

УДК 681.5.015.44

А.Г. Тютюнник, к.т.н., проф.
Житомирський інженерно-технологічний інститут

**СИНТЕЗ СПОСТЕРІГАЮЧИХ ПРИСТРОЇВ НА ОСНОВІ НЕПЕРЕРВНИХ
ОПТИМАЛЬНИХ ФІЛЬТРІВ КАЛМАНА–Б'ЮСІ ДЛЯ ОБ'ЄКТІВ
КЕРУВАННЯ ПЕВНОГО КЛАСУ**

Розглядається загальна задача синтезу оптимальних спостережних пристроїв для об'єктів керування певного класу при дії на них випадкових збурень та завад вимірювання.

Задача створення сучасних систем автоматичного керування будь-якими технологічними процесами або технічними пристроями вимагає використання таких методів, які дозволяють одержувати оптимальні результати.

Так, для синтезу замкненої системи керування певним об'єктом необхідно мати нову інформацію про вектор стану цього об'єкта. Але в реальних умовах він недоступний для вимірювання з різних на те причин, тому доводиться задовольнятися деяким вектором вимірювання, який представляє собою певну комбінацію компонентів вектора стану. Крім того, на досліджуваний об'єкт керування діють випадкові збурення, а при вимірюванні параметрів його функціонування не можна позбавитись від випадкових завад. Для одержання достовірної інформації про стан об'єкта керування в таких умовах його роботи доцільно використовувати спостережні пристрої, побудовані на основі оптимальних фільтрів Калмана – Б'юсі (ФК–Б).

Розглянемо об'єкт керування, який описаний системою рівнянь:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + BU + Dq; \\ Z &= HX + \vartheta, \end{aligned} \tag{1}$$

де X – вектор стану об'єкта керування; U – вектор керування; Z – вектор вимірювання; q – вектор збурень на вході об'єкта керування; v – вектор завад вимірювання; A, B, D, H – відомі матриці.

Задача оптимальної фільтрації полягає в тому, щоб за результатами вимірювань вектора Z одночасно оцінювати (в тому ж темпі) параметри вектора стану об'єкта керування. Таким чином, необхідно забезпечити поточну оцінку стану ОК з максимальною точністю, тобто з найменшою похибкою фільтрації

$$e = X - X_{\phi} \rightarrow \min.$$

Структурна схема оптимальної фільтрації наведена на рис. 1.

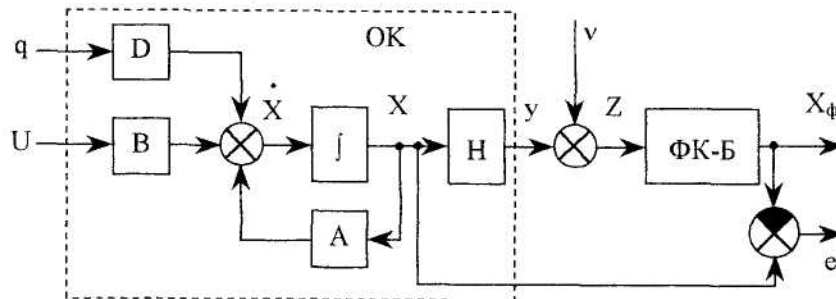


Рис. 1

Векторні процеси збурень $q(t)$ та завад вимірювання $v(t)$ представляють собою гаусівські білі шуми з нульовими середніми значеннями:

$$M[q(t)] = 0; M[v(t)] = 0$$

та з відомими матрицями інтенсивності:

$$M[q(t) \cdot q^T(t)] = R(t)_q; M[v(t) \cdot v^T(t)] = R(t)_v. \tag{2}$$

При цьому матриця $R(t)_v$ повинна бути неособливою, тобто мати зворотну.

Процеси $q(t)$ і $v(t)$ є взаємозалежними.

$$M[q(t) \cdot v^T(\tau)] = 0.$$

Згідно із загальною теорією оптимальної фільтрації [1] структуру ФК–Б доцільно визначати відповідно до структури об'єкта керування, а саме у вигляді наступної схеми (рис. 2), яка описується такою системою диференціальних рівнянь:

$$\dot{X}(t)_\phi = AX(t)_\phi + K[Z(t) - HX(t)_\phi] + BU(t). \quad (3)$$

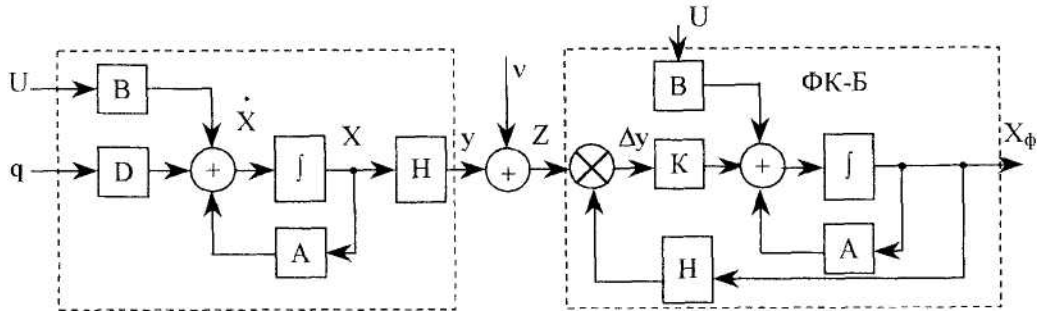


Рис. 2

Система (3) забезпечує незміщену оцінку $X(t)_\phi$ для вектора стану об'єкта $X(t)$, якщо вектор початкових умов ФК-Б буде дорівнювати середньому значенню вектора стану ОК в початковий момент, тобто

$$X(0)_\phi = M[X(0)]. \quad (4)$$

Як видно із (2), задача синтезу фільтра Калмана-Б'юсі в основному зводиться до визначення матричного коефіцієнта підсилення K за формулою [2, 3]:

$$K(t) = L(t) \cdot H^T \cdot R(t)_v^{-1}. \quad (5)$$

Невідома $(n \times n)$ коваріаційна матриця похибок фільтрації

$$L(t) = M[e(t) \cdot e^T(t)] \quad (6)$$

визначається із диференційного матричного рівняння типу Ріккати:

$$\dot{L}(t) = AL(t) + L(t)A^T - L(t)H^T R(t)_v^{-1} \cdot H \cdot L(t) + DR(t)_q D^T. \quad (7)$$

Бібліографія робіт за калманівською фільтрацією на сьогодні досить велика. Однак більшість джерел носить в основному теоретичний або оглядовий характер. В даній статті розглядається задача практичної реалізації фільтра Калмана-Б'юсі для об'єкта в загальному вигляді, що дає можливість використати одержані результати для об'єктів аналогічного класу.

Розглянемо об'єкт керування (1), де

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}; \quad H = [h_1 \ h_2]. \quad (8)$$

Сигнал збурення на вході $q(t)$ та завада вимірювання $v(t)$ представляють собою випадкові сигнали типу білі шуми з нульовими середніми та інтенсивностями (2):

$$R(t)_q = R_q; \quad R(t)_v = R_v. \quad (9)$$

Коваріаційну матрицю похибок фільтрації (6)

$$L = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} \\ l_{21} & l_{22} \end{bmatrix} \quad (10)$$

визначимо із матричного диференційного рівняння Ріккати (7):

$$\begin{bmatrix} \dot{l}_{11} & \dot{l}_{12} \\ \dot{l}_{21} & \dot{l}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} \\ l_{21} & l_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} \\ l_{21} & l_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix} \cdot R_q \cdot \begin{bmatrix} d_1 & d_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} \\ l_{21} & l_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{R_v} \cdot \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} \\ l_{21} & l_{22} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Після відповідних перетворень одержимо систему нелінійних диференційних рівнянь для визначення компонентів матриці $L(10)$:

$$\dot{l}_{11} = 2a_{11}l_{11} + a_{12}l_{12} + a_{12}l_{21} + R_q d_1^2 - \frac{1}{R_v} (h_1^2 l_{11}^2 + h_1 h_2 l_{11} l_{21} + h_1 h_2 l_{11} l_{12} + h_2^2 l_{12} l_{21}); \quad (12)$$

$$\dot{l}_{12} = (a_{11} + a_{22})l_{12} + a_{21}l_{11} + a_{12}l_{22} + R_q d_1 d_2 - \frac{1}{R_v} (h_1^2 l_{11} l_{12} + h_1 h_2 l_{11} l_{22} + h_1 h_2 l_{12}^2 + h_2^2 l_{12} l_{22}); \quad (13)$$

$$\dot{l}_{21} = (a_{11} + a_{22})l_{21} + a_{12}l_{11} + a_{12}l_{22} + R_q d_1 d_2 - \frac{1}{R_v} (h_1^2 l_{11} l_{12} + h_1 h_2 l_{11} l_{12} + h_1 h_2 l_{12}^2 + h_2^2 l_{12} l_{22}); \quad (14)$$

$$\dot{l}_{22} = 2a_{22}l_{22} + a_{21}l_{12} + a_{21}l_{21} + R_v d_2^2 - \frac{1}{R_v} (h_1^2 l_{12} l_{21} + h_1 h_2 l_{21} l_{22} + h_1 h_2 l_{12} l_{22} + h_2^2 l_{22}^2). \tag{15}$$

За формулою (5):

$$\begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{11} l_{12} \\ l_{21} l_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{R_v} \tag{16}$$

одержимо значення коефіцієнтів підсилення ФК-Б:

$$K_1 = \frac{1}{R_v} (h_1 l_{11} + h_2 l_{12}); \tag{17}$$

$$K_2 = \frac{1}{R_v} (h_1 l_{21} + h_2 l_{22}). \tag{18}$$

У відповідності до матричного рівняння (3)

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{1\phi} \\ \dot{x}_{2\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} a_{12} \\ a_{21} a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{1\phi} \\ x_{2\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix} \cdot \left(Z - \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{1\phi} \\ x_{2\phi} \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \cdot U \tag{19}$$

одержимо систему рівнянь

$$\dot{x}_{1\phi} = a_{11} x_{1\phi} + a_{12} x_{2\phi} + K_1 [Z - (h_1 x_{1\phi} + h_2 x_{2\phi})] + b_1 U; \tag{20}$$

$$\dot{x}_{2\phi} = a_{21} x_{1\phi} + a_{22} x_{2\phi} + K_2 [Z - (h_1 x_{1\phi} + h_2 x_{2\phi})] + b_2 U, \tag{21}$$

які описують динаміку оптимального фільтра Калмана-Б'юсі.

Для того, щоб забезпечувати поточну оцінку вектора стану об'єкта керування (8) впродовж всього терміну його функціонування, необхідно реалізувати структуру постійно діючого ФК-Б за допомогою аналогових пристроїв, або на базі дискретної обчислювальної техніки.

Структура аналогового стаціонарного фільтра Калмана-Б'юсі для об'єкта керування (8) наведена на рис. 3, де $U(t)$ - детермінований сигнал керування об'єктом; $Z(t) = h_1 x_1(t) + h_2 x_2(t) + v(t)$ - сигнал вимірювання.

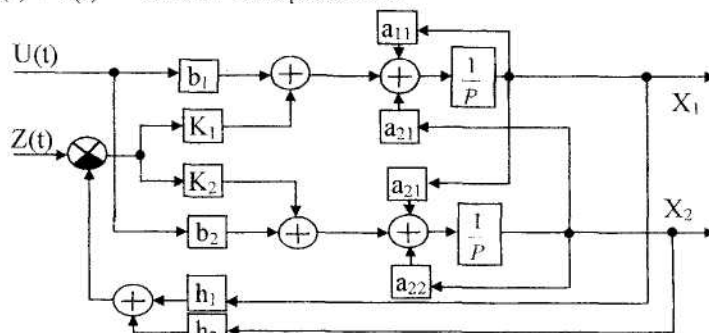


Рис. 3

Для реалізації структури стаціонарного фільтра Калмана-Б'юсі на базі дискретної обчислювальної техніки необхідно забезпечити апаратно розв'язок диференціальних рівнянь (20) і (21) з певним кроком дискретності, використавши значення компонентів матриці L(12), (15) та матриці K (17), (18), які були одержані вище.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Венгеров А.А., Щаренский В.А. Прикладные вопросы оптимальной линейной фильтрации. - М.: Энергоиздат, 1982. - 192 с.
2. Браммер К., Зиффлинг Г. Фильтр Калмана-Бьюси. - М.: Наука, 1982. - 200 с.
3. Балакришнан А.В. Теория фильтрации Калмана. - М.: Мир, 1988. - 168 с.

ТЮТЮПНИК Анатолий Гнатович - кандидат технічних наук, професор кафедри автоматизації і комп'ютеризованих технологій Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:

- синтез та аналіз оптимальних і адаптивних систем автоматичного керування технологічними процесами.