

О.А. Громовий, асист.
П.П. Мельничук, к.т.н., доц.
Житомирський інженерно-технологічний інститут
В.Б. Струтинський, д.т.н., проф.
Національний технічний університет України "КПІ"

КОРЕЛЯЦІЙНИЙ ТА СПЕКТРАЛЬНИЙ АНАЛІЗИ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНО ВИЗНАЧЕНИХ ПРОФІЛОГРАМ ПОВЕРХНІ, ОБРОБЛЕНОЇ ЧИСТОВИМ ТОРЦЕВИМ ФРЕЗЕРУВАННЯМ

На основі експериментальних досліджень мікрогеометрії обробленої поверхні при чистовому торцевому фрезеруванні проведений кореляційний та спектральний аналізи отриманих профілограм. Показана відповідність символної залежності, яка описує профілограму, та її розклад у вигляді відрізка ряду Фур'є, знайдені статистичні параметри реалізації профілю обробленої поверхні.

Для детального аналізу випадкового процесу чистового торцевого фрезерування (рис. 1) виконана його обробка засобами пакета MathCAD [1]. Профілограма обробленої поверхні, зокрема, профілограма, наведена на рис. 2, за допомогою аналого-цифрового перетворювача, приведена до набору векторів v_1, v_2, \dots, v_5 . Числові значення компонент векторів, сформованих в пакеті MathCAD, наведені на рис. 3. Із п'яти окремих векторів формується один вектор-стовпець v_{12} розмірністю 175. Для отримання символної залежності для опису профілограми виконана інтерполяція точкових значень профілограми кубічними сплайнами. Фрагмент документу MathCAD, призначений для реалізації даної процедури, та графічна інтерпретація результатів розрахунків наведені на рис. 4.

Одержана неперервна символна залежність задовільно описує профілограму обробленої поверхні. Це впливає з порівняння графіків: експериментально визначеного (рис. 2) і розрахованого шляхом інтерполяції (рис. 4).

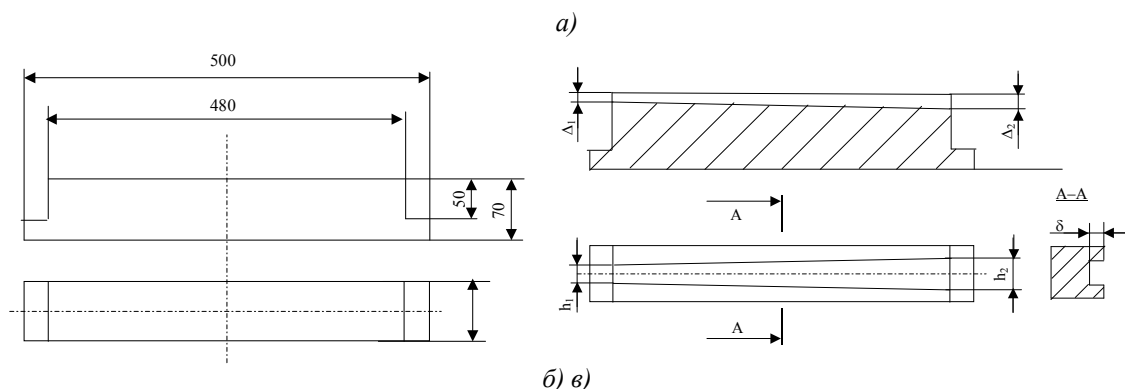
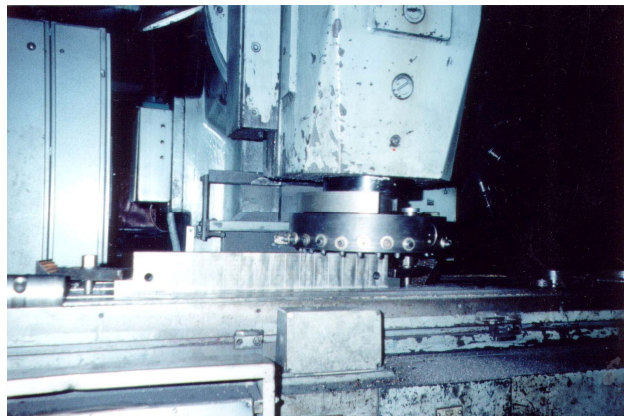


Рис. 1. а) закріплення заготовки на столі верстата при чистовому торцевому фрезеруванні; б), в) – заготовки, які використовувались при дослідженнях процесу обробки фрезами косокутного різання

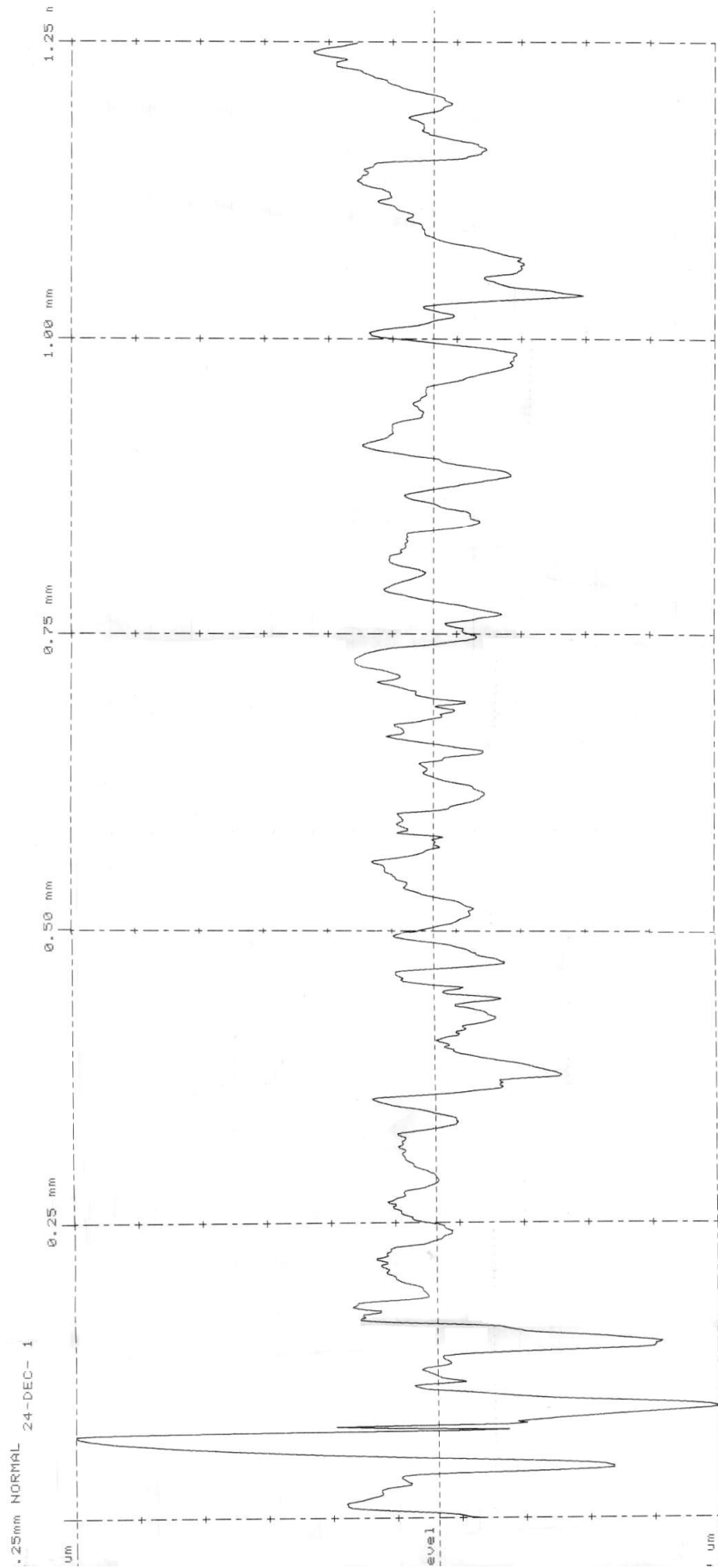


Рис. 2. Профілограма поверхні обробленої чистовим торцевим фрезеруванням

Неперервна символна залежність використана для одержання масиву точкових значень профілограми I_y , який нараховує 1250 складових. Це відповідає визначенню значення ординат профілю з дискретністю 1 мкм за довжиною при загальній базовій довжині 1,25 мм. Одночасно формується масив аргументів профілограми I_x , який включає поздовжні координати точок в межах базової довжини, визначені з дискретністю 1 мкм. Документ MathCAD, який включає процедуру знаходження точкових координат профілограми, наведений на рис. 5.

Із порівняння графіків символної залежності та стовпчастої діаграми точкових значень координат профілю впливає їх точна кількісна та якісна відповідність.

$v1 :=$	$v2 :=$	$v3 :=$	$v4 :=$	$v5 :=$
-0.8	0	0.4	-1	0.8
-1.25	0.8	-0.5	-0.2	1
1.75	1	-0.9	-1.5	0
1.3	1	-0.8	-1	-0.4
0.8	0.7	0	0.2	0
0.5	0	0.8	1	-3
-4.3	0	0.85	0.8	-2.5
-1.4	0.6	1	0.3	-1.2
5.5	0.8	1.5	0.8	-2.1
8.5	0.8	0.4	1	-2.2
5.5	0.8	-0.1	0.7	-2
0	0.5	0	0.65	-1.2
-3	-0.5	0.9	0.6	-0.2
-6	-0.4	0.9	-0.9	0.2
-5.8	0.4	0.8	-1	0.3
-1	1.5	-0.4	-0.8	0.4
0.3	-1	-1.1	0.2	0.8
0	-1.6	-1.2	0.7	1.1
0	-3.1	-0.3	-0.2	1
-0.2	-2.5	0.2	-1.5	1.8
-1.25	-1.4	0.2	-1.8	1.8
-5.4	-0.4	-0.2	-0.2	1.5
-3.8	-0.2	-1.2	0.8	0
-1.3	-0.3	0.3	1.8	-2.3
1.9	-0.8	0.8	1	-1
1.5	-1.4	0.9	0.9	0
2	-1.2	-0.1	0.8	0.2
0.2	-0.5	-0.5	0.2	0.5
0.3	-0.2	-0.8	0.4	-0.2
1	-0.2	0.4	0.2	-0.4
1.2	0.8	1	0.2	0
1.2	0.7	0.8	-0.8	0.8
1.3	-1.7	1.1	-1.2	1.2
0.9	-1	2	-1.9	1.8
-0.2	-0.4	1.7	-2	-0.8

Рис. 3. Числові значення ординат експериментальної профілограми обробленої поверхні, які відповідають п'яти ділянкам профілю, наведеного на рис. 1б, 1в.

```

v12 := stack(v1, v2)   v13 := stack(v12, v3)
v14 := stack(v13, v4) v15 := stack(v14, v5)

i := 0.. 174           n := rows(v15)
x15i := i · 1.25 ·  $\frac{1}{174}$    n := 175
vs := cspline(x15, v15)
f(x) := interp(vs, x15, v15, x)

```

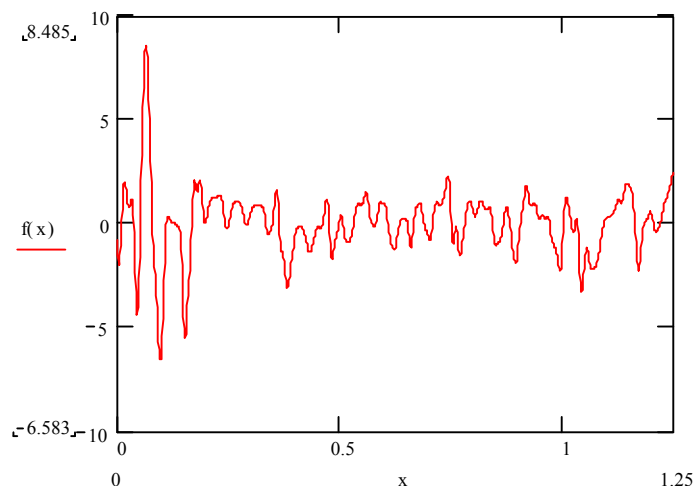


Рис. 4. Фрагмент документа MathCAD, в якому формується вектор точкових значень профілограми $v12$ і виконується інтерполяція точкових значень кубічними сплайнами з отриманням символічної залежності $f(x)$, що описує профіль обробленої поверхні, та графічне виведення результатів розрахунків

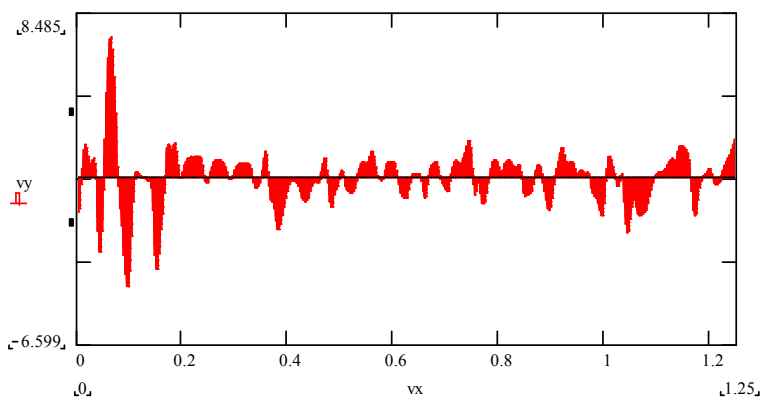
```

j := 0.. 1250
vxj := j · 0.001
vyj := f(vxj)

```

	0
0	-0.8
1	-1.429
2	-1.83
3	-2.029
4	-2.051
5	-1.923
6	-1.672
7	-1.323
8	-0.902
9	-0.436
10	0.05
11	0.529
12	0.976
13	1.363
14	1.665
15	1.858

a)



б)

Рис. 5. Фрагмент документа MathCAD, в якому формується масив точкових координат профілограми для 1250 точок із символічної залежності: а – графік неперервної символічної залежності; б – стовпчаста діаграма, яка відповідає масиву точкових координат профілограми

Масив точкових значень координат гістограми використаний для знаходження різних статистичних характеристик профілограми. Зокрема, знайдені закони розподілу ординат профілю. Для цього використані стандартні процедури пакета MathCAD. На рис. 6 наведені обчислення гістограми розподілу ординат профілю за допомогою пакета MathCAD.

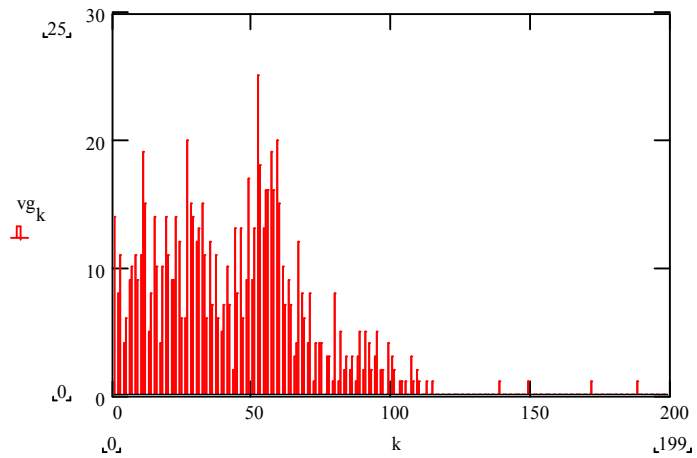
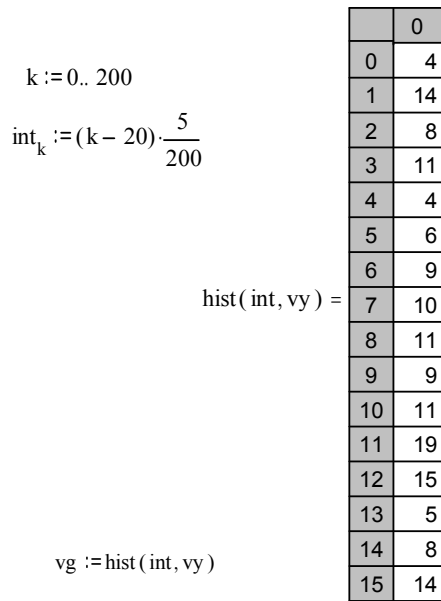


Рис. 6. Побудова гістограми розподілу ординат профілю обробленої поверхні засобами пакета MathCAD

Одержана гістограма (рис. 6) в цілому відповідає гістограмі розподілу значень ординат профілю, наведеній на рис. 7. Дані гістограми мають близькі показники асиметрії та конфігурації. Розрахована гістограма (рис. 6) є менш детальною. Це пояснюється деяким згладжуванням кривої при її виведенні за допомогою аналого-цифрового перетворювача.

Символьний опис профілограми став основою для знаходження кореляційних та спектральних характеристик профілю обробленої поверхні. Нижче наведений фрагмент документу MathCAD, який призначений для знаходження кореляційної функції профілограми обробленої поверхні (рис. 8).

$$R(\tau) = \frac{1 \cdot \int_0^{T-\tau} f(t) \cdot f(t+\tau) dt}{T-\tau}$$

$T = 1.25$

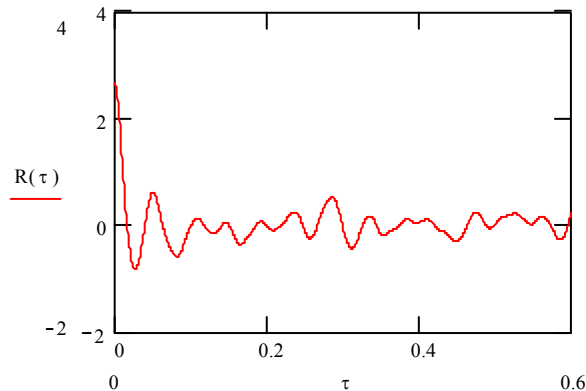


Рис. 8. Знаходження кореляційної функції профілограми обробленої поверхні засобами пакета MathCAD (графіки визначають кореляційну функцію в різних масштабах за віссю абсцис)

З аналізу графіків випливає, що кореляційна функція відзначається значною коливальністю та має ряд чітко виражених коливальних складових.

Для виявлення кількісних характеристик гармонічних складових кореляційної функції розроблена її нелінійна математична модель. В результаті обробки різних варіантів моделі встановлено, що для опису кореляційної функції потрібно використати нелінійну математичну модель у вигляді:

$$R(\tau) = \sum_{i=1}^m D_i e^{\alpha_i \tau} \cos \beta_i \tau,$$

де D_i , α_i , β_i – коефіцієнти нелінійної моделі, які визначаються з умови найкращого наближення розрахованого значення кореляційної функції.

Нижче наведено фрагмент документу MathCAD, в якому розробляється нелінійна математична

модель кореляційної функції та графічно інтерпретується розроблена математична модель (рис. 9).

$$M(\tau) = 1.4e^{-7\tau} \cos(\tau \cdot 45) + 1.3e^{-7\tau} \cos(\tau \cdot 120)$$

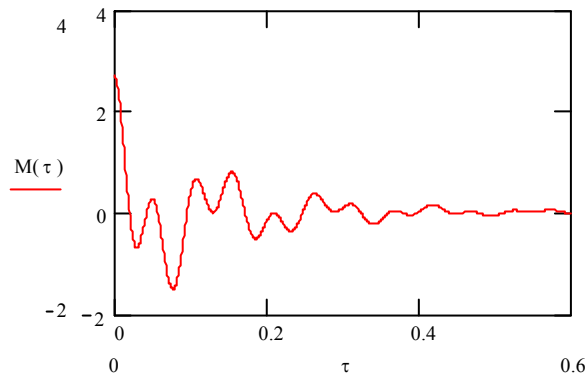


Рис. 9. Кореляційна функція, розрахована за допомогою нелінійної математичної моделі, яка включає два доданки в сумі

З порівняння графіків кореляційної функції (рис. 8) та її нелінійної моделі (рис. 9) випливає, що математична модель задовільно описує кореляційну функцію. Тому її можна використати для аналізу кореляційних властивостей профілограми обробленої поверхні. Зокрема, періоди коливань кореляційної функції визначаються як

$$T_i = \frac{2\pi}{\beta_i}$$

Для кореляційної функції, наведеної на рис. 8, періоди коливань складають $T_1 = 0,157$ мм та $T_2 = 0,033$ мм. Значення періоду T_1 відповідає періоду хвилястості 0,14 мм.

Дисперсія ординат профілограми визначається як сума коефіцієнтів:

$$D = \sum D_i$$

Для кореляційної функції, наведеної на рис. 2, дисперсія складає $D \approx 3$, що дає значення середньоквадратичного відхилення профілограми

$$\sigma_z = \sqrt{D} \approx 1,7 \text{ мкм.}$$

Це в цілому відповідає визначеному апаратурною обробкою профілограми значенню $R_q = 1,64$ мкм (рис. 10).

Кореляційний аналіз профілограми обробленої поверхні доповнено спектральним аналізом профілограми. При введенні дискретних значень профілограми кількість точок підібрана таким чином, щоб перша та остання компоненти дискретних значень ординат профілограми були однакові. Вони дорівнюють -0,8 (рис. 3). При цьому реалізація випадкового процесу, який описує профілограму в межах базової довжини $T = 1,25$ мм, має однакові значення на межах інтервалу, що відповідає базовій довжині. Дану реалізацію можна розглядати як періодичну (квазіперіодичну) функцію періоду T . Дану періодичну функцію подано у вигляді розкладу в ряд Фур'є виду:

$$f(x) \cong \sum_{k=1}^K a_k \cos\left(\frac{2\pi k}{T} x\right) + b_k \sin\left(\frac{2\pi k}{T} x\right) = \sum_{k=1}^K A_k \sin\left(\frac{2\pi k}{T} x + \psi_k\right),$$

де коефіцієнти ряду a_k , b_k , амплітуди A_k та початкові фази ψ_k окремих гармонік знаходяться шляхом інтегрування символічної залежності $f(x)$.

Фрагмент документу MathCAD, призначений для знаходження 256 коефіцієнтів ряду Фур'є, наведений на рис. 11.

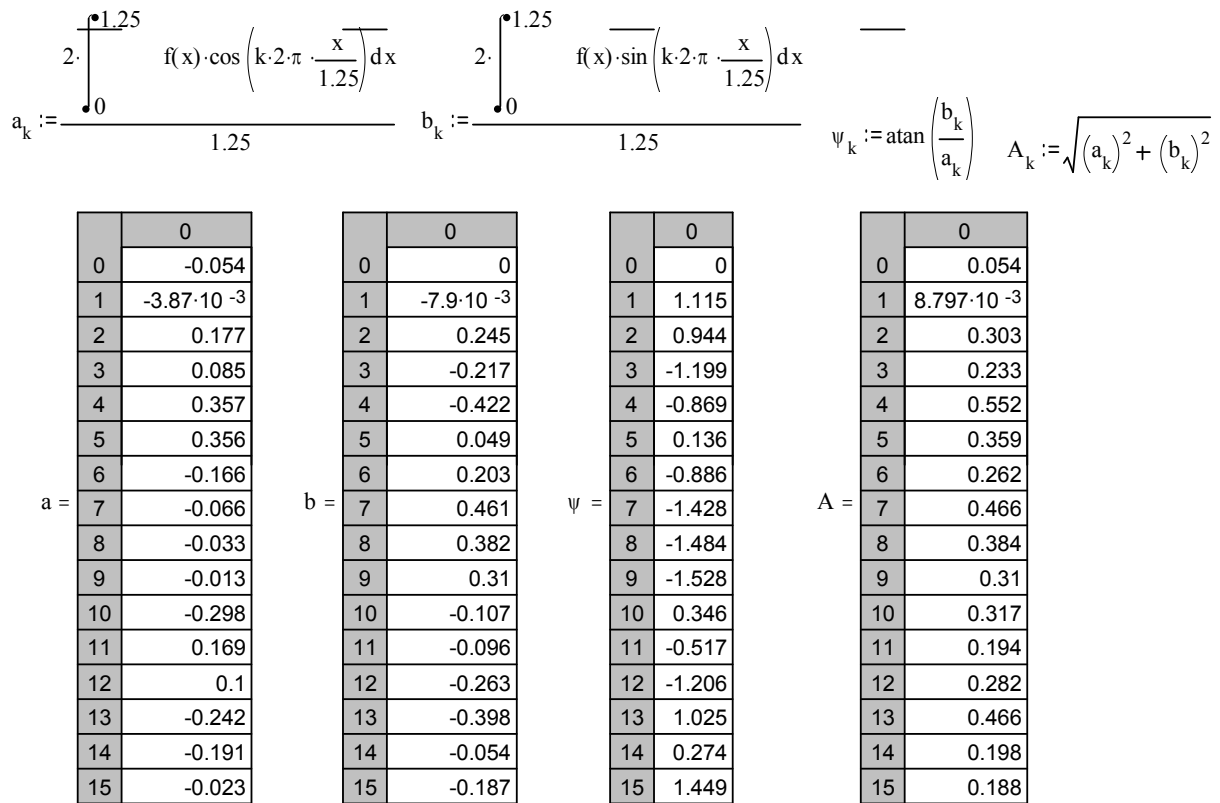
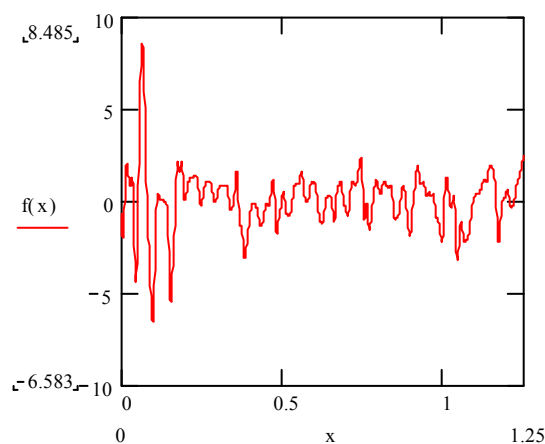


Рис. 11. Фрагмент документу MathCAD, призначений для розрахунку коефіцієнтів ряду Фур'є, та результати розрахунків значень коефіцієнтів для перших 15-ти складових ряду

Для перевірки правильності знаходження коефіцієнтів проведено порівняльний аналіз символної залежності, яка описує профілограму та її розклад у вигляді відрізка ряду Фур'є (рис. 12).

$$ff(x) = \sum \left(a_k \cos\left(k \cdot 2 \cdot \frac{\pi x}{T}\right) + b_k \sin\left(k \cdot 2 \cdot \frac{\pi x}{T}\right) \right)$$



a)
б)
в)

Рис. 12. Порівняння символної залежності (а) та її розкладу у вигляді відрізка ряду Фур'є (б) та різниця значень функцій (в)

З порівняння кривих, наведених на рис. 12, випливає, що відрізок ряду Фур'є задовільно описує символну залежність. Тому він може бути використаний для спектрального аналізу профілограми обробленої поверхні.

Враховуючи наявність властивості періодичності (квазіперіодичності) профілограми, для спектрального аналізу використані лінійчаті спектри коефіцієнтів ряду Фур'є a_k та b_k і спектри амплітуд A_k складових відрізка ряду Фур'є та його початкових фаз ψ_k . Спектри коефіцієнтів ряду Фур'є наведені на рис. 13.

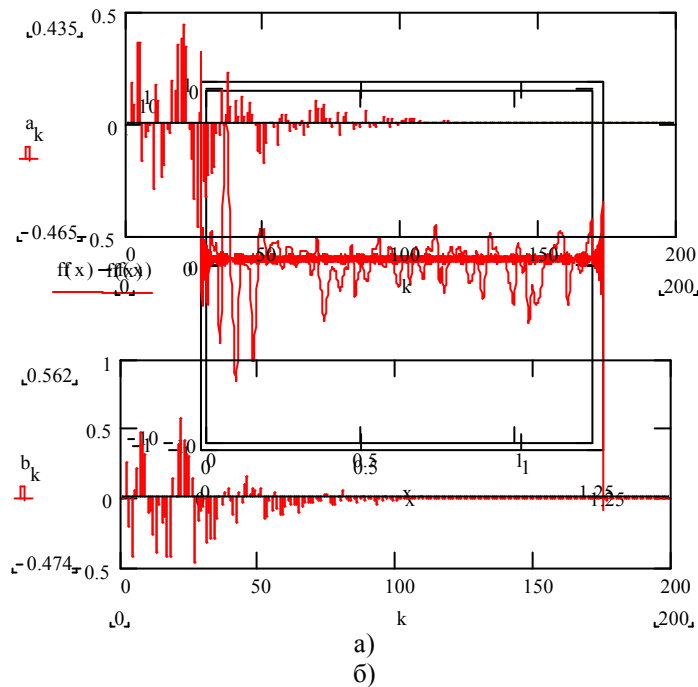
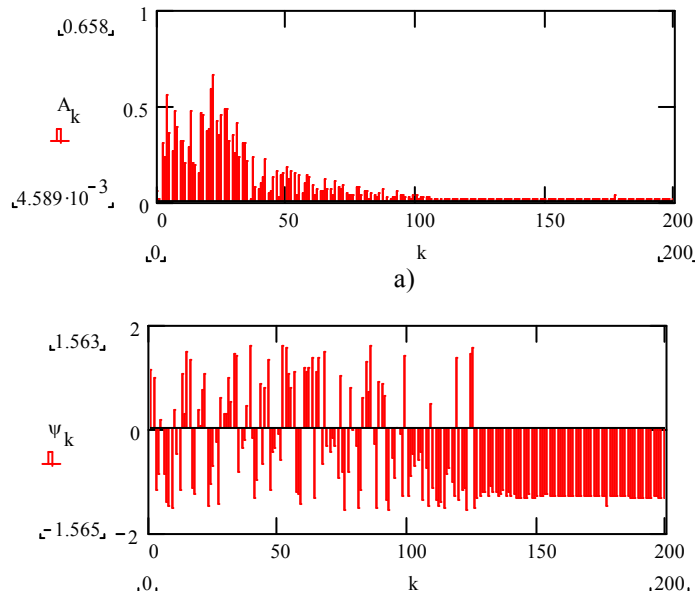


Рис. 13. Лінійчаті спектри коефіцієнтів ряду Фур'є профілограми обробленої поверхні:
а – спектр коефіцієнтів a_k ; б – спектр коефіцієнтів b_k

З аналізу спектрів коефіцієнтів випливає, що значення коефіцієнтів зменшуються зі збільшенням порядкового номера. Суттєвими є значення коефіцієнтів з номерами до 130-го.

Спектри амплітуд і початкових фаз складових ряду Фур'є наведені на рис. 14.



б)

Рис. 14. Спектр амплітуд (а) та початкових фаз (б) профілограми обробленої поверхні

З аналізу спектра амплітуд (рис. 14а) випливає, що в ньому присутні гармоніки з номерами до 130-го включно. Це відповідає періодам хвиль від 1,25 мм до 1 мкм. Хвилі з меншими періодами виключені з розгляду, оскільки вони мало впливають на формування профілограми обробленої поверхні. В межах даного частотного діапазону амплітуди гармонік не перевищують 1 мкм. Найбільші амплітуди мають гармоніки з номерами 4, 5, 6, 8, 9, 18. Вони відповідають періодам хвиль: 0,313; 0,25; 0,208; 0,157; 0,139; 0,07 мм. Для даних гармонік амплітуди перевищують 0,5 мкм. Максимальну амплітуду має гармоніка з номером 8, яка відповідає періоду хвилі 0,157 мм. Даний період відповідає періоду коливальних змін кореляційної функції (рис. 8).

У спектрі амплітуд простежуються високочастотні гармоніки. Зокрема це гармоніки з номерами 61, 79, 120, 130. Вони відповідають хвилям з періодами: 0,0205; 0,0158; 0,0104; 0,0096 мм.

У спектрі амплітуд простежується ряд груп суттєвих гармонік близьких періодів. Це, зокрема, гармоніки з номерами 5, 6, 7 (перша група), 8, 9 (друга група), 14, 15 (третья група), 18, 19, 20 (четверта група). Ці групи гармонік відповідають складовим процесу з наявністю биття. Спектр початкових фаз (рис. 15б) охоплює рівномірну смугу від -1,57 (-180°) до +1,57 (+180°). Гармоніки з номерами вище 130-го не враховані у символічній залежності, тому вони мають рівні значення.

Разом зі спектром амплітуд гармонік розглянуто спектр квадратів амплітуд (рис. 15).

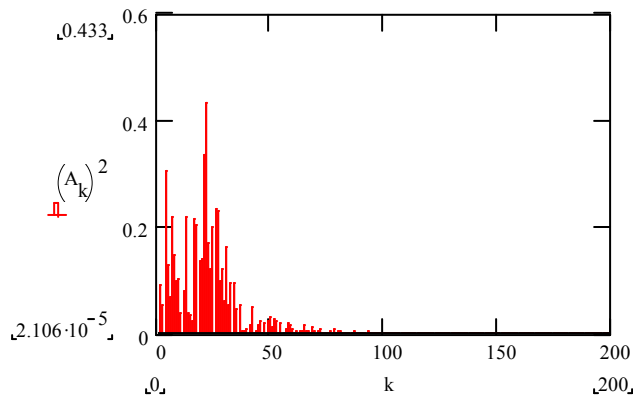


Рис. 15. Спектр квадратів амплітуд розкладу профілограми обробленої поверхні в ряд Фур'є

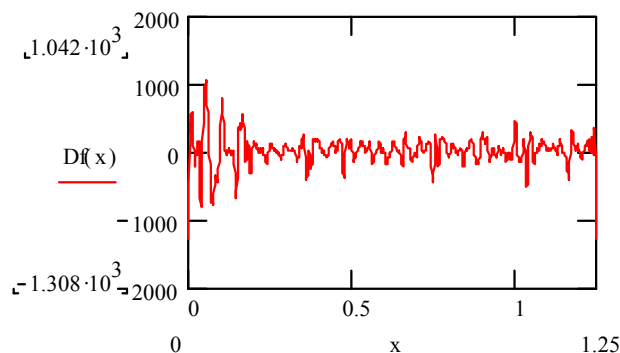
Аналіз спектра квадратів амплітуд дозволяє зробити висновок, що основна потужність процесу зосереджена на частотах коливальних гармонік яких мають номери 4, 5, 6, 8, 9 та 18. Вплив інших гармонік не є суттєвим.

Опис профілограми обробленої поверхні відрізком ряду Фур'є дає можливість визначити характерні особливості профілю обробленої поверхні. Зокрема знайдені поточні значення кута нахилу профілю та його кривизни. Ці величини визначені через першу похідну (ff') та другу похідну (ff'') профілограми. Поточний радіус кривизни профілограми знайдений через першу та другу похідні згідно залежності:

$$\rho = \frac{\left(\sqrt{1 + [(ff)']^2} \right)^3}{(ff)''}$$

На рис. 16 наведений фрагмент документу MathCAD, в якому розраховані значення першої та другої похідних і поточного радіусу кривизни профілограми.

$$Df(x) := \frac{d}{dx} ff(x) \quad D2f(x) := \frac{d^2}{d x^2} ff(x) \quad \rho(x) := \frac{\left[\sqrt{1 + (Df(x))^2} \right]^3}{0.0000001 + D2f(x)}$$



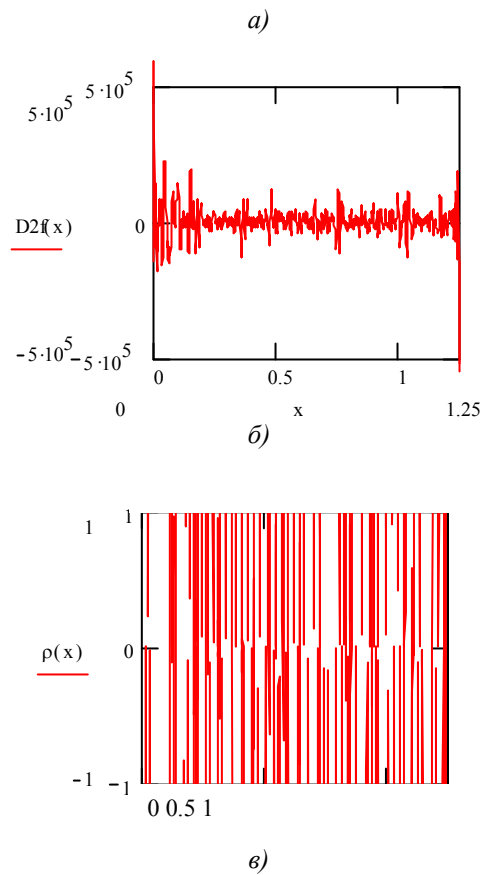


Рис. 16. Фрагмент документу MathCAD для визначення першої та другої похідних профілограми і поточного радіусу кривизни кривої: а – перша похідна; б – друга похідна; в – радіус кривизни

З використанням опису профілограми відрізком ряду Фур'є знайдені статистичні параметри реалізації профілю обробленої поверхні.

Результати розрахунків середньоарифметичного відхилення профілю R_a , дисперсії D_2 та середньоарифметичного відхилення σ_2 дають значення:

$$R_a = \frac{1 \cdot \int_0^T |f(x)| dx}{T}$$

$$R_a = 1.093$$

$$D_2 = \frac{1 \cdot \int_0^T (f(x))^2 dx}{T}$$

$$D_2 = 2.63$$

$$\sigma_2 = \sqrt{D_2}$$

$$\sigma_2 = 1.622$$

Це відповідає результатам апаратної обробки профілограми (рис. 2), де знайдені значення: $R_a = 1,12$; $R_q = 1,64$.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Дьяконов В.П., Абраменкова И.В. Mathcad 8 PRO в математике, физике и Internet. М.: Нолидж, 1999 – 512 с.

Подано 15.04.2002.

СТРУТИНСЬКИЙ Василь Борисович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри "Конструювання верстатів та машин" Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

Наукові інтереси:

- статистична динаміка машин;
- системи приводів;
- математичне моделювання технічних систем і процесів.

МЕЛЬНИЧУК Петро Петрович – кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри технології машинобудування та конструювання технічних систем, ректор Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:

- технологія машинобудування;
- дослідження у галузі механіки руйнування.

ГРОМОВИЙ Олексій Андрійович – асистент кафедри технології машинобудування та конструювання технічних систем, заступник декана факультету інженерної механіки Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:

- обробка металів різанням;
- моделювання технологічних процесів.

Корреляционный и спектральный анализы экспериментально определенных профилограмм поверхности обработанной чистовым торцовым фрезерованием.

The correlation and spectral analyses experimentally determined profilograms of surface machined by finish face milling.

На основе экспериментальных исследований микрогеометрии обработанной поверхности при чистовом торцовом фрезеровании проведен корреляционный и спектральный анализ полученных профилограмм. Показано соответствие символьной зависимости, которая описывает профилограмму, и ее разложение в виде отрезка ряда Фурье, найдены статистические параметры реализации профиля обработанной поверхности.

On the basis of experimental researches of microgeometry of surface machined by finish face milling the correlation and spectral analysis received profilograms are carried out. The conformity to symbolical dependence which describes profilogram is shown, and its decomposition as a piece of a line Fourier, the statistical parameters of realization of microgeometry of machined surface are found.