

**ПРИЛАДИ**

УДК 62-567

**В.В. Карачун, д.т.н., проф.  
Є.К. Кундеревич, к.т.н., доц.  
В.М. Мельник, к.т.н., доц.**

*Національний технічний університет України "КПІ"*

**ВИЗНАЧЕННЯ ВЛАСНИХ ЧАСТОТ КЕРОВАНОГО ВІБРОІЗОЛЯТОРА  
ПРЕЦИЗІЙНОГО ОБЛАДНАННЯ КОРЕНЕВИМ МЕТОДОМ**

*Для певної структури зворотного зв'язку керованого віброізолятора електродинамічного типу обґрунтована необхідність узгодженого вибору його параметрів. Отримано формули для наближеного визначення коренів характеристичного рівняння керованого віброізолятора, які дають можливість аналітичної оцінки впливу параметрів віброізолятора на розподіл його власних частот. Дослідження проводяться у відносних параметрах, що дає змогу узагальнити їх результати.*

Низькочастотна вібрація є однією з причин суттєвого зменшення точності прецизійного навігаційного обладнання. Використання для захисту від зовнішнього вібраційного збурення систем пасивної віброізоляції у цьому випадку в переважній більшості позитивного ефекту не дає, в основному, внаслідок неможливості забезпечення порівняно низьких власних частот систем віброізоляції. Введення в ці системи "фіктивних" параметрів [1] – інерційної маси, відновлювальної сили та сили опору за допомогою системи керування дозволяє зменшити власну частоту віброізолятора, а отже, і інтенсивність вібраційного збурення, що діє на навігаційне обладнання, і, як наслідок, підвищити його точність.

Математична модель. На рис. 1 представлена схема керованого віброізолятора гіротеодоліта

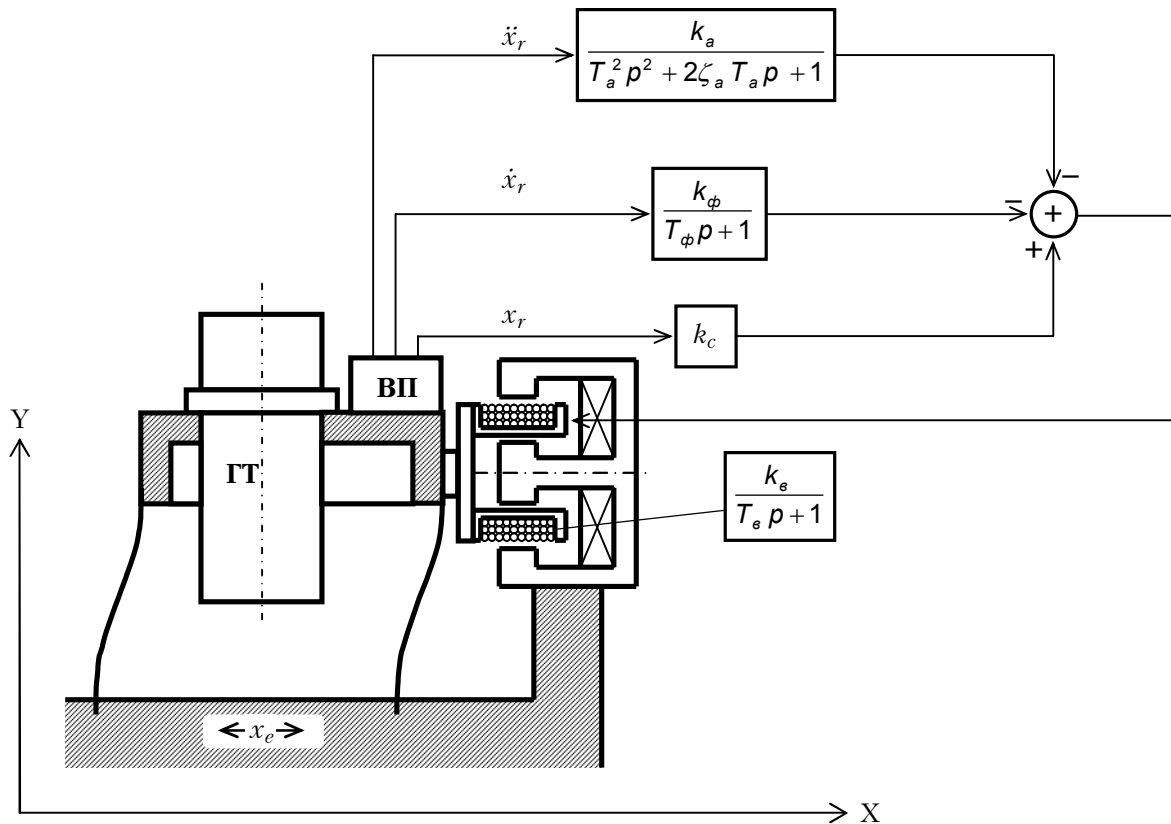


Рис. 1

(ГТ), побудованого на вертикально встановлених плоских пружинах, з виконавчим механізмом електродинамічного типу (ЕДВ) і зворотним зв'язком, пропорційним абсолютному прискоренню корпусу ГТ та його переміщенню і швидкості відносно рухомої основи. У відповідності до

прийнятого алгоритму керування до складу вимірювального пристрою (ВП) віброізолятора входять акселерометр та вимірювачі відносної швидкості і відносного переміщення ГТ. З фізичної точки зору сигнали акселерометра та вимірювача відносного переміщення використовуються для збільшення інерційної маси ГТ і зменшення жорсткості його пружного зв'язку з основою відповідно, а сигнал вимірювача відносної швидкості – для збільшення демпфування низькочастотних коливань корпусу ГТ. З метою зменшення впливу керованого демпфування на ефективність віброізоляції в області високих частот в ланцюгу вимірювача відносної швидкості встановлено фільтр низької частоти (ФНЧ) зі сталою часу  $T_\phi$ . Враховуючи динаміку акселерометра і виконавчого механізму, система рівнянь керованого віброізолятора приймає вигляд:

$$\begin{aligned} m \ddot{x} + b \dot{x} + cx - x \dot{i} &= b \dot{x}_e + c x_e, \\ v \dot{x} - k_n x + L \frac{di}{dt} + R i + U_a + U_\phi &= v \dot{x}_e - k_\phi x_e, \\ -k_a \ddot{x} + T_a^2 \ddot{U}_a + 2\zeta T_a \dot{U}_a + U &= 0, \\ -k_\phi \dot{x} + T_\phi \dot{U}_\phi + U_\phi &= -k_\phi x_e, \end{aligned} \tag{1}$$

де  $x$  та  $x_e$  – переміщення корпусу ГТ і рухомої основи відносно системи координат ОХУ;  $U_a$  і  $U_\phi$  – вихідні напруги акселерометра і ФНЧ;  $L$  і  $R$  – індуктивність і активний опір обмотки рухомої котушки ЕДВ;  $v$  – коефіцієнт електромагнітного зв'язку;  $m$  – маса приладу;  $b$  і  $c$  – коефіцієнти опору і жорсткості пружного зв'язку ГТ з основою;  $T_a$  і  $\zeta_a$  – стала часу і відносний коефіцієнт згасання акселерометра;  $k_a$ ,  $k_\phi$  і  $k_n$  – статичні коефіцієнти передачі акселерометра, ФНЧ і вимірювача відносного переміщення відповідно;  $T_\phi$  – стала часу ФНЧ.

**Стійкість.** З метою аналізу впливу параметрів зворотного зв'язку на стійкість керованого віброізолятора представимо його характеристичне рівняння у безрозмірному вигляді:

$$\begin{aligned} \xi \eta \chi^2 v^6 + (2\zeta_a \chi \xi \eta + 2\zeta_o \xi \eta \chi^2 + \chi^2 \xi + \chi^2 \eta) v^5 + \\ + (\xi \zeta + \chi^2 + \xi \eta \chi^2 + 2\zeta_a \chi \xi + 2\zeta_a \chi \eta + 4\zeta_o \zeta_a \chi \xi \eta + 2\zeta_o \chi^2 \xi + 2\zeta_o \chi^2 \eta + \\ + 2\zeta_o \chi^2 \eta) v^4 + (\xi + \eta + 2\zeta_a \chi + 2\zeta_a \chi \xi \eta + 2\zeta_o \eta \xi + 2\zeta_o \chi^2 + \chi^2 \xi + \chi^2 \eta + \\ + 4\zeta_o \zeta_a \chi \xi + 4\zeta_o \zeta_a \chi \eta + \eta k_m + 2\zeta_y \chi^2 + 4\zeta_o \zeta_a \chi \eta + 2\zeta_o \chi^2 - \chi^2 \eta k_c) v^3 + \\ + (1 + \xi \eta + \chi^2 + 2\zeta_o \xi + 2\zeta_o \eta + 4\zeta_o \zeta_a \chi + 2\zeta_a \chi \xi + 2\zeta_a \chi \eta + k_m + \\ + 4\zeta_y \zeta_a \chi + 2\zeta_o \eta - \chi^2 k_c + 4\zeta_o \zeta_a \chi - 2\zeta_a \chi \eta k_c) v^2 + \\ + (2\zeta_o + \xi + \eta + 2\zeta_o \chi + 2\zeta_y + 2\zeta_s - \eta k_c - 2\zeta_a \chi k_c) v + 1 - k_c = 0, \end{aligned} \tag{2}$$

де  $T_o = L/R$  – стала часу електричної обмотки рухомої котушки ЕДВ;  $T_o = (m/c)^{0,5}$  і  $\zeta_o = (b/2) \times (m \cdot c)^{0,5}$  – стала часу та відносний коефіцієнт згасання пасивного віброізолятора відповідно;  $\chi = T_a/T_o$ ,  $\xi = T_b/T_o$  і  $\eta = T_\phi/T_o$ , – відношення сталей часу акселерометра, ЕДВ та ФНЧ відповідно до сталої часу пасивного віброізолятора;  $\zeta_o = v^2/2T_o cR$  і  $\zeta_y = vk_\phi/2T_o cR$  – відносні коефіцієнти згасання, обумовлені ЕДВ і ФНЧ;  $v$  – відношення коренів характеристичного рівняння до власної частоти пасивного віброізолятора  $\omega_o = 1/T_o$ ;  $k_c = vk_n/cR$  і  $k_m = vk_a/mR$  – коефіцієнти, які з фізичної точки зору характеризують компенсацію пружного зв'язку ГТ з основою і збільшення його інерційної маси відповідно.

З метою визначення можливих значень параметрів окремих елементів зворотного зв'язку побудуємо границі стійкості у площині параметрів  $\chi - k_m$ . При цьому, враховуючи, що позитивний зворотний зв'язок може призвести до втрати стійкості керованого віброізолятора, прийемо  $k_c \leq 0,7$ . Параметри  $\zeta_y$  і  $\eta$  будемо розраховувати в залежності від значення  $k_m$ , виходячи з умови забезпечення малих резонансних низькочастотних коливань ГТ (без урахування динаміки акселерометра, ЕДВ та ФНЧ) і малого впливу керованого демпфування на ефективність віброізоляції в області частот  $\omega > \omega_e$ , де  $\omega_e$  – нижня границя робочого діапазону частот збурення. Прийемо подалі, що загальний відносний коефіцієнт згасання парціальних низькочастотних коливань керованої системи близький до  $\zeta_\Sigma \approx 0,707$ , а частота зрізу ФНЧ визначається як середнє геометричне між власною частотою керованої системи, розрахованої без урахування динаміки акселерометра, ЕДВ та ФНЧ, і нижньою границею частот збурення. Тоді

$$\eta = \sqrt{\frac{1}{\beta\delta}}, \tag{3}$$

$$\zeta_y = \zeta_\Sigma \sqrt{(1+k_m)(1-k_c)} - \zeta_\sigma - \zeta_o - \frac{1}{2}\eta(1-k_c),$$

де  $\beta = \omega_z/\omega_o$  – відношення нижньої границі частот збурення до власної частоти пасивного віброізолятора;  $\delta = [(1 - k_c)/(1 + k_m)]^{0,5}$  – відношення власної кутової частоти керованого віброізолятора без урахування динаміки акселерометра, ЕДВ та ФНЧ до власної частоти пасивного віброізолятора.

Таким чином, стала часу і коефіцієнт передачі ФНЧ змінюються разом з  $k_m$  і  $\chi$ , а границі стійкості визначають не тільки власне стійкість системи, але дозволяють оцінити і характер його низькочастотних коливань. Необхідність узгоджувального вибору динаміки ЕДВ та акселерометра наочно ілюструють границі стійкості, представлені на рис. 2.

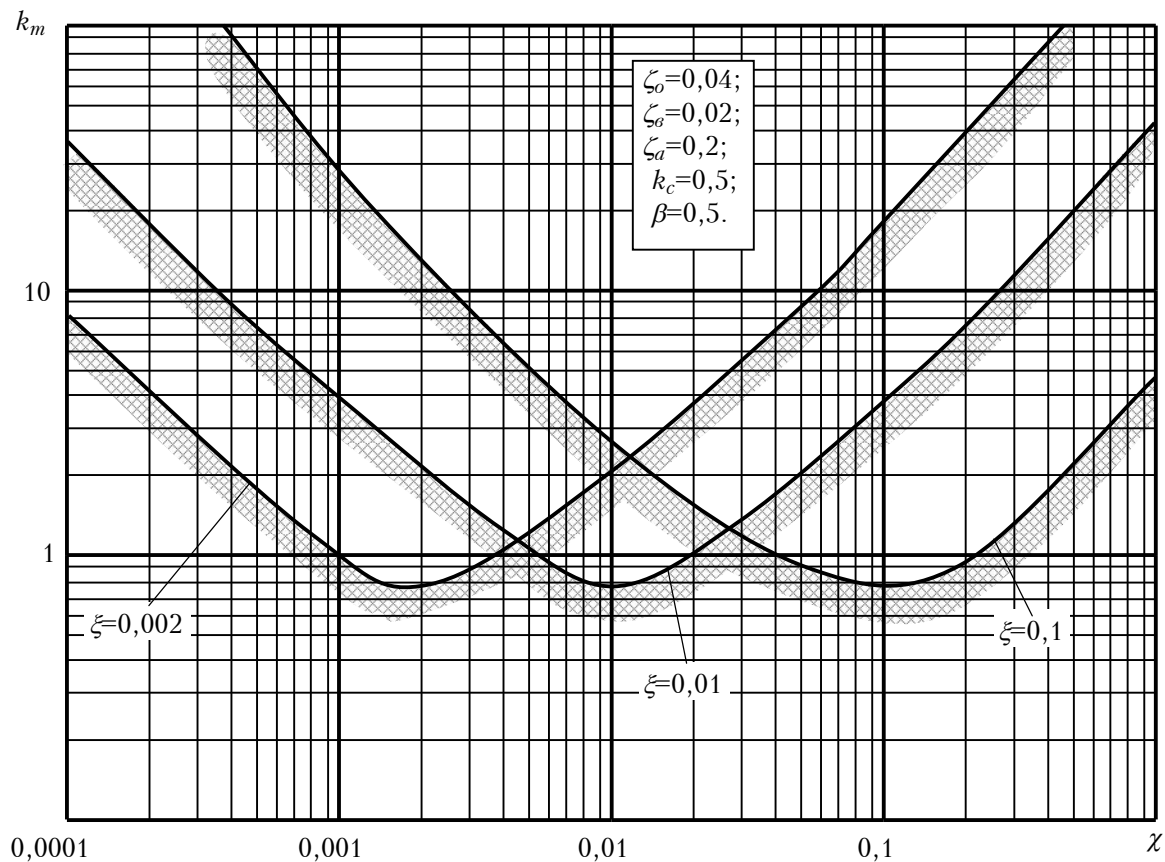


Рис. 2

На рис. 3 представлені аналогічні границі, але які характеризують вплив демпфування акселерометра на стійкість керованого віброізолятора. При побудові границь стійкості використано алгоритмизований критерій Рауса. Безпосередній процес побудови границь сталості, реалізований у програмному забезпеченні, включає такі етапи:

1. Завдання незалежних параметрів  $\xi$ ,  $\zeta_a$ ,  $\zeta_o$ ,  $\zeta_\sigma$ ,  $k_c$  і  $\beta$ .
2. Цикл:
  - 2.1. Завдання змінних параметрів  $k_m$  і  $\chi$ .
  - 2.2. Визначення за формулою (3)  $\eta$  і  $\zeta_y$ .
  - 2.3. Розрахунок для визначених  $k_m$ ,  $\chi$ ,  $\eta$  і  $\zeta_y$  коефіцієнтів матриці Рауса та перевірка їх відповідності критерію сталості.
  - 2.4. Формування матриці “сталості” для заданих значень змінних  $k_m$  і  $\chi$ .
3. Побудова границь сталості.

Як видно з представлених границь стійкості, найменше можливе значення  $k_m$  має місце при

$T_a \approx T_\sigma$ . Таким чином, для підвищення ефективності віброізоляції, яка залежить від величини  $k_m$ , необхідно збільшувати співвідношення між власною частотою акселерометра та частотою електричної обмотки рухомої котушки ЕДВ. Також необхідно суттєво збільшувати демпфування акселерометра.

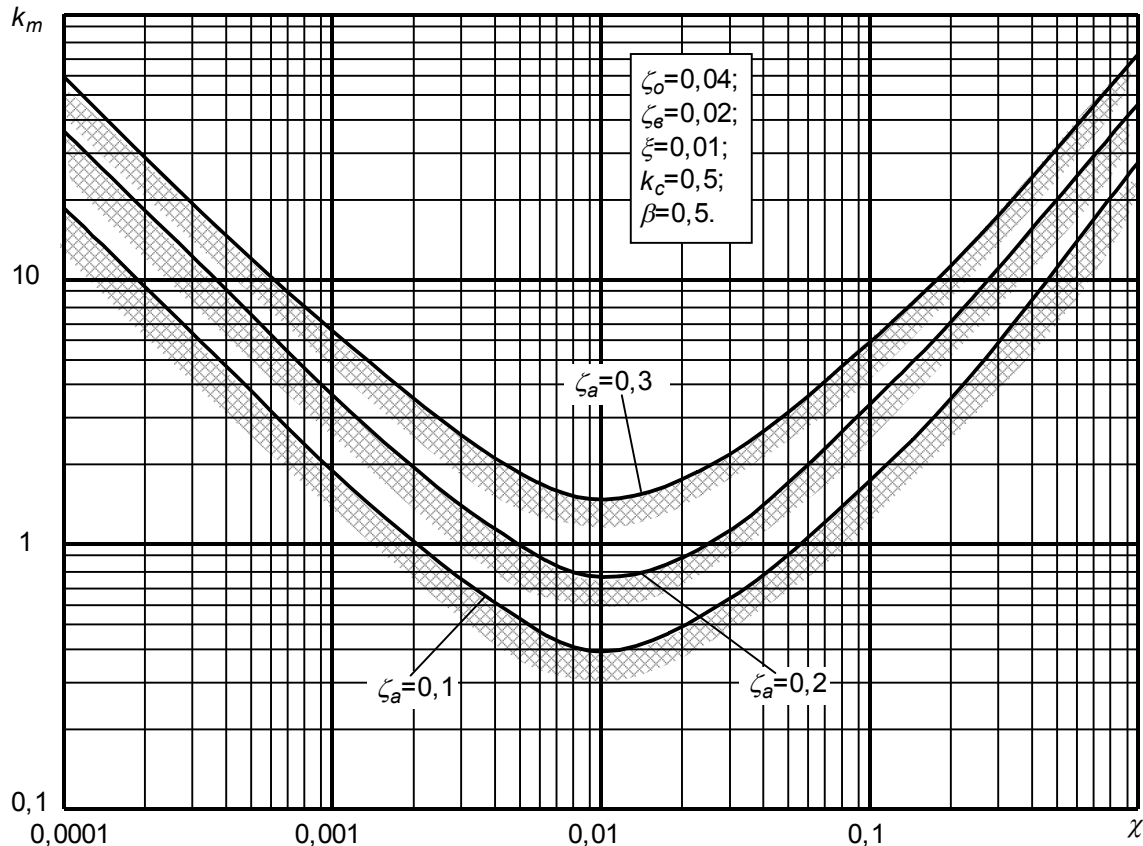


Рис. 3.

**Власні частоти.** Найбільшу практичну цікавість має область, яка розташована в безпосередній близькості до границі, що обмежує “зверху” коефіцієнт  $k_m$ . Вибір параметрів зворотного зв’язку всередині цієї зони забезпечує близький до бажаного характер низькочастотних коливань ГТ. У цьому випадку корені характеристичного рівняння (2) розділяються на дві групи – низькочастотні –  $v_{1,2,3}$ , які обумовлені динамікою ФНЧ і пружного зв’язку, та високочастотні –  $v_{4,5,6}$ , які обумовлені динамікою ЕДВ і акселерометра. Беручи до уваги реальні співвідношення між параметрами керованого віброізолятора –  $\zeta_o \ll 1$ ,  $\zeta_e \ll 1$ ,  $\xi \ll \eta$  і  $\chi \ll \eta$ , для наближеного визначення низькочастотних коренів можна скористатись рівнянням:

$$\eta(1+k_m)v^3 + (1+k_m)v^2 + [\eta(1-k_c) + 2(\zeta_y + \zeta_e + \zeta_o)]v + 1 - k_c = 0. \tag{4}$$

З метою підвищення точності визначення наближених коренів використаємо процедуру піднесення у квадрат коренів рівняння (4) [2]. Отримаємо вирази для наближеного розрахунку малих коренів:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} v_{1,2} &= \frac{1}{2\eta} \left( \sqrt{\frac{2\Delta\eta}{1+k_m}} - 1 - 1 \right), \\ |v_{1,2}|^2 &= \frac{1-k_c}{1+k_m} \left( \frac{2\eta\Delta}{1+k_m} - 1 \right)^{\frac{1}{2}}, \\ v_3 &= -\frac{1}{\eta} \sqrt{\frac{2\Delta\eta}{1+k_m}} - 1, \end{aligned} \tag{5}$$

де  $\Delta = 2(\zeta_y + \zeta_o + \zeta_e) + \eta(1 - k_c)$ . Точність визначення модулів низькочастотних коренів за виразами (5) тим вища, чим менше відносний коефіцієнт згасання  $\zeta_\Sigma$  відрізняється від значення 0,707.

Вирази для наближеної оцінки височастотних коренів залежать від співвідношення між  $\chi$  і  $\xi$ . При  $\chi \gg \xi$  ( $T_a \gg T_o$ ) рівняння для їх визначення приймає вигляд:

$$\xi \chi^2 v^6 + \chi^2 v^5 + 2\zeta_a \chi v^4 + (1 + k_m) v^3 = 0,$$

звідки

$$v_{4,5} = -\frac{\zeta_a}{\chi} + \frac{\xi(1+k_m)}{2\chi^2} \mp j \frac{1}{\chi\sqrt{1+k_m}},$$

$$|v_{4,5}| = -\frac{1+k_m}{\chi^2},$$

$$v_6 = -\frac{1}{\xi},$$
(6)

а при  $\xi \gg \chi$  ( $T_b \gg T_a$ )

$$\xi \chi^2 v^6 + 2\zeta_a \xi \chi v^5 + \xi v^4 + (1+k_m) v^3 = 0,$$

звідки

$$v_{4,5} = -\frac{1}{4\zeta_a \chi} + \frac{1+k_m}{8\zeta_a^2 \xi} \pm j \sqrt{\frac{1+k_m}{2\zeta_a \chi \xi}},$$

$$|v_{4,5}| = -\frac{1+k_m}{\xi},$$

$$|v_6|^2 = -\frac{1}{\chi^2}.$$
(7)

Формули (5), (6) та (7) дають можливість аналітичної оцінки впливу параметрів елементів зворотного зв'язку на розподіл власних частот керованого віброізолятора прецизійного приладного устаткування. Вони можуть бути використані як один з перших кроків вибору параметрів, в тому числі і параметрів елементів зворотного зв'язку, при розроблянні керованого віброізолятора при відомих параметрах зовнішнього збурення, необхідної ефективності віброізоляції та параметрах прецизійного обладнання.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Фролов К.В. Уменьшение амплитуды колебаний резонансных систем путём управляемого изменения параметров // Машиноведение. – 1965. – № 3. – С. 38–42.
2. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. – М.: Наука, 1966.– 664 с.

КАРАЧУН Володимир Володимирович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри біотехніки та інженерії Національного технічного університету України “КПІ”.

Наукові інтереси:

– динаміка бортової апаратури носіїв.

КУНДЕРЕВИЧ Євген Костянтинівич – кандидат технічних наук, доцент кафедри біотехніки та інженерії Національного технічного університету України “КПІ”.

Наукові інтереси:

– віброзахист прецизійного обладнання.

МЕЛЬНИК Вікторія Миколаївна – кандидат технічних наук, доцент кафедри біотехніки та інженерії Національного технічного університету України “КПІ”.

Наукові інтереси:

– динаміка механічних систем носіїв.

Подано 21.02.2002

**Карачун В.В., Кундеревич Є.К., Мельник В.М.** Визначення власних частот керованого віброізолятора прецизійного обладнання кореневим методом

**Карачун В.В., Кундеревич Е.К., Мельник В.Н.** Определение собственных частот управляемого виброизолятора прецизионного оборудования корневым методом.

**Karachun V.V., Kunderevych Y.K., Melnik V.N.** Definition of natural frequency of highly precise equipment controlled vibration isolator by a root method.

УДК 62-567

**Определение собственных частот управляемого виброизолятора прецизионного оборудования корневым методом / В.В. Карачун, Е.К. Кундеревич, В.Н. Мельник**

Для определённой структуры обратной связи управляемого виброизолятора обоснована необходимость согласованного выбора его параметров. Получены формулы для приближённого определения корней характеристического уравнения управляемого виброизолятора, которые дают возможность аналитической оценки влияния параметров виброизолятора на распределение его собственных частот. Исследования проводятся в относительных параметрах, что даёт возможность обобщить их результаты.

УДК 62-567

**Definition of natural frequency of highly precise equipment controlled vibration isolator by a root method / V.V. Karachun, Y.K. Kunderevych, V.N. Melnik**

It has been proved the necessity of agreed choice of the parameters of feedback controlled vibration isolator given structure. It has been obtained formulas for the approached definition of characteristic equation roots of controlled vibration isolator which enabled an analytical estimation of influence of vibration isolator parameters on distribution of natural frequency. The researches were carried out in relative parameters, which enabled to generalize their results.

УДК 62-567

**В.В.Карачун, Е.К.Кундеревич, В.Н.Мельник.** Determination of own frequencies control;steer;rule;pilot;navigate;manage;govern;drive-мого виброизолятора прецизионного equipment by the root method.

For determined structures of feedback operated виброизолятора motivated need of coordinated choice of its parameters. Received formulas for приближённого determinations a cortex of indicative equation operated виброизолятора, which enable an analytical evaluation of influence of parameters виброизолятора on distribution of its own frequencies. Studies are conducted in relative parameters that enables to generalise their results. Socrat

УДК 62-567

**V.V.Karachun, Y.K.Kunderevych, V.N.Melnik.** Definition of natural frequency of highly precise equipment controlled vibration isolator by a **root** method.

It has been proved the necessity of agreed choice of the parameters of feedback controlled vibration isolator given structure. It has been obtained formulas for the approached definition of characteristic equation roots of controlled vibration isolator which enabled an analytical estimation of influence of vibration isolator parameters on distribution of natural frequency. The researches were carried out in relative parameters, which enabled to generalize their results.