}) = 0, \varphi_2 = \sum_{i=1}^n P_{ni} - F_3(d) = 0$ .

З урахуванням (15) цільова функція буде мати такий вигляд:

$$\begin{aligned} \Phi(P) &= F_1(P_{\Sigma 0}; \sum_{i=1}^n P_{ni}; \sum_{j=1}^{n_1} \Delta P_{1j}; \sum_{k=1}^{n_2} \Delta P_{2k}; d) + \lambda_1 \varphi_1 + \lambda_2 \varphi_2 = \\ &= F_1\left(P_{\Sigma 0}; \sum_{i=1}^n P_{ni}; \sum_{j=1}^{n_1} \Delta P_{1j}; \sum_{k=1}^{n_2} \Delta P_{2k}; d\right) + \lambda_1 [d - F_2(P_{\Sigma 0})] + \lambda_2 [\sum_{i=1}^n P_{ni} - F_3(d)]. \end{aligned} \quad (18)$$

Визначимо часткові похідні функції  $\Phi(P)$  за відповідними змінними. Отримаємо систему диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Phi(P)}{\partial P_{\Sigma 0}} = \frac{\partial F_1(P_{\Sigma 0}; \sum_{i=1}^n P_{ni}; \sum_{j=1}^{n_1} \Delta P_{1j}; \sum_{k=1}^{n_2} \Delta P_{2k}; d)}{\partial P_{\Sigma 0}} + \lambda_1 \frac{\partial [d - F_2(P_{\Sigma 0})]}{\partial P_{\Sigma 0}} + \\ + \lambda_2 \frac{\partial [\sum_{i=1}^n P_{ni} - F_3(d)]}{\partial P_{\Sigma 0}} = 0, \\ \sum_{i=1}^n \frac{\partial \Phi(P)}{\partial P_{ni}} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial F_1(P_{\Sigma 0}; \sum_{i=1}^n P_{ni}; \sum_{j=1}^{n_1} \Delta P_{1j}; \sum_{k=1}^{n_2} \Delta P_{2k}; d)}{\partial P_{ni}} + \lambda_1 \sum_{i=1}^n \frac{\partial [d - F_2(P_{\Sigma 0})]}{\partial P_{ni}} + \\ + \lambda_2 \sum_{i=1}^n \frac{\partial [\sum_{i=1}^n P_{ni} - F_3(d)]}{\partial P_{ni}} = 0; \\ \sum_{i=1}^n \frac{\partial \Phi(P)}{\partial d} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial F_1(P_{\Sigma 0}; \sum_{i=1}^n P_{ni}; \sum_{j=1}^{n_1} \Delta P_{1j}; \sum_{k=1}^{n_2} \Delta P_{2k}; d)}{\partial d} + \lambda_1 \sum_{i=1}^n \frac{\partial [d - F_2(P_{\Sigma 0})]}{\partial d} + \\ + \lambda_2 \sum_{i=1}^n \frac{\partial [\sum_{i=1}^n P_{ni} - F_3(d)]}{\partial d} = 0; \end{cases} \quad (19)$$

З другого та третього рівнянь системи (21) визначимо значення множників Лагранжа:

$$\begin{cases} \lambda_2 = - \frac{\partial F_1(P_{\Sigma 0}; \sum_{i=1}^n P_{ni}; \sum_{j=1}^{n_1} \Delta P_{1j}; \sum_{k=1}^{n_2} \Delta P_{2k}; d)}{\partial [\sum_{i=1}^n P_{ni} - F_3(d)]} - \lambda_1 \frac{\partial [d - F_2(P_{\Sigma 0})]}{\partial [\sum_{i=1}^n P_{ni} - F_3(d)]}, \\ \lambda_1 = - \sum_{i=1}^n \frac{\partial F_1(P_{\Sigma 0}; \sum_{i=1}^n P_{ni}; \sum_{j=1}^{n_1} \Delta P_{1j}; \sum_{k=1}^{n_2} \Delta P_{2k}; d)}{\partial d - F_2(P_{\Sigma 0})} - \lambda_2 \sum_{i=1}^n \frac{\partial [\sum_{i=1}^n P_{ni} - F_3(d)]}{\partial d - F_2(P_{\Sigma 0})} \end{cases} \quad (20)$$

Розв'язуючи системи (20) спільно з першим рівнянням системи (19), отримуємо систему диференціальних рівнянь для визначення відносного мінімуму цільового функціонала (16).

Скористаємось виразами та системами (16)–(20) для компенсатора натягу з кільцем [1], для якого початкові залежності визначаються таким чином:

$$P = P_0 e^{2\mu\varphi}, P_0 \sin \varphi (1 + e^{2\mu\varphi}) = mg, P_0 = 0,04 + 0,02 \cos 40 t, m = 0,003 \text{ кг.},$$

$$y = \frac{L \sin \varphi - r}{\cos \varphi}, L = 0,02 \text{ м}, r = 0,001 \text{ м}. \tag{21}$$

Цільовий функціонал набуде вигляду:

$$\Phi = P_0 e^{2\mu\varphi} + \lambda_1 \left[ P_0 - \frac{mg}{\sin \varphi (1 + e^{2\mu\varphi})} \right]. \tag{22}$$

Як змінні обираємо натяг відомої гілки нитки та кут обхвату ниткою поверхні кільця. Відповідні часткові похідні визначимо з виразів:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Phi}{\partial P_0} = e^{2\mu\varphi} + \lambda_1 = 0, \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} = 2\mu P_0 e^{2\mu\varphi} + \lambda_1 \frac{mg[\cos \varphi (1 + e^{2\mu\varphi}) + \sin \varphi \cdot 2\mu e^{2\mu\varphi}]}{\sin^2 \varphi (1 + e^{2\mu\varphi})^2} = 0 \end{cases}, \tag{23}$$

З першого рівняння системи (23) визначимо  $e^{2\mu\varphi} = -\lambda_1$  та підставимо це значення у друге рівняння системи (23). Отримаємо:  $\lambda_1 = \frac{\cos \varphi - 2\mu \sin \varphi}{\cos \varphi} = 1 - 2\mu \operatorname{tg} \varphi$ , або

$$e^{2\mu\varphi} = 2\mu \operatorname{tg} \varphi - 1. \tag{24}$$

Отримане рівняння (24) є трансцендентним. Його розв'язком будуть абсциси точок перетину двох графіків:  $F_1 = e^{2\mu\varphi} + 1$ ;  $F_2 = 2\mu \operatorname{tg} \varphi$ . При  $\mu = 0,2$  були отримані такі значення для  $\varphi$ : 4,66 рад, 1,43 рад, -1,83 рад і т.і. Для інтервалу, що нас цікавить,  $\varphi = 1,43$  рад. Із рівняння (24), з урахуванням рівнянь (21), отримаємо вираз для визначення  $P_0$ :

$$P_0 = \frac{mg \cos \varphi}{2\mu \sin^2 \varphi}.$$

Мінімальне значення початкового натягу для кута  $\varphi = 1,43$  рад дорівнювало  $P_0 \cong 1,06$  сН. Однак в реальних умовах натяг відомої гілки змінюється у межах від 2 сН до 6 сН, що вже дозволяє зробити висновок про порушення умов мінімізації натягу нитки при використанні компенсатора з кільцем. Для визначення реального кута обхвату для різних значень натягу відомої гілки нитки  $P_0$  необхідно розв'язувати таке трансцендентне рівняння:

$$\sin \varphi (1 + e^{\mu\varphi}) - \frac{mg}{P_0} = 0. \tag{25}$$

Його розв'язками будуть абсциси точок перетину графіка функції:  $F_3 = \sin \varphi (1 + e^{\mu\varphi})$  і прямої  $F_4 = \frac{mg}{P_0}$ . Для діапазону, що нас цікавить, зміна натягу відомої гілки  $P_0$  від часу  $t$  залежить таким чином:

Таблиця 1

|                                    |       |      |      |       |      |      |       |      |       |       |      |
|------------------------------------|-------|------|------|-------|------|------|-------|------|-------|-------|------|
| $t, \text{ с}$                     | 0     | 0,1  | 0,2  | 0,3   | 0,4  | 0,5  | 0,6   | 0,7  | 0,8   | 0,9   | 1    |
| $P_0, \text{ сН}$                  | 6     | 2,69 | 3,71 | 5,69  | 2,08 | 4,82 | 4,85  | 2,08 | 5,67  | 3,74  | 2,66 |
| $\varphi, \text{ рад}$             | 0,24  | 0,51 | 0,38 | 0,25  | 0,66 | 0,29 | 0,29  | 0,66 | 0,25  | 0,37  | 0,52 |
| $\varphi_T, \text{ рад}$           | 0,37  | 0,42 | 0    | 0,72  | 0    | 0    | 0,84  | 0    | 0,32  | 0,68  | 0    |
| $\varphi - \varphi_T, \text{ рад}$ | -0,17 | 0,09 | 0,38 | -0,47 | 0,66 | 0,29 | -0,55 | 0,66 | -0,07 | -0,31 | 0,52 |
| $y, \text{ мм}$                    | -4,04 | 0,8  | 6,9  | -11,3 | 14,3 | 4,9  | -13,4 | 14,3 | -2,4  | -7,5  | 10,3 |

Значення  $\varphi$  визначають роботу компенсатора у статичних умовах, коли на переміщення кільця не впливають сили інерції. Значення  $\varphi_T$  визначають величину кута обхвату кільця ниткою у динамічних умовах. Зрозуміло, що, використовуючи різницю  $\varphi - \varphi_T$ , можливо визначити необхідне вертикальне переміщення кільця у для забезпечення умов компенсації

зміни вхідного натягу, що дозволить стабілізувати натяг після компенсатора (переміщення визначалось за формулою:  $y = \frac{20 \sin \varphi - 1}{\cos \varphi}$ ). Як бачимо з отриманих даних, ця величина

змінюється від 0,8 до 14,3 мм. У середньому можливо прийняти її рівною 7 мм.

При обмеженнях змінних у вигляді нерівностей класичні методи варіаційного дослідження знаходження оптимальних рішень є малоефективними [4]. Для оцінки ефективності роботи компенсатора з кільцем при зміні вхідного натягу  $P_0$  скористаємось методом Л.С. Понтрягіна – принципом максимуму [5].

Сутність принципу полягає в тому, що, якщо вектор рівнодійної сили оптимальний (забезпечує мінімум функції Понтрягіна), то енергетична функція Гамільтона  $H$  має максимум у відношенні до вектора рівнодійної сили в указаному інтервалі рівняння.

Функцію Гамільтона подамо у вигляді:

$$H = \sum_{j=1}^n P_j f_j, \quad (26)$$

де  $P_i$  – вектор кількості руху;  $f_i$  – функція, що зв'яже кінетичні параметри та силові фактори.

Враховуючи, що:

$$\frac{dP_i}{dt} = - \sum_{j=1}^n P_j \frac{\partial f_j}{\partial x_i}, \quad (i = 1, 2 \dots n), \quad (27)$$

можливо подати канонічне рівняння Гамільтона у вигляді:

$$\begin{cases} \frac{dx_i}{dt} = \frac{dH}{dP_i} \\ \frac{dP_i}{dt} = - \frac{dH}{dx_i} \end{cases} \quad (28)$$

Диференціальне рівняння руху кільця компенсатора має вигляд:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = F, \quad |F| < F_m, \quad (29)$$

де  $y$  – переміщення кільця при зміні натягу відомої гілки нитки  $P_0$ ;  $t$  – час;  $F$  – рівнодійна усіх сил, що діють на кільце при його вертикальному переміщенні, максимальне значення цієї сили  $F_m$ .

Завдання досліджень полягає у пошуку оптимального за швидкістю керування, при якому кільце переміститься з початкового положення в кінцеве за мінімальний час. Швидкість у початковому та кінцевому положеннях:  $\dot{y}(0) = \dot{y}(T) = 0$ .

Подамо (29) у вигляді:

$$y = x_1, \quad \frac{dy}{dt} = x_2,$$

отже:

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2, \quad \frac{dx_2}{dt} = x_2.$$

Функція Гамільтона визначається з виразу:

$$H = P_1 x_2 + P_2 F. \quad (30)$$

З урахуванням другого рівняння системи (28) спряжена система буде такою:

$$\begin{cases} \frac{dP_1}{dt} = 0, \\ \frac{dP_2}{dt} = -P_1 \end{cases}, \quad (31)$$

звідси:  $P_1 = C_1$ ,  $P_2 = C_2 - C_1 t$ ,  $C_1, C_2$ ; – деякі сталі. Максимальне значення функція Гамільтона буде мати, якщо співпадають знаки  $P_2$  та  $F$ .

$$F = F_m \text{ sign } P_2 = F_m \text{ sign } (C_2 - C_1 t), \quad (32)$$

Таким чином, оптимальна за швидкодією система є релейною, а рівнодійна сила має два граничних значення  $+F_m$  та  $-F_m$ . На першому етапі руху сила  $F$  направлена в напрямку руху. На другому етапі (за наявності інших сил опору) вона може бути спрямована у протилежний бік або дорівнюватиме нулю.

Початкова система диференціальних рівнянь руху для двох ділянок на прямолінійній вертикальній траєкторії має вигляд:

$$\begin{cases} V_1 dV_1 = \frac{dV_1}{dt} = \frac{F_m - mg}{m} \\ V_2 dV_2 = \frac{dV_2}{dt} = -g \end{cases} \quad (33)$$

де  $m$  – маса кільця,  $g$  – прискорення сили тяжіння.

Двічі проінтегруємо диференціальні рівняння системи (33):

$$\begin{cases} \frac{V_1^2}{2} = \frac{(F_m - mg)}{m} x_1 + C_1, \\ \frac{V_2^2}{2} = -gx_2 + C_2 = 0, \\ V_1 = \frac{(F_m - mg)}{m} t + C_3, \\ x_1 = \frac{(F_m - mg)}{2m} t^2 + C_3 t + C_5, x_2 = -\frac{gt^2}{2} + C_4 t + C_6 \end{cases} \quad (34)$$

де  $C_1...C_6$  – довільні сталі інтегрування.

Виходячи з початкових та граничних умов, отримаємо:

$$C_1 = \frac{V_{10}^2}{2} = 0, C_2 = \frac{V_{02}^2}{2}, V_1 = V_{02}, C_3 = 0, C_4 = gt_2, C_5 = C_6 = 0.$$

При  $t = t_1, x = x_1, t = t_2, x = x_2$ . Тоді з (34) будемо мати:

$$\begin{cases} \frac{(F_m - mg)}{m} x_1 = gx_2, x_1 = \frac{(F_m - mg)}{2m} t_1^2 \\ x_2 = \frac{gt_2^2}{2}, y_s = \frac{(F_m - mg)}{2m} t_1^2 + \frac{gt_2^2}{2} \end{cases} \quad (35)$$

де  $y_s$  – переміщення кільця з початкового положення в кінцеве. Тоді:

$$\frac{(F_m - mg)^2}{2m^2} t_1^2 = \frac{g^2 t_2^2}{2},$$

звідси

$$t_2^2 = \frac{(F_m - mg)^2}{m^2 g^2} t_1^2. \quad (36)$$

Визначимо значення  $t_1^2$  з урахуванням (37), (38):

$$y_s = \frac{(F_m - mg)}{2m} t_1^2 + \frac{(F_m - mg)^2}{2m^2 g} t_1^2,$$

або

$$t_1^2 = \frac{2m^2 g y_s}{F_m (F_m - mg)}. \quad (37)$$

Підставляємо (37) в (36) та визначаємо  $t_2^2$ :

$$t_2^2 = \frac{2y_s (F_m - mg)}{F_m g}, \quad (38)$$

Тоді час руху кільця при оптимальному управлінні становить:

$$\begin{aligned} T = t_1 + t_2 &= \sqrt{t_1^2 + t_2^2} + 2t_1 t_2 = \\ &= \sqrt{\frac{2m^2 g y_s}{F_m (F_m - mg)} + \frac{2y_s (F_m - mg)}{F_m g} + \frac{4m y_s}{F_m}} = \sqrt{\frac{2y_s F_m}{g(F_m - mg)}}. \end{aligned} \quad (39)$$



Виходячи з принципу оптимального керування, необхідно, щоб при зміні вхідного натягу  $P_0$  кільце переміщувалося за законом, що забезпечував би постійність величини  $P$  вихідного натягу (із збільшенням  $P_0$  повинен зменшуватись кут обхвату  $\varphi$ , і навпаки, зі зменшенням  $P_0$  повинно відбуватись збільшення  $\varphi$ ). При середньому значенні часу  $T = 0,1$  с;  $m = 0,003$  кг;  $g = 9,81$  м/с<sup>2</sup>;  $y_s = 0,007$  м з формули (39) отримуємо, що максимальне значення рушійної сили повинно дорівнювати  $F_m \cong 3$  сН. У нашому випадку максимальне значення складає 7÷12 сН. Це призводить до того, що компенсатор починає працювати нестабільно. При роботі компенсатора спостерігається порушення стабілізації натягу. Збільшення маси колечка з одного боку призводить до зниження коливань натягу, а з іншого – викликає зростання статичної складової натягу.

Для пластинчатого і тарільчатого нитконатягувачів [1] на основі принципу оптимального керування можливо отримати рівняння для визначення мінімального часу руху пластини або тарілки.

Аналогічно до (33), отримуємо:

$$\begin{cases} V_1 dV_1 = \frac{dV_1}{dt} = \frac{F_m}{m}, \\ V_2 dV_2 = \frac{dV_2}{dt} = -\frac{F_m}{m}, \end{cases} \quad (40)$$

де  $m$  – маса тарілки або пластини,  $F_m$  – максимальне значення рушійної сили (для пластинчатого нитконатягувача  $F_m = C_1 y_s$ ; для тарільчатого нитконатягувача  $F_m = (C_1 + C_2) y_s$ ).

Двічі інтегруємо систему диференціальних рівнянь (40)

$$\begin{cases} \frac{V_1^2}{2} = \frac{F_m}{m} x_1 + C_1, \quad \frac{V_2^2}{2} = -x_2 + C_2 = 0 \\ V_1 = \frac{F_m}{m} t + C_3, \quad V_2 = -\frac{F_m}{m} t + C_4 \\ x_1 = \frac{F_m}{2m} t^2 + C_3 t + C_5, \quad x_2 = -\frac{F_m}{2m} t^2 + C_4 t + C_6 \end{cases}, \quad (41)$$

де  $C_1 \dots C_6$  – довільні сталі інтегрування.

Виходячи з початкових та граничних умов, отримуємо:

$$C_1 = 0, \quad C_2 = \frac{V_0^2}{2}, \quad C_3 = 0, \quad C_4 = \frac{F_m}{m} t_2, \quad C_5 = C_6 = 0,$$

при  $t = t_1, x = x_1, t = t_2, x = x_2$ . Тоді з (41) будемо мати:

$$\begin{aligned} \frac{V_1^2}{2} &= \frac{F_m}{m} x_1, \quad \frac{V_0^2}{2} = \frac{F_m}{m} x_2 = \frac{V_1^2}{2}, \\ x_1 &= \frac{F_m}{2m} t_1^2, \quad x_2 = -\frac{F_m}{2m} t_2^2 + \frac{F_m}{m} t_2 t = \frac{F_m}{2m} t_2^2. \end{aligned}$$

Звідси отримуємо:  $x_1 = x_2, t_1 = t_2$ . Тоді:

$$y_s = x_1 + x_2 = \frac{F_m}{m} (t_1^2 + t_2^2) = \frac{F_m}{m} t_1^2, \quad (42)$$

З (42) визначимо час  $t_1$ :

$$t_1 = t_2 = \sqrt{\frac{y_s \cdot m}{F_m}}. \quad (43)$$

Отже, погрібний час  $T$ , з урахуванням (43), визначимо за формулою:

$$T = t_1 + t_2 = 2 \sqrt{\frac{y_s \cdot m}{F_m}}. \quad (44)$$

Для пластинчатого нитконатягувача  $m = 0,01$  кг. Після розрахунку за формулою (44) отримаємо значення  $T$  для тарільчатого нитконатягувача 0,003 с, а для пластинчатого нитконатягувача – 0,006 с.

Для пластинчатого нитконатягувача переміщення пластини виконується приблизно за 0,01 с, а для тарільчатого нитконатягувача – за 0,004 с. З цього випливає, що конструкції нитконатягуючих пристроїв не можуть забезпечити стабільну роботу нитконатягувачів при заданій силовій схемі навантаження силового елемента. Крім цього, дані нитконатягувачі не забезпечують стабілізацію натягу нитки після натяжного пристрою при зміні вхідного натягу  $P_0$ . Коефіцієнт нерівномірності натягу після нитконатяжних пристроїв

$$\delta = \frac{P_{\max} - P_{\min}}{P_{\text{cp}}}, \quad (45)$$

коливався у межах 0,8–0,9 ( $P_{\max}$  – максимальне значення натягу;  $P_{\min}$  – мінімальне значення натягу;  $P_{\text{cp}}$  – середнє значення натягу нитки). При повній стабілізації натягу  $\delta = 0$ .

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. *Гарбарук В.Н.* Проектирование трикотажных машин. – Л.: Машиностроение, 1980. – С.472.
2. *Хомяк О.Н., Пипа Б.Ф.* Повышение эффективности работы вязальных машин. – М.: Легпромбытиздат, 1990. – С. 208.
3. *Хомяк О.Н., Волощенко В.П.* Расчет надежности элементов машин при проектировании. – К.: Выща школа, 1988. – С. 167.
4. *Алексеев В.М., Галаев Э.М., Тихомиров В.М.* Сборник задач по оптимизации. Теория, Примеры. Задачи. – М.: Наука, 1984. – С. 288.
5. *Чинаев П.И.* Высшая математика. Специальные главы. – К.: Выща школа, 1981. – С. 368.

ЗДОРЕНКО Валерій Георгійович – кандидат технічних наук, доцент кафедри Автоматизації та комп'ютерних систем Київського національного університету технологій та дизайну.

Наукові інтереси:

– Машини та апарати легкої промисловості.

Тел.: 256-29-75.

Подано 3.06.2002