

УДК 621.9

П.П. Мельничук, к.т.н., доц.  
Житомирський інженерно-технологічний інститут

### ВИЗНАЧЕННЯ ЗМІНИ ПОЛОЖЕННЯ ФРЕЗИ І ЗАГОТОВКИ, ЯКЕ МАЄ МІСЦЕ В ПРОЦЕСІ ОБРОБКИ

На основі структурного моделювання обробки плоских поверхонь на вертикально-фрезерних верстатах розглянуті основні похибки обробки, пов'язані з силовим навантаженням вузлів.

Під час обробки заготовки має місце відносне зміщення фрези і заготовки. Воно визначається деформаціями, що виникають в пружній системі верстата. Деформуються окремо пружна система шпинделя та пружна система стола. Пружна система стола представляє собою складну просторову механічну систему з прецизійними приводами переміщень. Стіл має два автономних приводи поперечних переміщень, які забезпечують його зміщення у двох взаємно перпендикулярних напрямках  $X$  і  $Y$ . Приводи включають електродвигуни, редуктори і передачі гвинт-гайка кочення.

Приводи переміщення стола є позиційними. В них є точка відповідності кута повороту вала електродвигуна і положення стола. Враховуючи складність пружних систем приводів, наявність значної кількості деталей і точних спряжень між ними, встановлено, що характеристики приводів визначаються численними факторами випадкового характеру. Для врахування впливу цих факторів на показники точності привода виконано аналіз привода як динамічної системи із пружно-дисипативними зв'язками.

Узагальнена схема привода (рис. 1) включає стіл, передачу гвинт-гайка і редуктор.

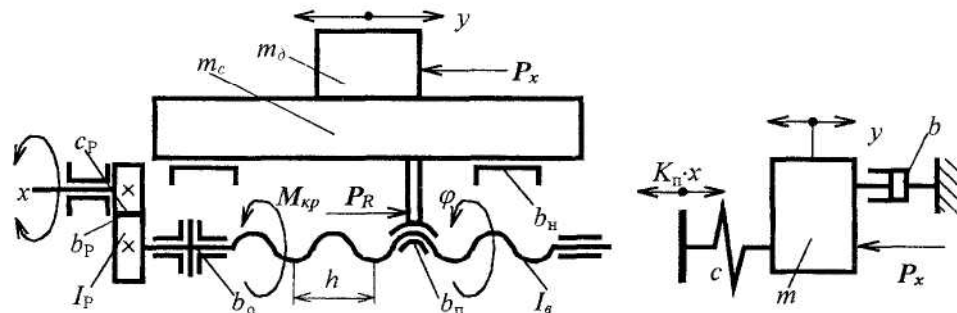


Рис. 1. Принципова схема (а) позиційного привода стола з передачею гвинт-гайка та його динамічна модель у вигляді еквівалентної одномасової системи (б):  $X_c$  – переміщення стола;  $P_x$  – головний вектор сил різання;  $m_d$ ,  $m_c$  – маса деталі та стола;  $I_B$  – момент інерції гвинта;  $I_P$  – момент інерції редуктора;  $b_H$ ,  $b_D$ ,  $b_o$ ,  $b_P$  – коефіцієнти опору напрямних стола відповідно пари гвинт-гайка, підшипників гвинта та редуктора;  $P_R$  – зусилля, яке діє з боку гвинта на стіл;  $M_{kp}$  – крутний момент в перерізі гвинта;  $\varphi$  – кут повороту гвинта;  $h$  – крок гвинта;  $\varphi_0$  – кут повороту приводного вала;  $M_y$  – головний момент сил різання

В приводі стола мають місце складні робочі процеси. Вони проявляються в наявності суттєвих нелінійностей характеристик окремих вузлів привода. Основними є люфти і зазори між зубцями шестерень в редукторі, зазори між елементами підшипників.

В приводах переміщення стола використані зубчасті передачі з компенсацією зазору і беззазорні передачі гвинт-гайка. Тому люфти і зазори в елементах привода зведені до мінімуму і їх можна не враховувати при аналізі.

Всі сили опору мають нелінійні складові з гістерезисом. Це стосується напрямних стола, тертя в передачі гвинт-гайка та в підшипниках.

Застосуванням конструктивних заходів та спеціальними регулюваннями забезпечене зниження сил тертя та приведення їх характеристик до виду, близького до лінійного.

Тому для аналізу динамічної системи привода використана спрощена динамічна модель із квазілінійними характеристиками. Прийнято, що привод стола відповідає одномасовій динамічній системі з одним ступенем вільності (рис. 1, б).

Вплив вертикальної складової сили різання  $P_z$  на роботу даного привода буде проявлятися у зміні коефіцієнтів опору напрямних. Цей вплив не є суттєвим, тому що вертикальна складова сили різання набагато менша гравітаційних сил, які визначають коефіцієнт опору при русі стола. Аналогічно впливає на рух привода момент  $M_y$  від дії сил різання. Зміна сили опору від дії моменту є несуттєвою.

В процесі обробки верстата вал електродвигуна привода обертається рівномірно, забезпечуючи рух подачі, тобто:

$$\varphi_0 = \omega_0 t, \tag{1}$$

де  $\varphi_0$  – частота обертання вала електродвигуна;  $t$  – час.

В приводі мають місце складні робочі процеси, які обумовлюють статичні деформації та динамічні переміщення його елементів. Тому рух стола буде нерівномірним.

Для визначення закономірностей переміщення деталі під час обробки зроблений аналіз його динаміки.

Рівняння динамічної рівноваги привода складене із застосуванням рівняння Лагранжа 2-го роду, яке має вигляд:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{y}} - \frac{\partial T}{\partial y} = - \frac{\partial \Pi}{\partial y} - \frac{\partial R}{\partial y} - Q, \tag{3}$$

де  $Q$  – кінематична енергія системи;  $\Pi$  – потенціальна енергія системи;  $R$  – дисипативна функція Релея.

Кінетична енергія системи має складові, що відповідають кінетичній енергії стола і кінетичній енергії кінематичного ланцюга привода:

$$T = \frac{1}{2} (m_c + m_d) \cdot \dot{X}_c^2 + \frac{1}{2} (I_b + I_p) \cdot \dot{\varphi}^2. \tag{4}$$

В передачі гвинт-гайка наявні кінематичні співвідношення між поступальними переміщеннями стола і поворотом гвинта. Вони мають вигляд:

$$\frac{\varphi}{2\pi} = \frac{X_c}{h}; \quad \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \frac{1}{h} \cdot \frac{dX_c}{dt}. \tag{5}$$

Враховуючи кінематичні співвідношення (3), із (4) знайдемо кінетичну енергію системи:

$$T = \frac{1}{2} \left[ m_c + m_d + (I_b + I_p) \frac{4 \cdot \pi^2}{h^2} \right] \cdot \dot{X}_c^2.$$

Кінетична енергія не залежить від переміщення, у тому числі:

$$\frac{\partial T}{\partial X_c} = 0.$$

Знайдемо частинну похідну кінетичної енергії по швидкості стола:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{X}_c} = \left[ m_c + m_d + (I_b + I_p) \frac{4 \cdot \pi^2}{h^2} \right] \cdot \dot{X}_c.$$

Похідна по часу кінетичної енергії буде визначатися залежністю:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{X}_c} = \left[ m_c + m_d + (I_b + I_p) \frac{4 \cdot \pi^2}{h^2} \right] \cdot \ddot{X}_c = m \cdot \ddot{X}_c, \tag{6}$$

де вираз в квадратних дужках представляє собою приведену масу привода:

$$m_x = m_c + m_d + (I_b + I_p) \frac{4 \cdot \pi^2}{h^2}.$$

Потенціальна енергія привода визначається залежністю:

$$\Pi = \frac{1}{2} C_p \cdot (\varphi_0 - \varphi)^2. \tag{7}$$

Використовуючи кінематичні співвідношення, знайдемо:

$$\Pi = \frac{1}{2} C_p \cdot \left( \varphi_0 - \frac{2 \cdot \pi}{h} X_c \right)^2.$$

Частинна похідна від потенціальної енергії дорівнює:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial X_c} = C_p \cdot \left( \varphi_0 - \frac{2 \cdot \pi}{h} X_c \right) \cdot \left( - \frac{2 \cdot \pi}{h} \right) = - \frac{2 \cdot \pi}{h} C_p \cdot \varphi_0 + \left( \frac{2 \cdot \pi}{h} \right)^2 \cdot C_p \cdot X_c. \tag{8}$$

Визначимо дисипативну функцію Релея для привода:

$$R = \frac{1}{2} \cdot b_H \cdot \dot{X}_C^2 + \frac{1}{2} \cdot (b_H + b_o + b_p) \cdot \dot{\varphi}^2.$$

Використовуючи кінематичне співвідношення, одержимо:

$$R = \frac{1}{2} \cdot \left[ b_H + \left( \frac{2 \cdot \pi}{h} \right)^2 \cdot (b_H + b_o + b_p) \right] \cdot \dot{X}_C^2.$$

Знайдемо частинну похідну дисипативної функції:

$$\frac{\partial R}{\partial \dot{X}_C} = \left[ b_H + \left( \frac{2 \cdot \pi}{h} \right)^2 \cdot (b_H + b_o + b_p) \right] \cdot \dot{X}_C = \vartheta_x \dot{X}_C. \quad (9)$$

Узагальнена сила для переміщення стола з точністю до знака співпадає із корисним навантаженням, що діє на стіл. Відповідно:

$$Q = -P_x. \quad (10)$$

Підставимо значення величин із (6)–(10) в рівняння Лагранжа другого роду (3) і одержимо звичайне диференціальне рівняння:

$$m_x \cdot \ddot{X}_C + b_x \cdot \dot{X}_C + C_p \cdot \left( \frac{2 \cdot \pi}{h} \right)^2 \cdot X_C = \frac{2 \cdot \pi}{h} \cdot C_p \cdot \varphi_o - P_x. \quad (11)$$

Враховуючи рівномірність обертання вала приводного двигуна і залежність (1), введемо нову змінну відхилення положення стола від його номінального значення, яке обумовлене рухом подачі. Відхилення положення стола в напрямку осі  $X$  буде дорівнювати:

$$X = X_C - V_{ox} t, \quad (12)$$

де  $V_o$  – швидкість стола (подача).

Знайдемо похідні відхилення:

$$\frac{dX}{dt} = \dot{X}_C - V_{ox}; \quad \frac{d^2 X}{dt^2} = \ddot{X}_C. \quad (13)$$

Підставимо значення похідних  $\dot{X}_C$  та  $\ddot{X}_C$  із (13) в диференціальне рівняння (11) і одержимо:

$$m_x \ddot{X} + \vartheta_x \dot{X} + C_p \left( \frac{2\pi}{h} \right)^2 X + C_p \left( \frac{2\pi}{h} \right)^2 V_o t = \frac{2\pi}{h} C_p \omega_o t - P_x. \quad (14)$$

Із кінематичного співвідношення (4) випливає:

$$h \omega_o = 2\pi V_o. \quad (15)$$

Враховуючи співвідношення (15), після скорочень з рівняння (14) одержимо:

$$m_x \ddot{X} + \vartheta_x \dot{X} + C_x X = -\vartheta_x V_{ox} - P_x, \quad (16)$$

де  $C = C_p \left( \frac{2\pi}{h} \right)^2$  – постійна величина.

Рівняння (16) дає відхилення положення стола від номінального значення, обумовленого рухом подачі. Абсолютне переміщення стола складає:

$$X_C = V_{ox} t + X. \quad (17)$$

Рівняння виду (16) складені і для поперечного переміщення стола у напрямку осі  $Y$ . Переміщення стола буде залежати від швидкості подачі  $V_{oy}$  і дорівнювати:

$$Y_C = V_{oy} t + Y, \quad (18)$$

де  $Y$  – відхилення положення стола від його номінального значення при його русі в напрямку осі  $Y$ .

Для визначення відхилення маємо диференціальне рівняння, аналогічне рівнянню (16). Воно має вигляд:

$$m_y \ddot{Y} + \vartheta_y \dot{Y} + C_y Y = -\vartheta_y V_{oy} - P_y, \quad (19)$$

де  $m_y$  – маса рухомих частин стола, які рухаються в напрямку  $Y$ ;  $\vartheta_y$  – коефіцієнт, який враховує опір напрямних стола, передачі гвинт-гайка і редуктора;  $C_y$  – коефіцієнт жорсткості кінематичного ланцюга привода переміщення стола в напрямку осі  $Y$ ;  $P_y$  – проекція головного вектора сил різання на вісь  $Y$ .

Коефіцієнти, які входять в диференціальні рівняння (19) і (16), виражаються через пара-

метри приводів, згідно з формулами (6)–(9).

Як зазначено раніше, коефіцієнти опору в напрямних стола залежать від вертикальної складової головного вектора сили різання і від головного моменту сили різання. Враховуючи, що ці залежності не є суттєвими, прийmemo їх у вигляді лінійних функцій.

При роботі приводів мають місце зміни дисипативних параметрів, а саме: зміни коефіцієнтів опору напрямних, передачі гвинт-гайка та сил опору в зубчастих зчепленнях редуктора. Ці зміни залежать від багатьох факторів випадкового характеру. На зміни коефіцієнтів опору впливають умови змащування, мікропрофіль поверхні напрямних, забрудненість мастила твердими частинами, місцеві термічні деформації напрямних, а також випадкові зміни коефіцієнтів опору передачі гвинт-гайка і редуктора. Тому коефіцієнти опору мають випадкові складові, які впливають на положення стола.

Враховуючи вищевказане, залежність еквівалентних коефіцієнтів опору визначається у вигляді:

$$\theta_x = \theta_{ox} + K_{exp} P_z + K_{exM} \cdot M_y + \theta_{xs}^* ; \quad (20)$$

$$\theta_y = \theta_{oy} + K_{eyr} P_z + K_{eyM} \cdot M_x + \theta_{ys}^* ; \quad (21)$$

де  $\theta_{ox}$ ,  $\theta_{oy}$  – постійні детерміновані складові коефіцієнтів опору;  $K_{exp}$ ,  $K_{eyr}$  – коефіцієнти, які визначають залежність коефіцієнтів опору від вертикальної складової головного вектора сил різання;  $K_{exM}$ ,  $K_{eyM}$  – постійні коефіцієнти, які визначають залежність коефіцієнтів опору від складових головного моменту сил різання;  $\theta_{xs}^*$ ,  $\theta_{ys}^*$  – випадкові складові коефіцієнтів опору при переміщенні стола в напрямках осей  $X$  і  $Y$  відповідно.

Підставивши значення коефіцієнтів із залежностей (20) та (21) в рівняння (16) та (19), одержимо нелінійні диференціальні рівняння для визначення відхилень стола від номінального положення в напрямках осей  $X$  і  $Y$ :

$$m_x \ddot{X} + (\theta_{ox} + K_{exp} P_z + K_{exM} M_y + \theta_{xs}^*) \cdot \dot{X} + C_x X = -P_x - (\theta_{ox} + K_{exp} P_z + K_{exM} M_y + \theta_{xs}^*) \cdot V_{ox} ; \quad (22)$$

$$m_y \ddot{Y} + (\theta_{oy} + K_{eyr} P_z + K_{eyM} M_x + \theta_{ys}^*) \cdot \dot{Y} + C_y Y = -P_y - (\theta_{oy} + K_{eyr} P_z + K_{eyM} M_x + \theta_{ys}^*) \cdot V_{oy} . \quad (23)$$

Дані рівняння є основою для розрахунку зміни положення стола при різанні в напрямках  $X$  і  $Y$ .

В процесі обробки заготовки має місце зміна взаємного положення стола і фрези у вертикальному напрямку. Переміщення відбуваються під дією вертикальної складової головного вектора сил різання  $P_z$ .

Вертикальні переміщення стола відносно фрези відбуваються в межах контактних деформацій опорних площин напрямних. Ці деформації мають порядок 1...5 мкм. Тому вони сумірні з параметрами обробленої поверхні і повинні враховуватись при аналізі переміщення стола.

Стіл має достатньо великі розміри, тому можна обмежитись розглядом вертикальних переміщень без врахування зміни кутового положення стола, обумовленого зміною точки прикладення сили різання.

Для даної динамічної моделі диференціальне рівняння руху стола по вертикалі буде мати вигляд:

$$m_z \ddot{Z} + \theta_z \dot{Z} + C_z Z = -P_z . \quad (24)$$

Дане рівняння описує динамічні переміщення стола відносно усталеного положення. Тому в нього не входять гравітаційні сили. В рівнянні (24) введені інерційні ( $m_z$ ), дисипативний ( $\theta_z$ ) та деформативний ( $C_z$ ) коефіцієнти. Ці коефіцієнти враховують зміну параметрів системи при коливаннях. Зокрема коефіцієнт контактної жорсткості напрямних і коефіцієнт опору залежать від точки прикладення сили різання, а отже, від складових головного моменту  $M_x$  та  $M_y$  сил різання.

Враховуючи незначні величини змін коефіцієнтів прийнята лінійна залежність коефіцієнтів від складових моменту. При розрахунках необхідно також ввести випадкову складову коефіцієнтів. Остаточні коефіцієнти рівняння визначаються у вигляді:

$$\theta_z = \theta_{oz} + K_{Myz} M_y + K_{Mxz} M_x + \theta_{zr}^* ; \quad (25)$$

$$C_z = C_{z0} + K_{MyC} M_y + K_{MxC} M_x + C_{xz}^*, \quad (26)$$

де  $\epsilon_{oz}$  – постійне детерміноване значення коефіцієнта опору;  $K_{Myz}$ ,  $K_{Mxz}$  – постійні, які враховують залежність коефіцієнта опору від складових головного моменту сил різання;  $\epsilon_{xz}^*$  – випадкова складова коефіцієнта опору;  $C_{z0}$  – середнє значення жорсткості напрямних;  $K_{MyC}$ ,  $K_{MxC}$  – коефіцієнти жорсткості напрямних по моменту;  $C_{xz}^*$  – випадкова складова контактної жорсткості напрямних.

Диференціальні рівняння (23) та (24), які описують переміщення стола, мають однакову структуру:

$$a\ddot{X} + \epsilon\dot{X} + CX = d + P. \quad (27)$$

Для розв'язку даного рівняння виконаємо його подвійне інтегрування в межах від  $t = 0$  до  $t$ . Після інтегрування (27) одержимо:

$$\alpha X = \int_0^+ \int_0^+ [d + P - cX - \epsilon\dot{X}] \cdot (dt)^2.$$

Звідси знайдемо значення невідомої  $X$ , а отже, і структурну модель для обчислення невідомої  $x$ , в функції часу:

$$X = \frac{1}{a} \int_0^+ \int_0^+ [d + P - cX - \epsilon\dot{X}] \cdot (dt)^2. \quad (28)$$

Із формули (28) випливає, що для визначення переміщення стола необхідно виконати подвійне інтегрування в часі лінійної комбінації змінних, яка включає зовнішні сили  $P$ , сили пружності  $CX$  та дисипативні сили  $\epsilon\dot{X}$ . Сили пружності та дисипативні сили залежать від невідомої  $X$  та її похідної в часі  $\dot{X}$ . Тому для обчислення цих сил необхідно використати зворотний зв'язок.

Враховуючи, що операції диференціювання та інтегрування є взаємно оберненими, похідну переміщення знайдемо із формули (28) у вигляді:

$$\dot{X} = \frac{dX}{dt} = \frac{1}{a} \int_0^t [d + P - cX - \epsilon\dot{X}] \cdot dt. \quad (29)$$

Тоді значення переміщення визначиться у вигляді:

$$X = \int_0^t \dot{X} \cdot dt. \quad (30)$$

Залежності (29) та (30) є основою для розробки алгоритму визначення динамічних переміщень стола для кожного з трьох ступенів вільності.

Входами блок-схеми алгоритму (рис. 2) є значення зовнішнього навантаження  $P$ , яке є довільною стохастичною функцією часу, та значення коефіцієнтів  $d$ ,  $c$ ,  $\epsilon$ , які враховують позиційні сили, сили пружності та дисипативні сили і можуть бути як константами, так і величинами, що змінюються в часі випадковим чином за кусково-постійним законом. Значення сил і констант є різними для кожного із трьох переміщень стола, що відповідають ступеням його вільності.

Виходом алгоритму є переміщення стола у горизонтальному  $X$ ,  $Y$  або вертикальному напрямках.

Алгоритм побудовано за послідовною ланцюговою схемою із зворотними зв'язками. Послідовний ланцюг включає блок обчислення підінтегрального виразу, який входить у формулу (29), блок множення на постійний коефіцієнт  $1/a$  і блоки знаходження швидкості та переміщення стола. Обчислені значення швидкості та переміщення використовуються як входи зворотних зв'язків, призначених для знаходження дисипативних сил та сил пружності.

Алгоритм базується на покрокових в часі обчисленнях динамічних параметрів задачі. Вибирається деякий крок зміни часу і для кожного кроку здійснюються відповідні обчислення. При виборі достатньо малого значення кроку вплив зворотних зв'язків на результати розрахунку динамічних переміщень стола нівелюється і одержаний результат з високим ступенем точності відповідає розв'язку нелінійного диференціального рівняння з випадковими коефіцієнтами (28), яке описує переміщення стола в динаміці.

Розроблений алгоритм знаходження переміщень стола в динаміці по трьох координатах  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  став основою для розробки структурних математичних моделей переміщення стола в кож-

ному із трьох напрямків.

Структурні моделі охоплюють динамічні переміщення стола під дією узагальнених силових факторів процесу різання – головного вектора і головного моменту сил різання.

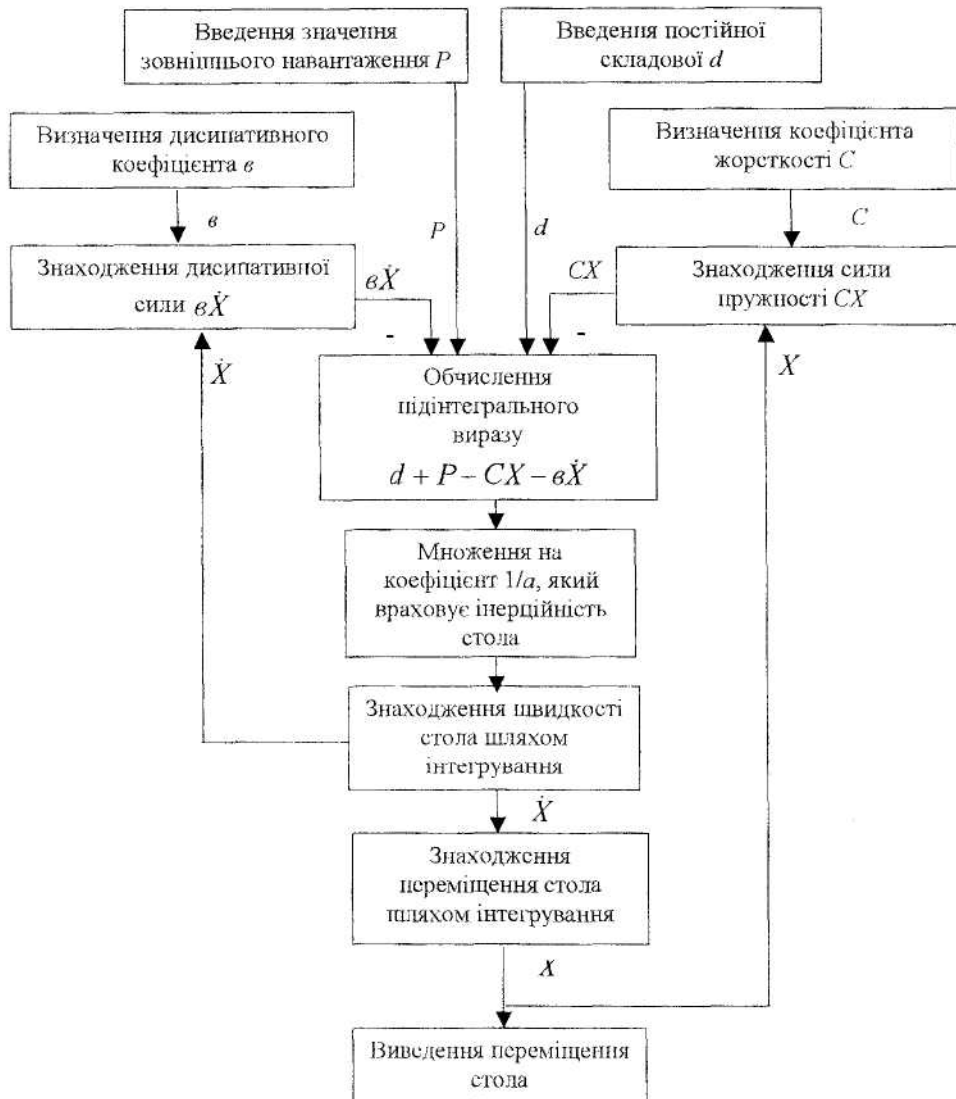


Рис. 2. Блок-схема алгоритму для визначення динамічних переміщень стола відповідно до одного із трьох ступенів вільності

При визначенні переміщень стола враховуються всі три складові (проекції) головного вектора і дві складові моменту (крім моменту сил різання відносно осі обертання шпинделя).

Ядром загальної структурної моделі є структурна модель, що відповідає наведеному на рис. 2 алгоритму. Дана структурна модель реалізована в системі SIMULINK (рис. 3).

Дана математична модель має незалежний вхід  $P$ , що відповідає одній із проекцій головного вектора сил різання. Виходом моделі (Out1) є значення переміщення стола в одному із напрямків ( $X$ ,  $Y$  чи  $Z$ ). Модель має додаткові входи  $v$ ,  $c$ ,  $d$ , які служать для введення поточних значень коефіцієнтів. Модель включає два блоки інтегрування (Integrator та Integrator1), які разом реалізують операцію подвійного інтегрування відповідно до формули (28). Множення сигналів здійснюється блоками Product і Product1, які формують відповідно дисипативну (залежну від швидкості) та деформативну (залежну від переміщення) складові диференціального рівняння.

Структурна модель, наведена на рис. 2, є основою для розв'язку всіх трьох диференціальних рівнянь (22), (23) та (24), які описують переміщення стола у відхиленнях відповідно в напрямках координатних осей  $X$ ,  $Y$  і  $Z$ .

Для розв'язку рівняння (22) розроблена структурна математична модель, наведена на рис. 4.

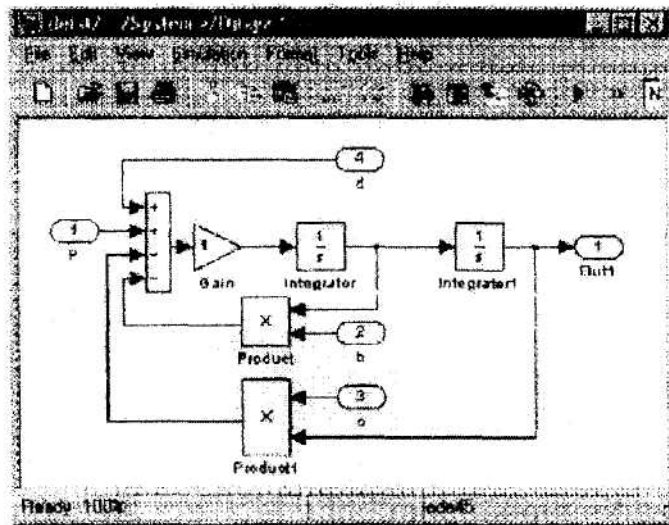


Рис. 3. Структурна математична модель для розв'язку нелінійного диференціального рівняння, яке в загальному вигляді визначає переміщення стола по трьох координатах у відхиленнях від його номінального положення

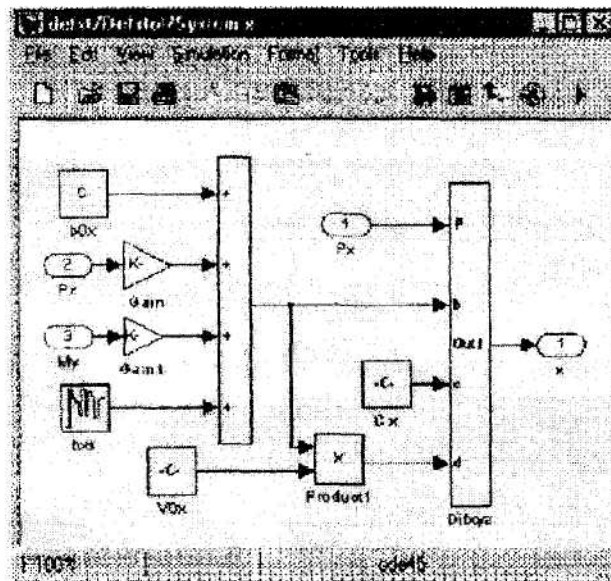


Рис. 4. Структурна математична модель, призначена для розв'язку нелінійного диференціального рівняння з випадковими коефіцієнтами (22), що описує переміщення стола в напрямку осі X у відхиленнях від його номінального положення

Основою моделі, наведеної на рис. 4, є блок для розв'язку нелінійного диференціального рівняння (блок Difuz). На вхід цього блоку подається проекція головного вектора сили різання  $P_x$  та постійне значення параметра жорсткості  $C_x$  (відповідає формулі (20)).

Дисипативний коефіцієнт  $v$  розраховується за допомогою суматора. На вхід суматора подається постійне значення коефіцієнта  $v_{0x}$ , а також його випадкова складова  $v_{xs}$ . Випадкова складова визначається як широкополосний випадковий процес з постійним значенням спектральної щільності потужності. Використаний блок ( $v_{xs}$ ) системи SIMULINK, що реалізує випадковий процес, характеристики якого відповідають "білому шуму" в обмеженому діапазоні частот. Модель має входи для введення значень вертикальної проекції  $P_z$  головного вектора сил

різання та складової головного моменту сил різання  $M_y$ . В моделі задано швидкість подачі  $V_{ox}$ . Структурна математична модель для розрахунку переміщення стола в напрямку осі  $Y$  (рис. 5) є загалом подібною розглянутій раніше.

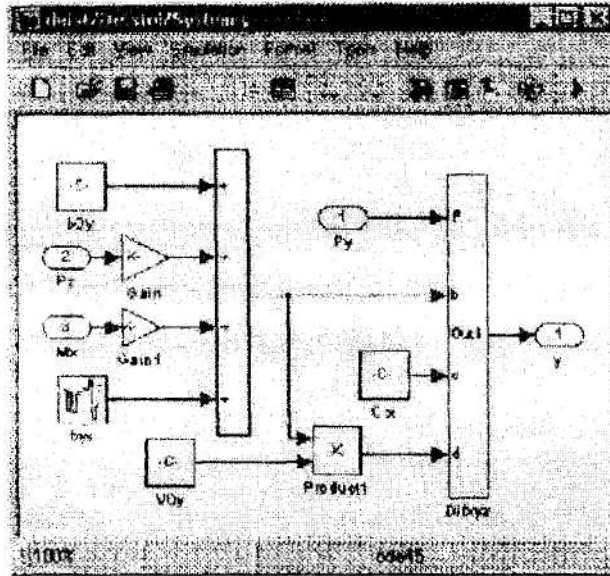


Рис. 5. Структурна математична модель, призначена для розрахунку переміщення стола в напрямку  $Y$  відповідно до диференціального рівняння (23)

Математична модель має входи у вигляді проєкції на вісь  $Y$  головного вектора сил різання, а також його вертикальної проєкції  $P_z$  і складової головного моменту сил різання  $M_x$ . Модель також використовує задане значення  $V_{0y}$  швидкості подачі в напрямку осі  $Y$ .

Структурна математична модель для визначення вертикального переміщення стола (рис. 6) дещо відрізняється від наведених раніше моделей. В даній моделі формуються не лише випадкові значення дисипативного коефіцієнта  $b$ , а й випадкові значення деформативного коефіцієнта (жорсткості)  $C$ . Складова диференціального рівняння  $d$  відсутня. Тому на вхід  $d$  блока Difhyz подається постійне нульове значення.

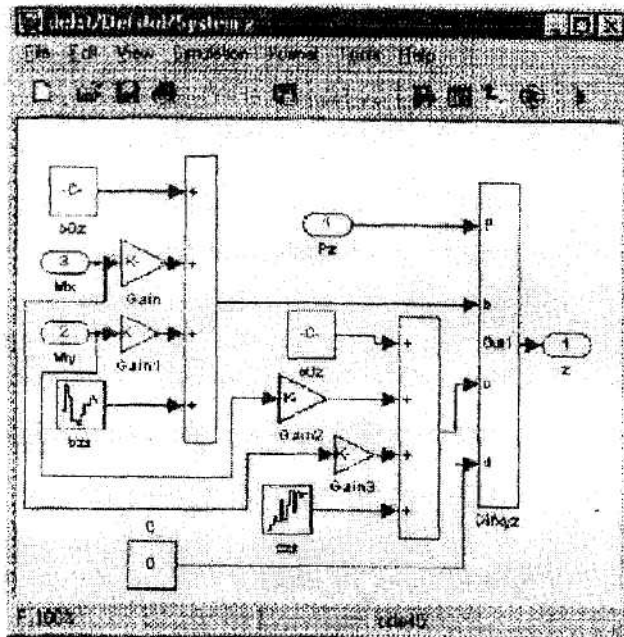


Рис. 6. Структурна математична модель для розрахунку вертикального переміщення стола



В моделі формується нелінійна жорсткість напрямних стола. Вона складається із постійного значення  $COZ$ , випадкової складової  $CZS$  та лінійної комбінації складових  $M_x$  і  $M_y$  головного моменту сил різання.

Всі три структурні моделі, що визначають складові переміщення стола, об'єднані в одну цілісну модель (рис. 7).

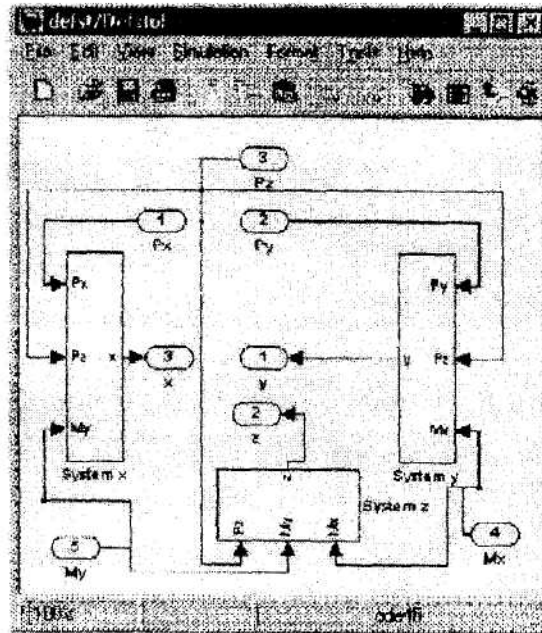


Рис. 7. Структурна математична модель, призначена для розрахунку трьох складових  $X, Y, Z$  переміщення стола верстата

Входом моделі є три складові головного вектора сил різання  $P_x, P_y$  і  $P_z$  та складові головного моменту сил різання  $M_x$  і  $M_y$ . Модель дозволяє здійснити розрахунки як усталених, так і динамічних переміщень стола при дії різноманітних сил різання. З метою апробації моделі здійснені розрахунки переміщення стола при ступінчастій зміні складових  $P_x$  і  $P_y$  головного вектора сили різання. Для цього використана допоміжна структурна модель (рис. 8). В даній моделі значення вертикальної складової сили різання  $P_z$  і складових головного моменту  $M_x$  та  $M_y$  прийняті постійними (задані як константи).

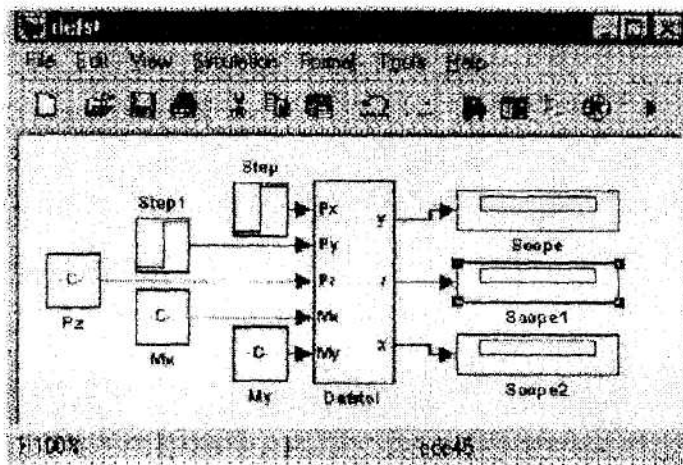


Рис. 8. Допоміжна математична модель для розрахунку динамічного переміщення стола під дією ступінчастої зміни проєкцій  $P_x$  і  $P_y$  сили різання

Результати розрахунків переміщень стола виведені на друк за допомогою трьох блоків Display.

Одержання значень переміщень стола напрямку  $Y$  показано на рис. 9.

При ступінчастій силі різання стіл переміщується за законом, який відповідає типовій перехідній функції верстата.

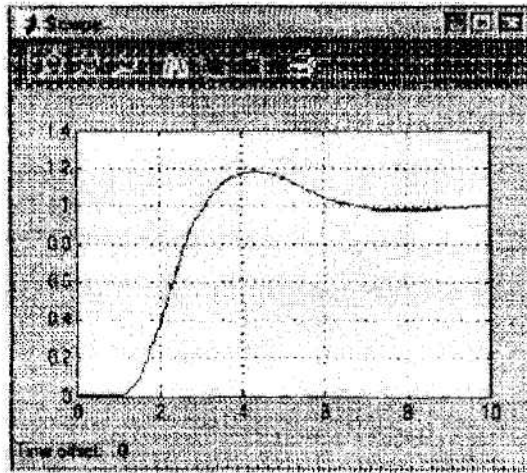


Рис. 9. Переміщення стола в напрямку  $Y$ , що визначається розрахунком за структурною математичною моделлю (по осі абсцис показано час в мс, по осі ординат – переміщення стола в мкм)

Перехідна функція відзначається незначною коливальністю. Динамічна похибка переміщення стола складає приблизно 0,2 мкм (20 %) при загальному статичному переміщенні приблизно 1 мкм. Час перехідного процесу складає приблизно 5 мс. При цьому час досягнення максимального динамічного переміщення знаходиться в межах 3...4 мс. Із результатів розрахунків випливає, що динамічна система стола в горизонтальному напрямі відзначається високою швидкодією.

Аналогічний вигляд має перехідна функція стола при його переміщенні у напрямку  $X$  (рис. 10).

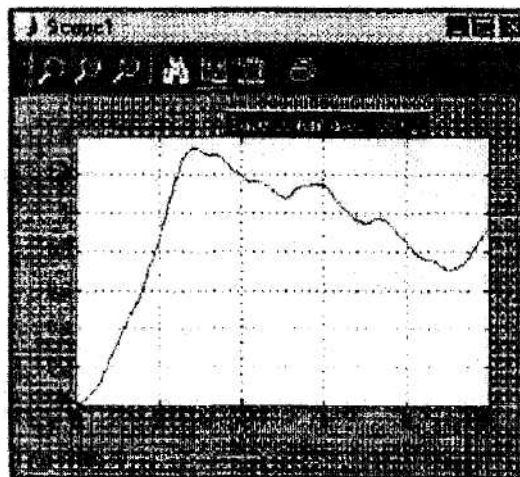


Рис. 10. Переміщення стола  $Y$  у напрямку  $X$ , що визначається за допомогою структурної математичної моделі, наведеної на рис. 7

Максимальна динамічна похибка стола при його переміщенні в напрямку  $X$  складає 0,35 мкм (30%) при статичному переміщенні стола приблизно 1 мкм. Перехідний процес відзначається значно більшою коливальністю, ніж переміщення в напрямку  $Y$ . Це пояснюється наявним співвідношенням масо-жорсткісних параметрів привода. Довгоперіодична складова коливань перехідної функції відповідає частоті приблизно 125 Гц. Короткоперіодичні складові простежуються з частотами 450 Гц, 1150 Гц.

Для більш детального дослідження властивостей динамічної системи стола верстата виконано розрахунок імпульсних характеристик динамічної системи. Імпульсні характеристики знайдені як похідні перехідних функцій.

Імпульсні характеристики розраховані за допомогою структурної математичної моделі (рис. 11). Обчислення похідних здійснюється блоками Derivative.

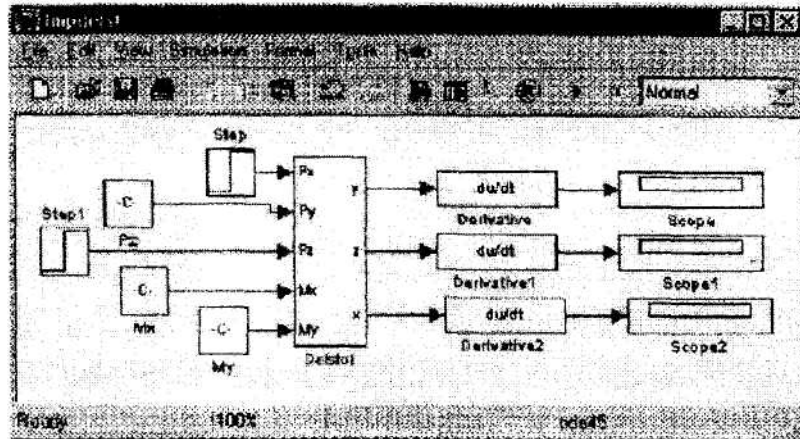


Рис. 11. Структурна математична модель, призначена для визначення імпульсних характеристик динамічної системи стола

Результати розрахунку горизонтальних переміщень стола у напрямку  $Y$  наведені на рис. 12.

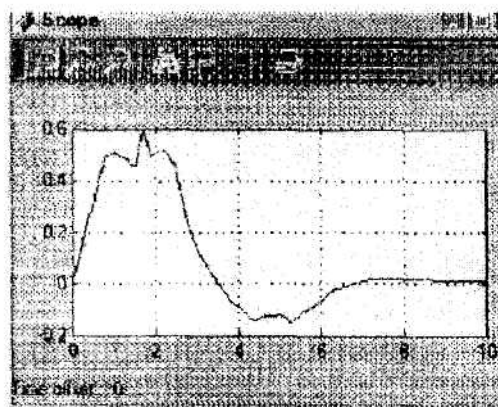


Рис. 12. Результати розрахунку імпульсної характеристики верстата, яка відповідає переміщенню стола в напрямку  $Y$

Імпульсна характеристика відповідає коливальній системі із затуханням. На характеристиці простежується довгоперіодична складова, яка відповідає частоті приблизно 165 Гц.

Коливання імпульсної характеристики швидко затухають.

Аналогічний вигляд має імпульсна характеристика, що відповідає переміщенню стола в напрямку  $X$  (рис. 13).

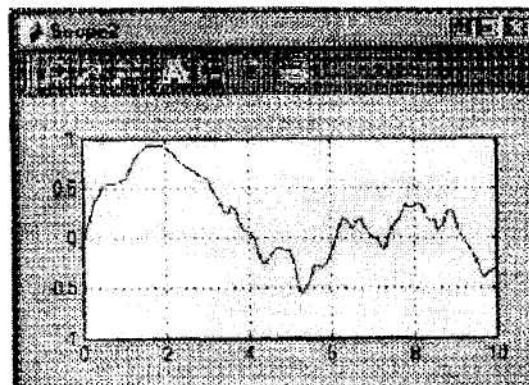


Рис. 13. Імпульсна характеристика, яка визначає переміщення стола в напрямку  $X$  при дії на стіл імпульсного навантаження

На характеристиці простежується довгоперіодична складова, яка відповідає частоті коливань стола приблизно 125 Гц. Короткоперіодичні складові відповідають частотам коливань приблизно 500 Гц і 1000 Гц.

Вертикальні коливання стола під дією імпульсного навантаження мають суттєві короткоперіодичні складові (рис. 14). Амплітуда короткоперіодичних складових коливань має один порядок із максимальним значенням характеристики.

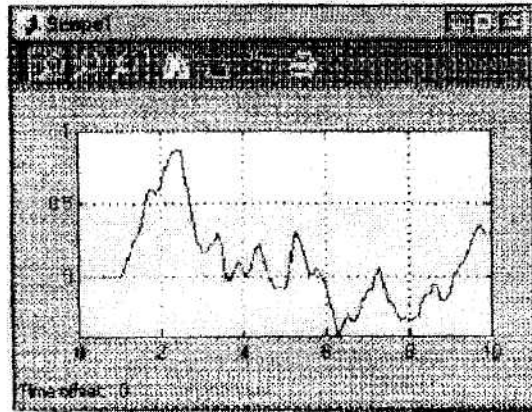


Рис. 14. Розрахункові значення імпульсної характеристики, що відповідає коливанням стола у вертикальному напрямку

Частоти короткоперіодичних складових знаходяться в межах: 650..670; 1050..1100; 2100..2200 Гц.

Вигляд характеристики показує, що коливання стола викликаються навантаженнями випадкового характеру, які мають місце в приводах стола.

Для перевірки адекватності розробленої математичної моделі динамічних переміщень стола результати математичного моделювання порівнювались з експериментальними даними. В експериментах використано спеціальний вимірювальний пристрій у вигляді трикомпонентного тензометричного динамометра.

Результати розрахунків підтверджують ефективність роботи розробленої математичної моделі вертикальних і крутильних коливань шпинделя. Разом із математичною моделлю поперечних переміщень шпинделя та математичними моделями переміщення стола верстата у трьох напрямках вона утворює програмний комплекс, що дозволяє визначити зміну положення фрези і заготовки під дією сил різання довільного виду із врахуванням особливостей динамічних процесів у пружній системі верстата.

МЕЛЬНИЧУК Петро Петрович – кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри технології машинобудування та конструювання технічних систем, ректор Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:

- металорізальне обладнання;
- теорія різання;
- механіка руйнування.