

УДК 528.9: 502.7

**Б.І. Денисюк, асист.**  
*Київський національний університет будівництва і архітектури*  
**Б.І. Суховірський, к.т.н., доц.**  
*Чернігівський державний інститут економіки і управління*  
**Р.Ю. Шевченко, асист.**  
*Київський національний університет будівництва і архітектури*

### МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ГЕОІНФОРМАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ «ЕКОЛОГІЯ КИЄВА»

*Вперше пропонуються елементи математичної моделі екологічної функціональної ГІС при використанні космічних знімків для екологічного моніторингу та складання карт природоохоронної тематики в геоінформаційних системах.*

Математична модель будь-якої ГІС ґрунтується на великих експериментальних роботах, а враховуючи те, що такі дослідження у сфері геоекологічного моніторингу проводяться як державними структурами (НД Центр “Природа”), так й приватними, потрібно детально зосередити увагу на методології досліджень. Наукові методи цих організацій ґрунтуються виключно на теорії математичного лінійного програмування, а іноді – на методі найменших квадратів. При складанні алгоритмів геоінформаційних досліджень вони не враховують, а головне – не використовують комплексної картографічної оцінки елементів екологічної ГІС. Наприклад, застосовуючи диференційні рівняння другого порядку при укладанні комп’ютерної ГІС-моделі розпаду радіонуклідів на території Києва, починаючи, з 1986 року, екстраполюється малий проміжок часу від моменту  $t$  до моменту  $t + \Delta t$ . Так як  $N$  – деяка функція від  $t$ , розраховують швидкість розпаду радіоактивних речовин, використовуючи при цьому програмну формулу [2]:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\Delta N}{N} = -N(t). \quad (1)$$

Ця формула при складанні математичної моделі екологічної ГІС виключає найбільш повне відображення взаємозв’язків у розміщенні об’єктів і явищ, склад та показники. Альтернативою цьому для визначення інтересів раціонального використання природних ресурсів і охорони довкілля є математичний апарат енергетичної субординації в екосистемі; на прикладі Києва це:

$$y(t) = x(t) - \int_a^b k(t, \tau)x(\tau)d\tau. \quad (2)$$

Формула (2) – це закон Дж.Хатчинсона, який при інтегруванні в програмне середовище злічує коефіцієнт екологічної навантаженості  $k$  в залежності від покладених обмежень інтеграла меридіонального напрямку, який, в свою чергу, також залежить від лімітуючих факторів екологічної репродуктивності екоцинозу Києва. Таким чином, даною формулою ми визначаємо площинний ареал ГІС-екологічних досліджень, чого немає в інших розробках. Надалі потрібно застосувати кореляційну детерніфікацію для визначення головного предмета та об’єкта ГІС-досліджень або моделі наукового експерименту з екології [3]:

$$g(S) = \int_{+\infty}^{-\infty} \frac{f(t)}{s+t} dt; \quad (3)$$

цей математичний вираз може мати інший вигляд:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\hbar}{2m} \Delta \psi + u(r, t) \psi. \quad (4)$$

Напрацьований математичний апарат екологічної моделі ГІС-досліджень екосфери Києва містить задачу просторового геоінформаційного аналізу стану літосфери післяаварійного періоду, тому доцільніше було застосовувати обов’язково ймовірнісні характеристики просторового аналізу біосфери міста, покладаючи в основу парадигму замкненої енергетичної, з математичної точки зору, системи “геосфера–літосфера”.

Загальну формулу такої біогеосистеми можна представити у вигляді рівняння:

$$\xi(r, t, h, f, t) = \iiint_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\sqrt[4]{\prod_k (du - dv)}}{\sum_i \int_{-\infty}^{\infty} (div \theta Y)} \right] * \log u dr dt dh df dt, \tag{5}$$

де  $r, t, h, f, t$  – компоненти геоекосистеми (відповідно літосфера, атмосфера, гідросфера, біосфера, уфосфера);  $u, v$  – кореляційні коефіцієнти біологічної люстрації;  $\psi$  – коефіцієнт Герцшпрунга–Рессела, що вказує на наявність постійних геохімічних процесів у лімітованому навколишньому середовищі  $\theta$ .

Дослідимо це рівняння з точки зору біноміального розподілення [5]:

$$P\{\xi = r, t, h, f, t\} = \iint_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{con(du - dv)}{dudv} \right] \int_{-\infty}^{\infty} (\det \prod dudv) dr dt dh df dt. \tag{6}$$

При запровадженні біноміального розподілення визначаємо у ГС функціональні залежності математичної моделі від отриманих результатів, тобто порівнюємо проєктні або минулі результати досліджень з новими апробаціями делімітованої моделі, що запроваджена у науковому дослідженні.

Математична модель не буде повною для функціональної ГС, якщо ми не запровадимо метод комплексних амплітуд при дослідженні цих природних динамік. Додамо до правої частини формули (6) комплексну складову  $iU_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$  та отримуємо рівняння, але дещо спрощене:

$$P = \iint U_0 \cos(\omega t + \varphi_0) + I. \tag{7}$$

Завдяки виразу (7) важкість забезпечення та узгодження отриманої ГС-інформації з попередніми взаємоінтегрується і складає в сукупності необхідне та повне відображення взаємозв'язків явищ у довкіллі.

Використання космічної інформації при складанні математичної моделі геоінформаційної системи “Екологія Києва” вимагає координованої прив'язки моделі до референц-еліпсоїда WGS-84, що виражається через формулу прив'язки ГС-космічної інформації до геодезичної основи:

$$\chi = \iint_{XYZ} DXDF \frac{\delta \varphi}{\delta \lambda} d\varphi d\lambda. \tag{8}$$

Останнім часом постало питання розвитку нових методів в ГС-математичному моделюванні, альтернативних МНК. Так протягом 1980–1995 рр. вперше у бувшому СРСР проф. Убайдуллаєвим Ю.Н. був застосований метод В-сплайнових функцій в моделюванні процесів та явищ у навколишньому середовищі, та був викреслений кореляційний зв'язок геоаномалій та забруднень довкілля. Ці формули ми адаптуємо до математичної екологічної ГС-моделі:

$$\varpi = \iiint \iiint \sum_{-\infty}^{\infty} \sum_{-\infty}^{\infty} \sum_{-\infty}^{\infty} \sum_{-\infty}^{\infty} \frac{con(\phi v \pi)}{\det(UN)} \sum_4 \frac{FUNC(23,125 * fM)}{3,14g} dXdYdZdT. \tag{9}$$

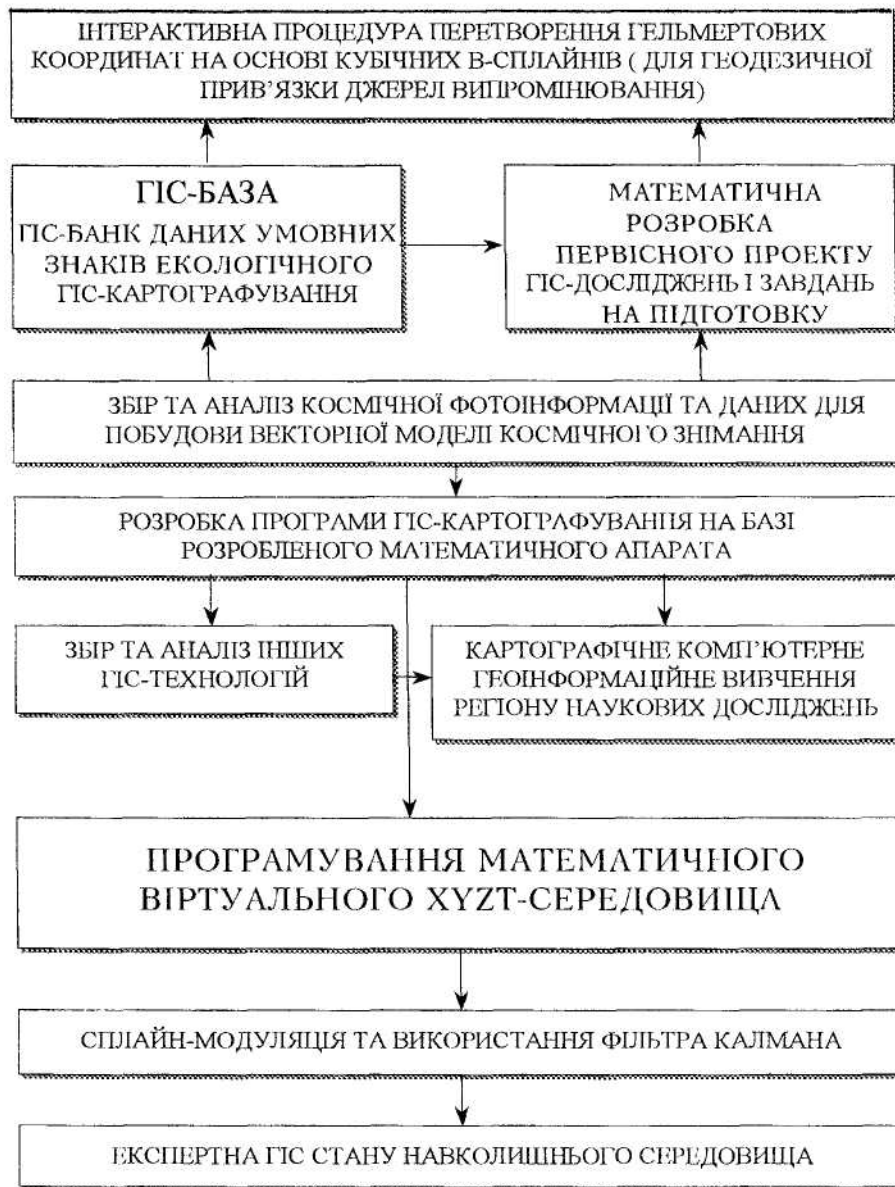
Закон, визначений формулою (9), звучить так: *стан навколишнього середовища окремої території чотирьохмірного простору–часу описує детермінаційне коло функціональних залежностей, що формують зовнішній та внутрішній природні потенціали, та моментально реагує на зміни екосистеми через оператор Манна, що дорівнює 3.14 g.*

Для більш глибокого розуміння питання накреслимо функціонально-кореляційну блок-схему математичної моделі геоінформаційної системи (ГІС) “Екологія Києва”.

Експертна ГІС стану навколишнього середовища – це геоінформаційна система й програма, яка є головним математичним інструментом, що визначає призначення, зміст і методи створення алгоритмів ГІС-досліджень стану, довгострокового прогнозу та моніторингу навколишнього середовища Києва. Головним рівнянням даної геоінформаційної системи є:

$$\delta_n = \delta_p + uv = \eta, \tag{10}$$

де  $\delta_n$  – проєктне значення екопотенціалу;  $\delta_p$  – отримане значення екопотенціалу;  $u$  – поправка на системний зсув пікселів;  $v$  – поправка на комп'ютерно-просторову редуцію;  $\eta$  – коефіцієнт репродуктивності ГІС, який працює в діапазоні  $-1 \leq \eta \leq 1$ .



Рівняння (10) можна записати в остаточному вигляді головної формули ГІС “Екологія Києва” [1]:

$$\prod_{-\infty}^{+\infty} \Delta(N) - \prod_1^4 \Delta(P) + \prod_{-\infty}^{+\infty} U_1^* \begin{pmatrix} u & 0 & v & 1 & 1 \\ 0 & u & v & 1 & 1 \\ 0 & v & u & 1 & 1 \\ 0 & v & 1 & u & 1 \\ 0 & v & 1 & 1 & 1 \\ 0 & v & 1 & u & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & u & 1 & u & 1 \end{pmatrix} \times N = \sum \sum \sum \Pi \sum \lambda \quad (11)$$

Головна формула даної ГІС відображає інтегровану матрицю Ст'юдента по колу, яка показує розподілення основних похибок програмної ГІС, що враховує потенціальні функціональні залежності за критерієм Гребса у чотирьохмірному просторі-часу. Введена функція  $\lambda$  – інтегрований залежний член рівняння енергетичної залежності екосистеми, який обов'язково потрібно запровадити у функціональну експертну ГІС-систему. Інтегрування (робота програми) йде по колу енергетичної регенерації екосистеми закону Оптимума [4].

Досвід показує, що при комплексному математичному моделюванні ГІС-досліджень із застосуванням сплайн-функцій й математичного та геометричного програмування при залученні космічних матеріалів в процесі наукової роботи виявляються нові, невідомі раніше дані про природні ресурси, довкілля, зовнішнє природне середовище, які зможуть знайти практичне використання у будівельній справі ще до завершення повного циклу проекту генерального міського будівництва Києва (визначення геологічних аномалій, небезпечних природних умов, антропогенних порушень природних ресурсів тощо). Цей метод був застосований при складанні ГІС "Малий екологічний атлас України".

Однією з найважливіших завдань математичного ГІС-моделювання є своєчасне виявлення нових даних про природні ресурси та довкілля Києва, про їх стан, динаміку та передачу рекомендацій для впровадження зацікавленим відомствам і організаціям. В першу чергу, це стосується Київської міської державної адміністрації [1].

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Математичне моделювання ГІС-картографування за космічними знімками і охорона павколишнього середовища. – Керч: "Таврія", 2000. – С. 45–56.
2. Убайдуллаєв Ю.Н. Математичне моделювання. – К.: КНУБА, 2001.
3. Mac Kim H.L. GIS water resources by satellite. – Milit. Eng., 1995. – V. 70. – № 455. – P. 164–169.
4. GIS ecological surveys from space. – NASA, Wash., 1997, sp-230. – 75 p.
5. Fourth annual symposium on GIS processing of remotely sensed data. West Lafayette, Ind., June 1999. Ed D.Morrison, D.Scherer, New York, N.J., 1995. P. 68.
6. ГИС и экологические модели и программирование. – М.: «Недра», 2001. – С. 7–10.

ДЕНИСЮК Богдан Іванович – асистент кафедри "Геоінформатики і фотограмметрії" Київського національного університету будівництва і архітектури.

Наукові інтереси:

– геоінформаційні системи.

Тел. (044) 241-55-67

СУХОВІРСЬКИЙ Борис Іванович – кандидат технічних наук, доцент, ректор Чернігівського державного інституту економіки і управління.

Наукові інтереси:

– геоінформаційні системи.

Тел. (044224) 5-61-70

ШЕВЧЕНКО Роман Юрійович – асистент кафедри "Геоінформатики і фотограмметрії" Київського національного університету будівництва і архітектури.

Наукові інтереси:

– геоінформаційні системи.

Тел. (044) 241-55-67

Подано 13.02.2002