

УДК 621.396.96

**А.І. Коваленко, к.т.н.***Харківський військовий університет***С.О. Мар'їн, к.т.н., доц.***Харківський національний аерокосмічний університет***С.М. Піскунов, к.т.н., с.н.с.****В.М. Решетнік, к.т.н.***Харківський військовий університет***Д.М. Шостачук, асист.***Житомирський інженерно-технологічний інститут*

**МАТЕМАТИЧНА ФОРМАЛІЗАЦІЯ ЗАДАЧІ УПРАВЛІННЯ СПОСТЕРЕЖЕННЯМИ  
РАДІОЛОКАЦІЙНОЇ СТАНЦІЇ В РЕЖИМІ СУПРОВОДЖЕННЯ КОСМІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ З  
УРАХУВАННЯМ ПОМИЛОК ВИМІРІВ, ЩО ПОВІЛЬНО ЗМІНЮЮТЬСЯ**

*Проведено формалізацію задачі управління моментами проведення вимірів РЛС у режимі супроводження космічних об'єктів, що дозволяє врахувати при побудові оптимального плану спостережень вплив не тільки шумових, але і помилок вимірів, що повільно змінюються.*

Космічна обстановка в зоні відповідальності РЛС характеризується наявністю  $N$  космічних об'єктів (КО) з параметрами руху  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N$  відповідно. РЛС здійснює вимір координат КО (статистично зв'язаних з  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N$ ) у моменти часу  $t \in [0, T]$ ,  $k = 1, 2, \dots, L$ . У кожний момент часу існує своя сукупність параметрів  $\theta_1(t_k), \theta_2(t_k), \dots, \theta_N(t_k)$ . Відповідно результатом радіолокаційних спостережень у кожен момент часу є сукупність вимірів  $Z_1(t_k), Z_2(t_k), \dots, Z_N(t_k)$ .

Таким чином, у дискретні моменти часу  $t_1, t_2, \dots, t_L$ , розділених інтервалом  $\tau$ , спостерігаються (вимірюються) випадкові величини  $Z(t_1), Z(t_2), \dots, Z(t_L)$ , імовірні властивості яких залежать від параметрів  $\theta(t_k)$ , що спостерігаються. У загальному випадку імовірності властивості  $Z(t_k)$  можуть бути задані умовними щільностями розподілів імовірностей  $P_{t_k}(Z/\theta)$ .

При рішенні задачі управління супроводом КО РЛС будемо вважати, що щільності імовірностей  $P_{t_k}(Z/\theta)$  величин  $Z(t_k)$ , що спостерігаються, задані не цілком, а містять деякі параметри  $U(t_k)$  управління, що вибираються перед виміром  $Z(t_k)$  величини, а саме

$$P_{t_k}(Z/\theta) = P_{t_k}(Z/\theta, U). \quad (1)$$

Таким чином, перш ніж вимірювати випадкову величину  $Z(t_k)$ , повинен бути обраний параметр  $U(t_k)$  розподілу  $P_{t_k}(Z/\theta, U)$ . У результаті РЛС буде впливати на статистичні властивості величин, що спостерігаються, і повинна розпорядитися цією можливістю управління спостереженнями для найкращого рішення своєї кінцевої задачі – прийняття рішення про процес  $\theta(t_k)$ , що спостерігається до заданого моменту  $t_p$  часу (рубежі: селекції, цілерозподілу і т.п.), тобто одержати оцінки параметрів руху КО  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N$ , з точностями не нижче необхідних.

Отже, управління процесом супроводу КО у РЛС зводиться до перебування детермінованої послідовності матриць  $U(t_k)$ , елементи яких визначають конкретні задачі керованих параметрів у момент часу  $t_k$ .

Надалі, для рішення задачі управління енергетичними ресурсами РЛС, у режимі супроводу КО, під керованими параметрами будемо розуміти:

- тривалість зондувальних імпульсів;
- моменти проведення вимірів;
- число імпульсів, що інтегруються (накопичуються).

Вибравши керовані параметри РЛС, уведемо матрицю управління  $U = \|u(t_k)\|$ ,  $k = 0, 1, \dots, L - 1$ .

Шляхом завдання значень елементів цієї матриці  $U(t_k) = \|u_i(t_k)\|$  здійснюється управління РЛС за наступним правилом:

$$u_i(t_k) = \begin{cases} 1, & \text{провадиться вимірювання координат } i\text{-й цілі у момент часу } t_k; \\ 0, & \text{вимірювання не провадиться,} \end{cases} \quad (2)$$

де  $i = 1, 2, \dots, N$ .

Розглянемо питання про оптимізацію управління. У [1] показано, що управління режимом супроводження відповідає, у кінцевому рахунку, задачі прийняття рішень і повинне здійснюватися так, щоб за сукупністю значень  $U(t_k)$ ,  $Z(t_k)$  рішення про  $\theta(t_k)$  можна було приймати найкращим чином у відповідності до обраного критерію.

У [2] синтезований і обґрунтований показник якості для оптимізації управління спостереженнями в режимі супроводу – слід кореляційної матриці помилок оцінювання параметрів траєкторії КО:

$$I_u = \sum_{i=1}^N \sum_{k=0}^L \text{Sp}[B_i^T(t_k) \Psi_{si}^u(t_k)], \quad (3)$$

де  $B_i(t_k)$  – симетрична позитивно визначена матриця, що дозволяє врахувати неоднакову важливість помилок оцінювання різних складових вектора  $\hat{\theta}$  з погляду відверненого збитку [2].

$\text{Sp}[B^T, \Psi_s] = b_{11}\varphi_{11} + b_{22}\varphi_{22} + \dots + b_{nn}\varphi_{nn}$  – слід добутку матриць  $B^T$ ,  $\Psi_s$ ;

$b_{ik}\varphi_{ik}$  – елементи матриць  $B = \|b_{ik}\|$  і  $\Psi_s = \|\varphi_{ik}\|$ .

При управлінні процесом організації вимірів РЛС показник якості управління задається виразом (3). Він залежить тільки від елементів коваріаційної матриці помилок оцінок параметрів  $\Psi_{si}^u(t_k)$  траєкторій, вагових матриць  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N$ , параметрів управління  $U(t_k)$  і часу  $t_k$ . Тому у задачах управління вимірами роль змінної становища керованої РЛС грає фазова змінна  $\Psi_{si}^u(t_k)$ . Процес виміру координат РЛС при цьому описується системою рівнянь:

$$\begin{aligned} Z_i(t_k) &= H(t_k, U(t_k))\theta_i(t_k) + \Delta Z_i(t_k), \\ Z_i(t_0) &= Z_{i0}; \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad k = 0, 1, \dots, L. \end{aligned} \quad (4)$$

Тут  $H(t, U)$  – цілком відома матрична функція,  $\Delta Z$  – вектор похибок вимірювання.

Послідовність векторів  $\Delta Z$  містить шумові похибки і похибки вимірів, що повільно змінюються (ПВПЗ). При цьому рівняння для розрахунку кореляційних матриць відповідно до [3] має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} \Psi_{si}^u(t_{k+1}, t_k) &= F_i(t_{k+1}, t_k) \Psi_{si}^u(t_k, t_{k-1}) F_i^T(t_{k+1}, t_k) - u_i(t_k) [F_i(t_{k+1}, t_k) \Psi_{si}^u(t_k, t_{k-1}) \times \\ &\times F_i^T(t_{k+1}, t_k) H_i^T(t_k) K_i^T(t_k) + K_i^T(t_k) H_i(t_k) F_i(t_{k+1}, t_k) \Psi_{si}^u(t_k, t_{k-1}) F_i^T(t_{k+1}, t_k) - \\ &- K_i(t_k) \times H_i(t_k) F_i(t_{k+1}, t_k) \Psi_{si}^u(t_k, t_{k-1}) F_i^T(t_{k+1}, t_k) H_i^T(t_k) K_i^T(t_k) - K_i(t_k) \alpha_i(t_k) \times \\ &\times K_i^T(t_k) - K_i(t_k) L_i^T(t_k) - L_i(t_k) K_i^T(t_k)], \end{aligned} \quad (5)$$

де

$$\alpha_i(t_k) = R_{si}(t_k) - L_i^T(t_k) H_i^T(t_k) - H_i(t_k) L_i(t_k);$$

$$R_{si}(t_k) = R_i(t_k) + R_{imn}(t_k);$$

$$\Psi_{si}^u(t_1, t_0) = F_i(t_1, t_0) \Psi_{s0} F_i^T(t_1, t_0), \quad i = 1, 2, \dots, N;$$

$\Psi_{s0}$  – кореляційні матриці похибок оцінок параметрів КО у момент часу  $t_0$ ;

$R_i$  – кореляційна матриця шумових похибок вимірювань;

$R_{imn}$  – кореляційна матриця ПВПЗ;

$H_i$  – оператор відповідності параметрів, що вимірюються та оцінюються;

$L_i$  – матриця кореляційних моментів ПВПЗ.

$$\begin{aligned} K_i(t_k) &= [F_i(t_{k+1}, t_k) \Psi_{si}^T(t_k, t_{k-1}) F_i^T(t_{k+1}, t_k) H_i^T(t_k) - L_i(t_k)] \cdot [H_i(t_k) F_i(t_{k+1}, t_k) \times \\ &\times \Psi_{si}^T(t_k, t_{k-1}) F_i^T(t_{k+1}, t_k) H_i^T(t_k) + \alpha_i(t_k)]^{-1}; \end{aligned}$$

$K_i(t_k)$  – коефіцієнт підсилення фільтра.

Керуючі сигнали формуються, виходячи зі значень елементів  $u_i(t_k)$  матриці керування  $U = \|u_i(t_k)\|$ , що повинні визначитися при оптимізації керування функціонуванням РЛС у процесі супроводу КО. Згідно з (1) елементи матриці  $U$  приймають тільки значення, рівні одиниці чи нулю, тобто  $u_i(t_k) = \{0, 1\}$ .

Для формалізації задачі необхідно врахувати обмеження, що накладаються на процес управління РЛС у режимі супроводу КО:

1. Обмеження на енергетичний ресурс, виділений на супровід КО. Це обмеження обумовлене необхідністю рішення РЛС ряду інших задач радіолокаційного обслуговування КО. Математично дане обмеження представляється у вигляді:

$$\sum_{i=1}^L P_{\text{изл } i}(t_k) u_i(t_k) < P_{\text{доп } i}(t_k), \quad k = 0, 1, \dots, L - 1, \quad (6)$$

де  $P_{\text{изл } i}(t_k)$  – потужність, випромінювана РЛС у напрямку  $i$ -того КО;

$P_{\text{доп } i}(t_k)$  – припустима потужність зондувального сигналу, що може випромінювати РЛС, виходячи з виділеного ресурсу на супроводження;

$L$  – кількість дискрет часу на інтервалі супроводження.

2. Обмеження на число КО, що обслуговуються одночасно. Дане обмеження записується у вигляді:

$$\sum_{i=1}^L u_i(t_k) \leq 1. \quad (7)$$

Таким чином, використовуючи математичні формулювання показника якості управління (3) і обмеження (6), (7), що накладаються на процес управління, формалізуємо задачу мінімізації похибок оцінювання параметрів траєкторій усіх супроводжуваних цілей з урахуванням ПВПЗ на інтервалі супроводу. Цільова функція даної задачі може бути представлена у вигляді:

$$I_u = \sum_{i=1}^N \sum_{k=0}^L \text{Sp}[B_i^T(t_k) \Psi_{si}^u(t_k)] \longrightarrow \inf_{\{u\}}, \quad (8)$$

з обмеженнями

$$\begin{aligned} \Psi_{si}^u(t_{k+1}) &= \Phi[\Psi_{si}^u(t_k), U(t_k), \lambda(t_k), t_k], \quad i = 1, 2, \dots, N; \\ \sum_{i=1}^N u_i(t_k) &\leq 1, \quad k = 0, 1, \dots, L - 1; \\ u_i(t_k) &= \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad k = 0, 1, \dots, L - 1. \end{aligned} \quad (9)$$

Таким чином, задача (3) з обмеженнями (6), (7) приведена до відомої задачі управління спостереженнями, що відноситься до класу задач управління точністю оцінювання параметрів динамічних систем [4–8].

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. *Конторов Д.С., Голубев-Новожилов Ю.С.* Введение в радиолокационную системотехнику. – М.: Сов. радио, 1971. – 366 с.
2. *Кузьмин С.З.* Цифровая радиолокация. – К.: Издательство "КВІЦ", 2000. – 428 с.
3. *Михайлутич О.М., Пискунов С.Н.* Рекуррентное оценивание параметров траектории объекта по данным РЛС с учетом медленно меняющихся ошибок измерений // Радиотехника и информатика. – Харьков: ХГТУРЭ, № 3, 1998. – С. 16–19.
4. *Бажинев И.К., Покучаев В.Н.* Оптимальное планирование навигационных измерений. – М.: Машиностроение, 1975. – 241 с.
5. *Бакут П.А., Жулини Ю.В., Иванчук П.А.* Обнаружение движущихся объектов. – М.: Сов. радио, 1980. – 190 с.
6. *Kelley H.I., Kopp R.E., Moyer H.G.* Successive approximation techniques for trajectory optimization. Proc. of the Symp. on Vehicle System Optimization, № V, 1961.
7. *Казаков И.Е., Гладков Д.И.* Методы оптимизации стохастических систем. – М.: Наука, 1987. – 289 с.
8. *Пискунов С.Н., Решетник В.М., Коваленко А.И.* Оптимальное распределение энергетических ресурсов многопозиционного радиолокационного комплекса в режиме сопровождения воздушных объектов // Радиотехника и информатика. – Харьков: ХГТУРЭ, 1998. – С. 29–31.

КОВАЛЕНКО Андрій Іванович – кандидат технічних наук, начальник науково-дослідної лабораторії Наукового центру Військ ППО при Харківському військовому університеті.

Наукові інтереси:

– кібернетика.

Тел. 8-0572-371340.

МАР'ІН Сергій Олександрович – кандидат технічних наук, доцент Харківського національного аерокосмічного університету.

Наукові інтереси:  
– кібернетика.

ПІСКУНОВ Станіслав Миколайович – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник Наукового центру Військ ППО при Харківському військовому університеті.

Наукові інтереси:  
– кібернетика.  
Тел. 8-0572-122374.

РЕШЕТНИК Віктор Михайлович – кандидат технічних наук, начальник науково-дослідного відділу Наукового центру Військ ППО при Харківському військовому університеті.

Наукові інтереси:  
– кібернетика.  
Тел. 8-0572-371169.

ШОСТАЧУК Дмитро Миколайович – асистент кафедри автоматизації і комп'ютерних технологій Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:  
– магнетометричні системи орієнтації штучних супутників.

Подано 13.04.2002

**Коваленко А.І., Мар'їн С.О., Пискунов С.М., Решетник В.М., Шостачук Д.М.** Математична формалізація задачі управління спостереженнями радіолокаційної станції в режимі супроводження космічних об'єктів з урахуванням помилок вимірів, що повільно змінюються

**Коваленко А.И., Марьин С.А., Решетник В.М., Пискунов С.Н., Шостачук Д.М.** Математическая формализация задачи управления наблюдениями радиолокационной станции в режиме сопровождения космических объектов с учетом медленно меняющихся ошибок измерений

**Kovalenko A.I., Marjin S.A., Piskynov S.N., Shostachuk D.M.** Mathematical formalization of a problem of management of observations of radar-tracking station in a mode of support of space objects with allowance for slowly of varying errors of measurements

УДК 621.396.96

**Математическая формализация задачи управления наблюдениями радиолокационной станции в режиме сопровождения космических объектов с учетом медленно меняющихся ошибок измерений / А.И. Коваленко, С.А. Марьин, В.М. Решетник, С.Н. Пискунов, Д.М. Шостачук**

Проведена формализация задачи управления моментами проведения измерений РЛС в режиме сопровождения космических объектов, позволяющая учесть при построении оптимального плана наблюдений влияние не только шумовых, но и медленно меняющихся ошибок измерений.

УДК 621.396.96

**Mathematical formalization of a problem of management of observations of radar-tracking station in a mode of support of space objects with allowance for slowly of varying errors of measurements / A.I.Kovalenko, S.A. Marjin, S.N. Piskynov, D.M. Shostachuk**

The formalization of a problem of management of moment of realization of radar measurements in a mode of support of space objects permitting is conducted to take into account for want of construction of the optimum plan of observations influence not only noise, but also slowly of varying errors of measurements.