УДК 621.37:621.391

В.Г. Ципоренко, к.т.н., доц.
Житомирський інженерно-технологічний інститут

ВИЗНАЧЕННЯ ПОЧАТКОВОЇ ФАЗИ СКЛАДНОГО РАДІОСИГНАЛУ ШЛЯХОМ АНАЛІЗУ ЙОГО СПЕКТРА

Показано, що оптимальна оцінка початкової фази складного радіосигналу при наявності адитивного шуму може бути реалізована в частотній області визначення. Основною операцією такої оцінки є частотний квадратурний кореляційний аналіз. Визначені закон розподілу та його кількісні характеристики оцінки початкової фази складного радіосигналу для неперервного, неперервно-дискретного та дискретно-дискретного видів аналізу.

В сучасних радіоелектронних системах актуальною є задача визначення параметрів радіосигналів шляхом аналізу їх спектра при наявності завад [1, 2, 3].

Розглянемо задачу визначення початкової фази дійсного радіосигналу $S(t,\varphi)$, що приймається в адитивній суміші $U(t)$ зі статистично незалежним білим гаусовим шумом $n(t)$ впродовж часового інтервалу $t \in [0, T_a]$. Шум $n(t)$ та сигнал $S(t,\varphi)$ є обмеженими за смугою частот $\{f_H\ ,\ f_B\}$. Вихідні умови запишемо таким чином:

$$U(t) = S(t,\varphi) + n(t), \qquad (1)$$

де φ – апріорі невідома початкова фаза радіосигналу, що є випадковою величиною з рівномірним розподілом густини ймовірності в інтервалі $[\pi, \pi]$;

$S(t,\varphi)$ – відома детермінована функція часу, що має вигляд:

$$S(t,\varphi) = A(t)\cdot\cos(2\pi f t + \gamma(t) + \varphi),$$

де $A(t)$, $\gamma(t)$ – детерміновані функції, що відображають закони амплітудної та фазової модуляцій.

Нехай апріорі відомі всі необхідні ймовірнісні характеристики шуму $n(t)$:

M_n, $Д_n$ – відповідно математичне очікування та дисперсія шуму $n(t)$, зазвичай $M_n = 0$;

$N = \text{const}$ – двостороння спектральна густина потужності шуму $n(t)$.

Необхідно оптимальним чином визначити значення початкової фази φ за прийнятою реалізацією $U(t)$ в інтервалі $[0, T_a]$.

У часовій області визначення поставлена задача вирішується оптимальним чином на основі квадратурного кореляційного аналізу [4, 5].

Розв'яжемо цю задачу в частотній області, коли обробці підлягає спектр прийнятої суміші $U(t)$.

Розглянемо випадок безперервно-безперервного аналізу [6], при якому в частотній області визначення аналізується комплексна спектральна густина $U(jf)$ прийнятої суміші, яку можна записати у вигляді:

$$U(jf) = S(jf,\varphi) + n(jf), \qquad (2)$$

де $S(jf,\varphi)$, $n(jf)$ – відповідно комплексні спектральні густини корисного сигналу $S(t,\varphi)$ та шуму $n(t)$.

Для вирішення задачі визначення параметрів радіосигналів, що задані в частотній області визначення, в загальному випадку доцільно використовувати відповідну частотну функцію правдоподібності та на її основі визначати розподіл апостеріорної ймовірності значень параметрів. За оцінку параметра приймається найбільш вірогідне його значення.

В нашому випадку апостеріорна ймовірність початкової фази $P_{ps}(\varphi)$ дорівнює [6]:

$$P_{ps}(\varphi) = K_н \cdot P_{pr}(\varphi) \cdot L_f(\varphi), \qquad (3)$$

де $L_f(\varphi)$ – частотна функція правдоподібності початкової фази;

$P_{pr}(\varphi)$ – апріорна густина розподілу ймовірності початкової фази;

$$K_н = \left[\int_{-\pi}^{\pi} P_{pr}(\varphi)\cdot L_f(\varphi)\,df\right]^{-1}.$$

Визначимо функцію правдоподібності $L_f(\varphi)$, яка в загальному випадку дорівнює:

$$L_f(\varphi) = K_{L\text{н}} \cdot \exp\left(-\frac{E_S}{4N}\right) \cdot \exp\left\{\frac{1}{N}\int_{f_H}^{f_B} \mathrm{Re}\left(U(jf) \cdot S^*(jf,\varphi)\right)df\right\}, \quad (4)$$

де E_S – енергія корисного сигналу;

$S^*(jf, \varphi)$ – спряжена комплексна спектральна густина корисного сигналу;

$K_{L\text{н}}$ – коефіцієнт пропорційності.

При незмінній енергії сигналу $E_S = \mathrm{const}$ оптимальна оцінка початкової фази дорівнює:

$$\bar{\varphi} = \max_{\varphi}\left\{\frac{K_\text{н}}{2\pi} \cdot \exp\left(-\frac{E_S}{4N}\right) \cdot L_f(\varphi)\right\} = \max_{\varphi}\left\{\int_{f_H}^{f_B} \mathrm{Re}\left(U(jf) \cdot S^*(jf,\varphi)\right)df\right\}. \quad (5)$$

Розв’язком рівняння (5) є розв’язок диференційного рівняння (6):

$$\frac{d}{d\varphi}\left\{\int_{f_H}^{f_B} \mathrm{Re}\left(U(jf) \cdot S^*(jf,\varphi)\right)df\right\} = 0. \quad (6)$$

Після відповідних перетворень і диференціювання маємо:

$$\frac{d}{d\varphi}\left[R_c(jf)\cdot\cos\varphi - R_s(jf)\cdot\sin\varphi\right] = \left[R_c(jf)\cdot\sin\bar{\varphi} + R_s(jf)\cdot\cos\bar{\varphi}\right] = 0. \quad (7)$$

Розв’язком рівняння (7) є шукана оцінка початкової фази $\bar{\varphi}$:

$$\bar{\varphi} = -\mathrm{arctg}\frac{R_s(jf)}{R_c(jf)} = \mathrm{arctg}\frac{\int_{f_H}^{f_B} \mathrm{Re}\left(\int_{-\infty}^{\infty} A(t)\cdot\cos(2\pi ft + \gamma(t))\cdot e^{-j2\pi ft}\,dt\right)df}{\int_{f_H}^{f_B} \mathrm{Re}\left(\int_{-\infty}^{\infty} A(t)\cdot\sin(2\pi ft) + \gamma(t))\cdot e^{-j2\pi ft}\,dt\right)df}, \quad (8)$$

де $R_c(jf) = \int_{f_H}^{f_B} \mathrm{Re}\left(U(jf)\cdot S_c^*(jf)\right)df$;

$R_s(jf) = \int_{f_H}^{f_B} \mathrm{Re}\left(U(jf)\cdot S_s^*(jf)\right)df$;

$S_c(jf)$, $S_s(jf)$ – спектри квадратурних складових сигналу $S(t,\varphi)$;

$S_c(jf) = \int_{-\infty}^{\infty} A(t)\cdot\cos(2\pi ft + \gamma(t))\cdot e^{-j2\pi ft}\,dt$;

$S_s(jf) = \int_{-\infty}^{\infty} A(t)\cdot\sin(2\pi ft + \gamma(t))\cdot e^{-j2\pi ft}\,dt$;

$R(jf) = \sqrt{R_c^2(jf) + R_s^2(jf)}$.

Визначимо математичне очікування та дисперсію оцінки початкової фази радіосигналу. Враховуючи рівняння (1) і (2), маємо:

$$R_s(jf) = \int_{f_H}^{f_B} \mathrm{Re}\left(S(jf,\varphi)\cdot S_c^*(jf) + n(jf)\cdot S_c^*(jf)\right)df; \quad (9)$$

$$R_c(jf) = \int_{f_H}^{f_B} \mathrm{Re}\left(S(jf,\varphi)\cdot S_s^*(jf) + n(jf)\cdot S_s^*(jf)\right)df. \quad (10)$$

Аналіз рівнянь (9), (10) показує, що функції $R_s(jf)$ та $R_c(jf)$ є випадковими з нормальним законом розподілу густини ймовірності своїх значень і мають однакові значення параметрів розподілу:

– дисперсія $Д_{RS} = Д_{RC} = \frac{NE_S}{4}$;

– математичне очікування $m_c = M\{R_c(jf)\} = \frac{E_S}{2}\cdot\cos\varphi$;

$$m_s = M\{R_s(jf)\} = \frac{E_S}{2}\cdot\sin\varphi.$$

При цьому функції $R_s(jf)$ та $R_c(jf)$ практично статистично незалежні. Відповідно до цього можна визначити, що оцінка максимальної правдоподібності початкової фази є умовно незміщеною, а дисперсія її співпадає з розсіюванням оцінки і дорівнює [7]:

$$Д(\overline{\varphi}) = \frac{\pi^2}{3} + 4\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k \cdot \frac{\Gamma\left(1+\frac{k}{2}\right)\cdot q^k}{k^2 \cdot k! \cdot 2^{\frac{k}{2}}} \cdot F\left(\frac{k}{2}, k+1, -\frac{q^2}{2}\right), \tag{11}$$

де $\Gamma(\bullet)$ – гама-функція;

$F(\bullet)$ – вироджена гіпергеометрична функція;

$q^2 = \frac{2E_S}{N}$;

$k = 1, 2, \ldots$ – цілі додатні числа.

На практиці достатньо використовувати наближену оцінку дисперсії, яка отримується при наближеному розв'язку рівняння правдоподібності (11) методом малого параметра [7, 8]:

$$Д(\overline{\varphi}) = \frac{1}{q^2}\left(1+\frac{1}{q^2}\right) \approx \frac{N}{2E_S}. \tag{12}$$

Аналіз рівняння (12) показує, що точність визначення початкової фази запропонованим методом співпадає з відомими оцінками при обробці сигналів в часовій області визначення [4, 8].

Для дискретно-дискретного та безперервно-дискретного прийомів радіосигналу рівняння (12) матиме вигляд:

$$\overline{\varphi} = -\mathrm{arctg}\frac{\sum_{k=m_1}^{k=m_2}\mathrm{Re}\left(U(jf_k)\cdot S_s^*(jf_k)\right)}{\sum_{k=m_1}^{k=m_2}\mathrm{Re}\left(U(jf_k)\cdot S_c(jf_k)\right)}, \tag{13}$$

де k – цілі числа, $k \in \{m_1, m_2\}$;

$m_1 = E_Ц\left[\frac{f_H}{\Delta f}\right]$;

$m_2 = E_Ц\left[\frac{f_B}{\Delta f}\right]$;

Δf – значення дискрету за частотою;

$E_Ц[\bullet]$ – функція виділення цілої частини;

$S_{sk}(jf_l) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} A(t_l)\cdot\sin(2\pi f_k t_l + \gamma(t_l))\cdot e^{-j2\pi f_\kappa t_l}$;

$S_{ck}(jf_l) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} A(t_l)\cdot\cos(2\pi f_k t_l + \gamma(t_l))\cdot e^{-j2\pi f_\kappa t_l}$.

Таким чином, задачу визначення початкової фази радіосигналу при наявності адитивного шуму можливо оптимально вирішити, виконуючи аналіз прийнятої реалізації в частотній області шляхом обробки її комплексного спектра. Основною операцією вирішення цієї задачі є частотний квадратурний кореляційний аналіз. При цьому кількісні характеристики похибки оцінки початкової фази при аналізі в частотній області визначення співпадають з відомими значеннями похибки оцінки в часовій області визначення.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Гуткин Л.С.* Проектирование радиосистем и радиоустройств. – М.: Радио и связь, 1986. – 288 с.
2. *Ципоренко В.Г., Ципоренко О.Д.* Космічні радіоелектронні системи з частотною обробкою сигналів // Сучасні технології в аерокосмічному комплексі: Матеріали V Міжнар. наук.-практичної конф. 4–6 вересня 2001 р. – Житомир, 2001. – С. 145–153.
3. Радиотехнические системы / Под ред. Ю.И. Казаринова. – М.: Высш. шк., 1990. – 486 с.

4. *Тихонов В.И.* Оптимальный приём сигналов. – М.: Радио и связь, 1983. – 320 с.
5. *Гуткин Л.С.* Теория оптимальных методов радиоприёма при флуктуационных помехах. – М.: Сов. радио, 1972. – 448 с.
6. *Ципоренко В.Г.* Визначення апостеріорної ймовірності радіосигналу в частотній області // Вісник ЖІТІ. – 2000. – № 13 / Технічні науки. – С. 87–91.
7. *Левин Б.Р.* Теоретические основы статистической радиотехники. – Т. 2. – М.: Сов. радио, 1975. – 470 с.
8. *Куликов Е.И., Трифонов А.П.* Оценка параметров сигналов на фоне помех. – М.: Сов. радио, 1978. – 296 с.

ЦИПОРЕНКО Валентин Григорович – кандидат технічних наук, доцент кафедри радіотехніки Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:

– радіоелектроніка з використанням цифрової обробки сигналів.

Подано 14.09. 2001