

ПРИЛАДИ

УДК 621.372.853

В.В. Захленюк, аспір.

Житомирський інженерно-технологічний інститут

НАБЛИЖЕНІ МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ ЧАСТКОВО ЗАПОВНЕНИХ ХВИЛЕВОДІВ

(Представлено д.т.н., с.н.с. В.П. Манойловим)

Пропонується аналіз наближених методів розрахунку частково заповнених хвилеводів. Отримані розрахункові формули для круглого хвилеводу з діелектричним заповненням та порівнянні результати розрахунку з точним розв'язком дисперсійних рівнянь. Визначено межі придатності цих методик.

В останній час виявляється значний інтерес до використання частково заповнених хвилеводів, які дозволяють створювати лінії передачі та пристрої СВЧ з покращеними електричними характеристиками.

Розв'язок електродинамічної задачі для таких хвилеводів зводиться до пошуку сталої поширення. Класичним рішенням цієї задачі є розв'язок дисперсійних рівнянь [1, 2]. Недоліком цієї методики є складність, а в деяких випадках – і неможливість знаходження точного розв'язку дисперсійних рівнянь.

Для інженерних розрахунків важлива не лише точність, а й простота розрахунку та ясність фізичної сутності процесів. Тому для інженерних розрахунків розробляються спеціальні методики, в яких поєднуються достатня точність з простотою розрахунків. Сутність цих методик полягає у:

- ✓ заміні частково заповненого хвилеводу на еквівалентний йому повністю заповнений [3];
- ✓ розкладі збудовуючої області на невеликі пластинки та розрахунку постійної як суми впливу кожної пластинки за методом збурень [4];
- ✓ аналізі взаємодії хвиль, існуючих у хвилеводі, за допомогою коефіцієнтів зв'язку [5].

Розглянемо ці методики для випадку круглого хвилеводу: в центрі хвилеводу, паралельно його центральній осі, знаходиться діелектричний циліндр. Оцінкою ефективності будемо вважати точність розрахунку.

Методика, що запропонована в [3], полягає у знаходженні ефективної діелектричної проникності, яка визначається через власні векторні функції порожнього хвилеводу:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ef} &= \varepsilon_{cp} \cdot \varepsilon_{\perp}; \\ \varepsilon_{cp} &= \frac{1}{S_0} \cdot \int_{S_0} \varepsilon \cdot ds; \\ \varepsilon_{\perp} &= \frac{1}{\varepsilon_{cp}} \cdot \int_{S_0} \varepsilon \cdot E_n \cdot E_m \cdot ds, \end{aligned} \tag{1}$$

де S_0 – площа поперечного перетину хвилеводу;

ε – діелектрична проникність, яка визначається:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_0, \text{ при } r_d \leq r \leq r_0, \\ \varepsilon &= \varepsilon_d, \text{ при } 0 \leq r \leq r_d, \end{aligned} \tag{2}$$

де ε_0 – діелектрична проникність хвилеводу;

ε_d – діелектрична проникність діелектрика;

r_0 – радіус хвилеводу;

r_d – радіус діелектрика;

E_m, E_n – власні векторні функції порожнього хвилеводу.

Підставивши відомі вирази [6] для власних векторних функцій порожнього хвилеводу та зробивши певні перетворення, отримуємо:

$$\varepsilon_{cp} = \varepsilon_0 \cdot \left((\varepsilon_r - 1) \left(\frac{r_d^2}{r_0^2} \right) + 1 \right); \tag{3}$$

$$\frac{1}{\varepsilon_{cp}} = \frac{2 \cdot n^2 (\varepsilon_0 \cdot F_1|_{r_d}^{r_0} + \varepsilon_d \cdot F_1|_0^{r_d}) + \chi^2 (\varepsilon_0 \cdot F_2|_{r_d}^{r_0} + \varepsilon_d \cdot F_2|_0^{r_d})}{2 \cdot n^2 \cdot F_1|_0^{r_0} + \chi^2 \cdot F_2|_0^{r_0} - 2 \cdot n^2 \cdot F_3|_0^{r_0}}$$

© В.В. Захленюк, 2001

$$-\frac{1}{\varepsilon_{\text{ср}}} \cdot \frac{2 \cdot n(\varepsilon_0 \cdot F_{3|_{r_d}}^{r_0} + \varepsilon_d \cdot F_{3|_0}^{r_d})}{2 \cdot n^2 \cdot F_{1|_0}^{r_0} + \chi^2 \cdot F_{2|_0}^{r_0} - 2 \cdot n^2 \cdot F_{3|_0}^{r_0}},$$

де

$$\begin{aligned} F_1|_a^b &= \int_a^b \frac{1}{r} \cdot J_n^2(\chi \cdot r) dr; \\ F_2|_a^b &= \int_a^b \frac{1}{r} \cdot J_{n+1}^2(\chi \cdot r) dr; \\ F_3|_a^b &= \int_a^b J_n(\chi \cdot r) \cdot J_{n+1}(\chi \cdot r) dr. \end{aligned} \tag{4}$$

В (4) прийнято: $J_n(\chi \cdot r)$ – функція Бесселя; $\chi = \frac{\mu_{mn}}{r_0}$; μ_{mn} – корінь функції Бесселя.

Результати розрахунку частково заповненого хвилеводу за (3) наведені на рис. 1–4.

Розглянемо методику, що базується на методі збурень. Центральною проблемою в ньому є визначення векторів поля в збуреній системі. Визначення векторів поля E та H у збуреній системі досить складне і не завжди можливе. Тому при малих величинах збурень вважають, що вектори поля E та H в збуреній системі рівні відповідним векторам у початковій системі [1, 2]. Це припущення накладає обмеження на область використання даного методу: метод збурень ефективний лише у випадку малих величин параметрів збурюючої області і дає велику похибку, або його неможливо використовувати взагалі, у випадку великих значень цих параметрів.

Розглянемо метод послідовних збурень: у випадку круглого хвилеводу із діелектричною пластинкою вираз для розрахунку постійної поширення [4] такий:

$$\gamma = \gamma_0 + \frac{\omega \cdot \int_S [(\varepsilon - \varepsilon_0) \cdot E \cdot E_0^*] dS}{\int_{S_0} \{ [E_0^* H] + [E H_0^*] \} dS}, \tag{5}$$

де γ – продольна стала поширення в збуреній системі;

S_0 – площа поперечного перетину хвилеводу;

S – площа поперечного перетину неоднорідності (збурення);

E , E_0 – вектори поля в збуреній системі та при початковому заповненні хвилеводу;

ε_0 , ε – діелектрична проникність початкового хвилеводного заповнення та збурюючого середовища відповідно;

γ_0 – стала поширення хвилеводу при початковому заповненні.

Збурюючою областю є діелектрик з радіусом r_d , причому умова $r_d \ll r_0$ (де r_0 – радіус хвилеводу) не виконується і (5) використовувати неможливо.

Розіб'ємо діелектрик на N_0 пластинок, товщина яких визначається таким чином:

$$r_i = \frac{r_d}{N_0}. \tag{6}$$

Оскільки кількість пластинок N_0 може бути вибрана будь-якою великою, різниця між незбуреним та збуреним станами системи буде незначною (виконується умова $r_i \ll r_0$), тому можна вважати, що вектори поля в цих системах рівні ($E_0 = E$ та $H_0 = H$).

Оскільки закон зміни параметрів збурень відомий апіорі, то на першому етапі обчислення сталої поширення (γ_1) проводиться за (5), однак область інтегрування в чисельнику рівна області, що займає перша пластинка.

Замінімо хвилевід із даною пластинкою на еквівалентний йому [3] повністю заповнений. Еквівалентний хвилевід буде мати такі параметри: постійна поширення та магнітна проникність еквівалентного хвилеводу рівні, відповідно, постійній поширення та магнітній проникності частково заповненого. А діелектрична проникність заповнення еквівалентного хвилеводу визначається так:

$$\varepsilon_{\text{еф}} = \frac{\gamma_1^2 - \chi^2}{\omega^2 \cdot \mu}, \tag{7}$$

де ω – кругова частота;

χ – поперечне хвильове число.

Підставляючи параметри еквівалентного хвильоводу у вирази для визначення складових векторів поля в хвильоводі, знаходимо ці складові та використовуємо їх для розрахунку впливу наступної пластинки. При цьому у виразі (5) необхідно замінити діелектричну проникність початкового заповнення хвильоводу на діелектричну проникність еквівалентного хвильоводу, що розрахована за (7).

Таким чином, стала поширення визначається як сума:

$$\gamma = \gamma_0 + \sum_{i=1}^{N_0} \frac{\omega \cdot \int_{S_i} (\varepsilon - \varepsilon_{\text{еф}i}) \cdot E_{i-1} \cdot E_{i-1}^* dS}{2 \cdot \int_S [E_{i-1} H_{i-1}^*] dS}, \quad (8)$$

де $\varepsilon_{\text{еф}}$ – визначається на кожному етапі, згідно з (7).

Як і в попередньому випадку, підставивши вирази для векторів поля, отримуємо:

$$\gamma = \gamma_0 + \sum_{i=1}^{N_0} \frac{\omega^2 \cdot (\varepsilon - \varepsilon_{\text{еф}i}) \cdot \left\{ \left(\frac{n^2 + 1}{\chi^2} \right) \cdot F_1|_{r_1}^{r_2} + F_2|_{r_1}^{r_2} - \frac{n}{\chi} \cdot F_3|_{r_1}^{r_2} \right\}}{2 \cdot \gamma \cdot \left\{ 2 \cdot \left(\frac{n}{\chi} \right)^2 \cdot F_1|_0^{r_0} + F_2|_0^{r_0} - 2 \cdot F_3|_0^{r_0} \right\}}. \quad (9)$$

Результати розрахунку частково заповненого хвильоводу за (9) наведені на рис. 1–4.

Методика [5] базується на аналізі взаємодії хвиль, що існують у хвильоводі. В [5] показано, що при наявності збурень власні хвилі порожнього хвильоводу стають зв'язаними, тобто вони взаємодіють між собою, обмінюючись енергією. Характер взаємодії визначається за допомогою коефіцієнтів зв'язку.

При незмінних формі та положенні діелектричного циліндру, згідно з [5], постійна поширення знаходиться з такого рівняння:

$$\begin{vmatrix} (\gamma - k_1 + k_{+1+1}) & k_{+1-1} & k_{+1+2} & k_{+1-2} & \dots \\ -k_{-1+1} & (\gamma + k_1 - k_{-1-1}) & -k_{-1+2} & -k_{-1-2} & \dots \\ k_{+2+1} & k_{+2-1} & (\gamma - k_2 + k_{+2+2}) & k_{+2-2} & \dots \\ -k_{-2+1} & -k_{-2-1} & -k_{-2+2} & (\gamma + k_2 - k_{-2-2}) & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} = 0, \quad (10)$$

де γ – постійна поширення, значення якої необхідно визначити;

k_n – хвильове число нормальних хвиль номера n (номер хвилі визначається так: в хвильоводі пронумеровані підряд нормальні хвилі електричного та магнітного типів за порядком збільшення абсолютного значення хвильового числа);

$k_{\pm n \pm p}$ – коефіцієнти зв'язку.

Для діелектричного циліндра з незмінним положенням та формою коефіцієнти зв'язку є постійними коефіцієнтами і визначаються таким чином:

$$k_{\pm n \pm p} = \frac{1}{P_n} \int_{S_0} j\omega(\varepsilon_d - \varepsilon_0) \cdot \left(E_{\pm p} - \frac{\varepsilon_d - \varepsilon_0}{\varepsilon_d} \cdot \bar{e}_z \cdot (\bar{e}_z \cdot E_{\pm p}) \right) \cdot E_{\pm n}, \quad (11)$$

де P_n – норма, що визначається як:

$$P_n = \int_{S_0} \{ [E_{+n}, H_{-n}] - [E_{-n}, H_{+n}] \}, \quad (12)$$

де $E_{+n}, E_{-n}, H_{+n}, H_{-n}$ – нормальні хвилі хвильоводу номера n , знак \pm визначає напрямок поширення хвиль вздовж осі Z .

Розглянемо найпростіший випадок: в хвильоводі поширюється тільки одна хвиля (основна хвиля для круглого хвильоводу H_{11}). Для неї коефіцієнти зв'язку рівні між собою. В наслідок чого (10) спрощується:

$$\begin{vmatrix} (\gamma - k_1 + k_{+1+1}) & k_{+1+1} \\ -k_{-1+1} & (\gamma + k_1 - k_{-1-1}) \end{vmatrix} = 0. \quad (13)$$

Так як коефіцієнти зв'язку мають уявний характер, то дійсна частина постійної поширення:

$$\gamma_{1,2} = \pm \sqrt{k_1} \cdot \sqrt{\frac{k_1^2 + 4 \cdot k_{+1+1}^2 + k_1}{2}}. \quad (14)$$

Підставляючи в (11) та (12) вирази для нормальних хвиль пустого хвильоводу, отримаємо:

$$k_{+1+1} = \frac{\omega^2 \cdot \mu_0 \cdot (\varepsilon_d - \varepsilon_0)}{\sqrt{\omega^2 \cdot \mu_0 \cdot \varepsilon_0 - \chi^2}} \cdot \frac{\frac{2}{\chi^2} \cdot F_1|_0^{r_d} + F_2|_0^{r_d} - \frac{2}{\chi^2} \cdot F_3|_0^{r_d}}{\frac{2}{\chi^2} \cdot F_1|_0^{r_0} + F_2|_0^{r_0} - \frac{2}{\chi^2} \cdot F_3|_0^{r_0}}; \tag{15}$$

$$k_1 = \sqrt{\omega^2 \cdot \mu_0 \cdot \varepsilon_0 - \chi^2}.$$

Підставивши результати розрахунків (15) в (14), отримуємо постійні поширення для частково заповненого хвильоводу (рис. 1-4).

На рис. 1-4 представлені результати розрахунку дисперсійної характеристики хвилі H_{11} в частково заповненому хвильоводі при різних значення відносної діелектричної проникності пластинки за наведеними вище методиками, та порівняні з даними, що взяті з [1, 7], в яких постійна поширення знаходилась методом розв'язку дисперсійних рівнянь, які вважаємо точним значенням. При розрахунку за методикою послідовних збурень збурююча пластинка розбита на $N_0 = 100$ пластинок.

На графіках прийняті такі позначення: N – відношення радіуса діелектрика до радіуса хвильоводу; p – відношення постійних поширення до постійної поширення у вакуумі; т – точне значення (рішення дисперсійного рівняння); I – розрахункове значення за методикою [3]; II – за методикою [4]; III – за методикою [5].

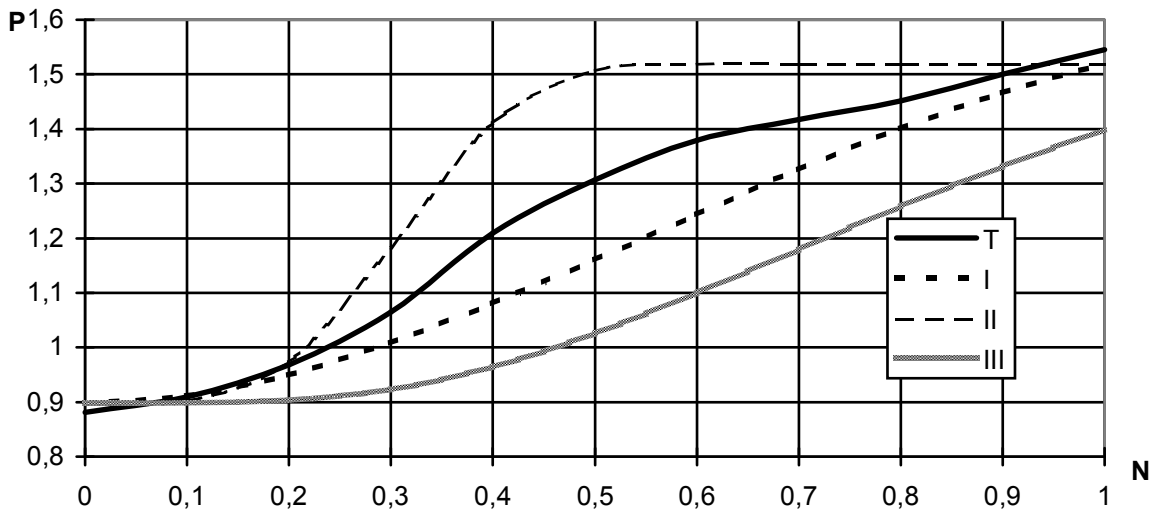


Рис. 1. Розрахунок дисперсійної характеристики частково заповненого хвильоводу при значенні відносної діелектричної проникності збурення $\varepsilon = 2,5$

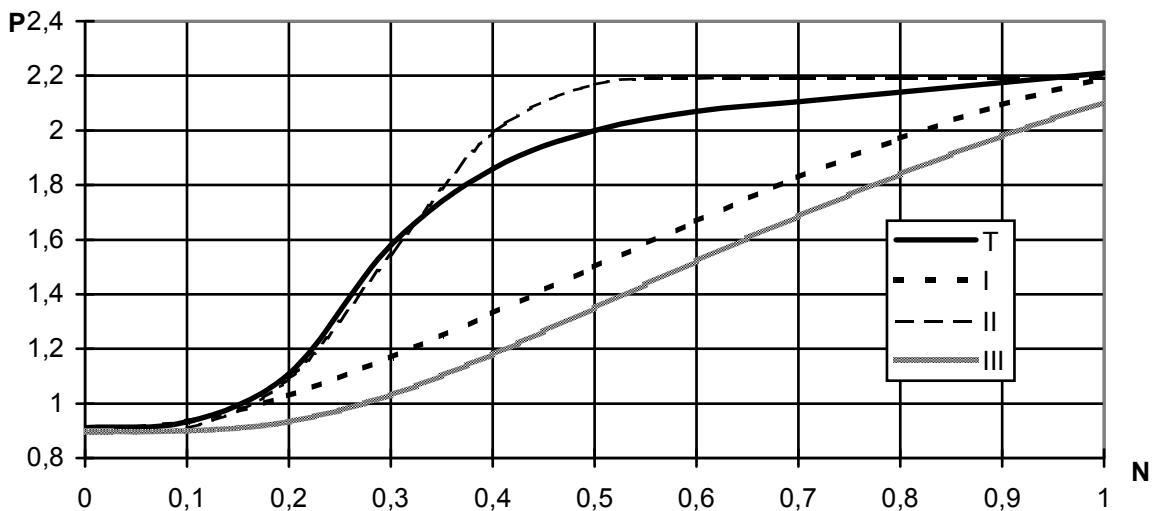


Рис. 2. Розрахунок дисперсійної характеристики частково заповненого хвильоводу при значенні відносної діелектричної проникності збурення $\varepsilon = 5$

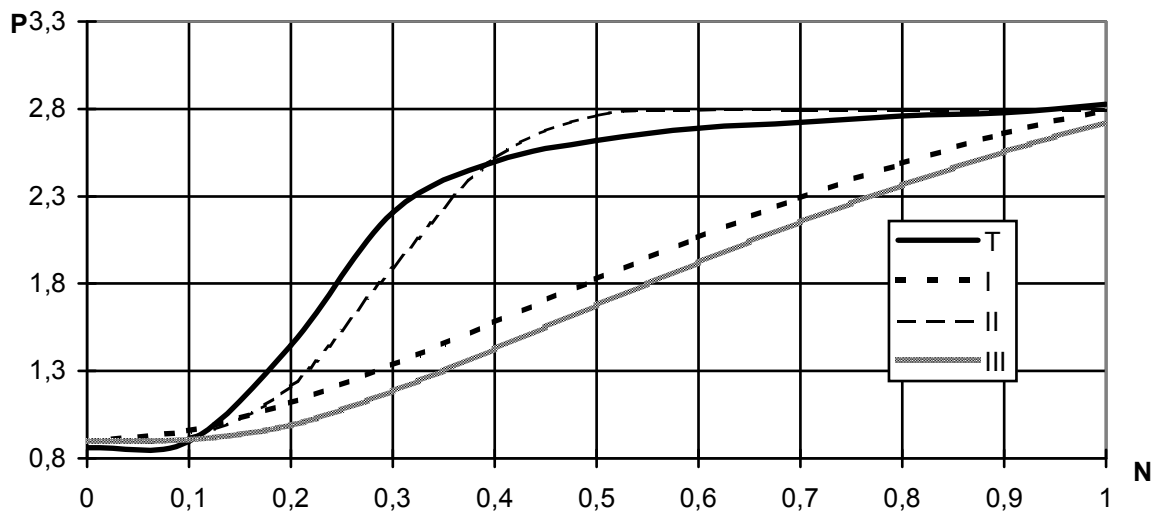


Рис. 3. Розрахунок дисперсійної характеристики частково заповненого хвильоводу при значенні відносної діелектричної проникності збурення $\epsilon = 8$

Аналіз графіків показує, що всі методики працюють досить добре при малих значеннях відношення радіуса діелектричного циліндра до радіуса хвильоводу (дають досить точні результати для випадків $N = 0 \dots 0,2$) незалежно від діелектричної проникності збурюючої області. Найменшу точність показала методика [5] (максимальна похибка розрахунків складає від 20 % (при $\epsilon = 2,5$) до 50 % (при $\epsilon = 10$)). При малих значеннях збурень (рис. 1) точність розрахунку найвища за методикою [3] – 11 %. Однак при збільшенні величини діелектричної проникності збурюючої області точність методики [3] зменшується і при відносній діелектричній проникності $\epsilon = 10$ похибка розрахунку сягає 45 %. Методика послідовних збурень дає приблизно однакову точність – близько 20 % – при різних параметрах збурюючої області: при $\epsilon = 2,5$ похибка складає 16 %, а при $\epsilon = 10$ – 20 %.

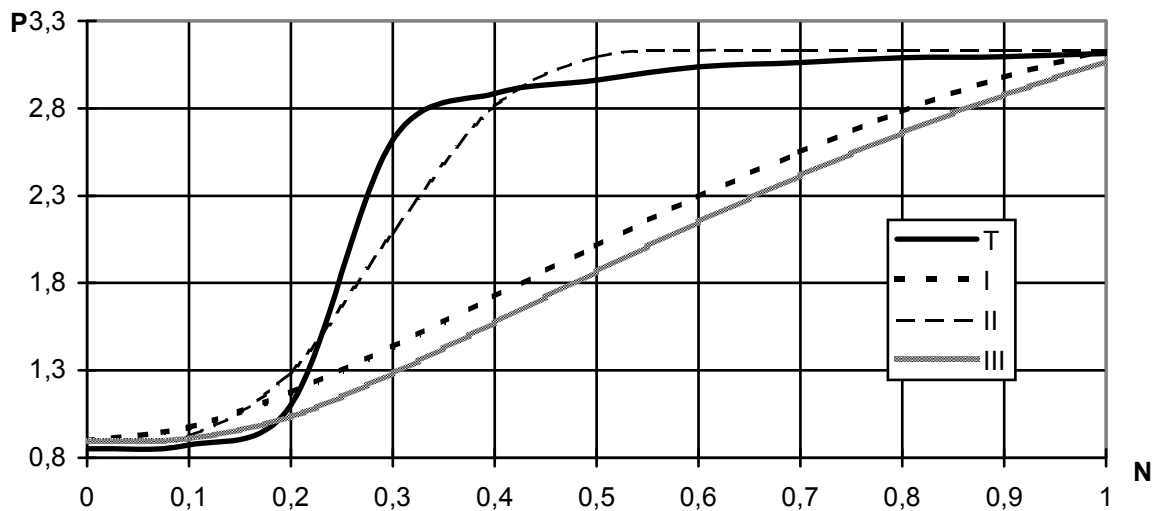


Рис. 4. Розрахунок дисперсійної характеристики частково заповненого хвильоводу при значенні відносної діелектричної проникності збурення $\epsilon = 10$

Таким чином, аналіз наведених вище методик показує, що точність розрахунку залежить від величини параметрів збурюючої області: радіуса діелектричного циліндра та величини діелектричної проникності. Методику [3] доцільно використовувати при розрахунках частково заповнених хвильоводів з невеликими значеннями діелектричної проникності збурюючої області. Методику послідовних збурень раціонально використовувати у випадках, коли збурююча область має великі значення діелектричної проникності і методика [3] не працює.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Ілларіонов Ю.А., Раєвський С.Б., Сморгонський В.Я.* Розрахунок гофрованих та частково заповнених хвильоводів. – М.: Радіо та зв'язок, 1989. – С. 280.
2. *Микаелян А.Л.* Теорія та використання феритів на надвисоких частотах. – М.: Держенергоіздат, 1963.
3. *Почерняєв В.Н., Скрипник Л.В.* Постійна поширення частково заповненого хвильоводу / Радіоелектроніка. – 1988. – № 5. – С. 63.
4. *Щетинін К.Г.* Метод малих послідовних збурень // Радіотехніка. – 1986. – № 5. – С. 666.
5. *Юров Ю.Я.* Технічна електродинаміка. Ч. 2. – Л.: ВВМКУ ім. Фрунзе, 1967. – С. 320.
6. *Федоров Н.І.* Основи електродинаміки. – М.: Радіо та зв'язок, 1989. – С. 380.
7. *Веселов Г.І., Любимов Л.А.* До теорії діелектричного хвильоводу в циліндричному екрані // Радіотехніка та електроніка. – 1963. – № 9. – С. 1530.

ЗАХЛЕНЮК Віктор Васильович – аспірант Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:

– проектування пристроїв надвисоких частот.

Подано 19.09.2001

УДК 621.372.853

Приближенные методы расчета частично заполненных волноводов / В.В. Захленюк // Вісник ЖІТІ, 2001.

Предлагается анализ приближенных методов расчета частично заполненных волноводов. Для случая круглого волновода с диэлектрическим заполнением получены расчетные формулы и сравнены результаты расчета с точным решением дисперсионных уравнений. Определены границы применимости этих методик.

УДК 621.372.853

The analysis of approximate methods of calculation of partially-filled waveguides / V.V. Zahlenuk / Вісник ЖІТІ, 2001. –

This article offers the analysis of approximate methods of calculation of partially-filled waveguides. It also presents the obtained computative formulas and compared outcomes of calculation with the precise solution of dispersion equations for a circular guide with dielectric filling. We have also determinated the boundaries of applicability of these techniques.

Захленюк В.В. Приближенные методы расчета частично заполненных волноводов

Zahlenuk V.V. The analysis of approximate methods of calculation of partially-filled waveguides

Захленюк В.В. Наближені методи розрахунку частково заповнених хвилеводів