

В.Б. Крижановський, к.ф.-м.н., доц.

П.В. Кур'ята, ст. викл.

П.П. Мельничук, к.т.н., доц.

П.П. Москвін, д.ф.-м.н., проф.

Житомирський інженерно-технологічний інститут

## ТЕМПЕРАТУРНІ ПОЛЯ ПРИ ОБРОБЦІ МЕТАЛІВ ФРЕЗАМИ З НАДТВЕРДИХ МАТЕРІАЛІВ

### 2. Модернізація програмного забезпечення MATLAB для опису теплопереносу від рухомого джерела тепла та моделювання роботи теплових джерел

*Запропоновано метод розрахунку температурних полів, утворюваних джерелом тепла, що рухається. Метод реалізований спеціальною підпрограмою в середовищі системи математичного забезпечення MATLAB. Виконано перевірку працездатності запропонованого методу при розрахунку температурних полів, формованих джерелами тепла, що рухаються, у геометрично простих середовищах. Отримані квазістаціонарні розподіли температури у взаємозалежних системах різець-стружка-деталь при обробці деталей фрезами з надтвердих матеріалів. Проаналізовано основні особливості температурних полів, що формуються при високих швидкостях руху джерела тепла.*

У першій частині роботи [4] була показана можливість використання пакета прикладних програм MATLAB для моделювання температурних полів, що формуються при обробці матеріалів надтвердими фрезами. Отримана тестова кількісна інформація про розподіл температури в зоні пластичної деформації відносилась до випадку малих швидкостей фрезерування або, що те ж саме, до випадку малих чисел Пекле ( $Pe < 10$ ). Проте на практиці високошвидкісного чистового фрезерування така ситуація, як правило, не реалізується. Для режимів обробки, коли швидкість різання знаходиться на рівні 10–20 м/с і товщина шару, що зрізається, складає приблизно 1 мм, числа Пекле знаходяться на рівні 100 і більше. Тому ігнорування впливу руху джерела тепла в процесі обробки виробу на формування температурного поля в зоні різання не виправдано. У той же час система MATLAB призначена для рішення диференціальних рівнянь параболічного типу тільки в канонічній формі, без урахування можливого переміщення джерел теплової енергії. Така ситуація ставить перед дійсною частиною роботи задачу модернізації розрахункового пакета MATLAB для рішення диференціальних рівнянь теплопереносу, коли джерело тепла рухається зі значною швидкістю.

Такого роду проблеми виникали в цілому ряді робіт із числового моделювання теплових полів, що створюються при прямуванні джерела теплової енергії в геометрично складних системах [1–4]. У цих роботах, як правило, відзначається поява істотних математичних труднощів у реалізації методу скінчених елементів, коли в класичній формі рівняння теплопровідності з'являється компонента  $(V \cdot \partial T / \partial x)$ , що описує рух джерела. Необхідно відразу відзначити, що розробка математичного забезпечення рішення теплової задачі в такому повному обсязі зажадає притягнення істотних ресурсів, результат використання яких на практиці може виявитися таким, що не виправдовує витрат. Тому в даній роботі було запропоновано модифікувати ефективно функціонуючу систему MATLAB з метою урахування зазначеного ефекту. Для реалізації такого підходу в рішенні задачі існують усі передумови, обумовлені гнучкістю системи MATLAB і можливістю включення в її контур підпрограм, розроблених автономно. Рівняння теплопровідності, що описує розподіл температури при чистовій обробці металів надтвердими фрезами, у системі координат, що рухається з постійною швидкістю  $V$  уздовж напрямку різання, обговорювалося в попередній частині роботи. При розгляді двовірного теплопереносу воно має вигляд [4]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_i \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + V_x \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{Q_i}{c_i \rho_i}, \quad (1)$$



де  $V_x$  – швидкість різання, спрямована уздовж осі  $x$ ;  $Q_i$  – питома потужність об'ємних джерел теплової енергії в області  $i$ ;  $c, \rho, a_i$  – теплоємність, густина і температуропровідність середовища поширення тепла.

Математичну основу запропонованого підходу склала відома властивість рівнянь параболічного типу з постійними коефіцієнтами зводиться до своєї канонічної форми при використанні підстановки [5]:

$$T(x, y, t) = \theta(x, y, t) \exp(A \cdot x + B \cdot t), \quad (2)$$

де  $\theta(x, y, t)$  – розподіл температури в нерухомій системі координат;  $A = V / 2a$ ;  $B = -V^2 / 4a$ .

Виконуючи заміну змінних у рівнянні теплопровідності (1) відповідно до формули (2), одержуємо канонічну форму диференціального рівняння:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial \theta}{\partial y^2} \right) + q_i / c \cdot q_i, \quad (3)$$

де  $q = Q_i / \exp(A \cdot x + B \cdot t)$  – приведена питома потужність об'ємного джерела тепла.

Вираз (3) цілком задовольняє вимогам до форми запису рівняння параболічного типу, з якими може оперувати система MATLAB. Це дозволяє сформулювати такий підхід до рішення теплової задачі в системі координат, що рухається зі швидкістю  $V_x$ . Дійсно, якщо одержати рішення рівняння теплопровідності в геометрично складній системі різець–стружка–виріб у нерухомій системі координат, то розподіл температури в системі координат, що рухається зі швидкістю  $V$  разом із джерелом, може бути отриманий шляхом перемноження розподілу  $\theta(x, y, t)$ , знайденого без урахування руху, на множник  $\exp(A \cdot x + B \cdot t)$  відповідно до (2). Очевидно, що в останньому розрахунку функція потужності джерела повинна використовуватися у формі (3). Фактично подані ствердження містять у собі алгоритм перетворення графічної інформації, наведеної на рис. 2–5 із роботи [4], у дані, які враховують рух зони пластичної деформації зі швидкістю  $V_x$  уздовж осі  $x$ . Необхідно відзначити, що поданий в даній роботі підхід, за нашими даними, уперше застосовується для розрахунків температурних полів у рухомій системі координат чисельними методами.

Програмне забезпечення, що реалізує висловлені розуміння, було створено в середовищі пакета MATLAB на спеціалізованій мові цієї системи. Розроблені підпрограми дозволяли одержувати інформацію про конфігурацію температурного поля з урахуванням руху джерела, здійснювати його інтерполяційну обробку і використовувати отримані дані для побудови теплових ізотерм.

Кількісна перевірка придатності перетворень (2) для опису температурних полів у системі координат, що рухається зі швидкістю  $V_x$ , здійснювалася шляхом зіставлення чисельних рішень обраних крайових задач в геометрично простих системах із точними аналітичними рішеннями рівняння теплопровідності для цих випадків. Перевірка ефективності запропонованої методики здійснювалася на моделі нескінченно тонкого стержня великої довжини і на аналізі теплової ситуації при переміщенні джерела теплової енергії по тонкій пластині скінчених розмірів. Виконання такого попереднього моделювання вважається необхідним, принаймні, з наступної причини. Дійсно, перетворення (2) широко використовується при пошуку аналітичних рішень рівнянь параболічного типу. У той же час, використання такого підходу при обробці числових масивів може викликати істотні труднощі, пов'язані з можливою втратою збіжностей чисельних алгоритмів в рішенні, появою невизначеностей при виконанні арифметичних операцій з дуже великими і дуже малими числами тощо. Зазначене безпосередньо пов'язане з експоненціальною формою множника в залежності (2), який може змінюватися в дуже широких межах. Як показали наші попередні розрахунки, саме остання з відзначених особливостей істотно обмежувала діапазон параметрів рівняння теплопровідності, що задаються, і вимагала ретельного вибору вихідних параметрів у розв'язуваній задачі.

Зіставлення аналітичного рішення рівняння теплопровідності, отриманого в теперішній роботі, із даними чисельного аналізу, виконаного в середовищі системи MATLAB, здійснювалося у такий спосіб. Аналітичне рішення рівняння теплопровідності (3) для теплопереносу в нескінченно тонкому стержні довжиною  $L$  із крайовими умовами  $T(0, t) = T(L, t) = 0, T(x, 0) = 0$  і джерелом теплової енергії з питомою потужністю  $Q$ , розташованим при  $x = L / 2$ , має вигляд:

$$T(x, t) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\exp\left(\frac{V}{2 \cdot a} x\right) \left(1 - \exp\left(\theta t - \frac{V^2}{4 \cdot a} t\right)\right)}{\frac{V^2}{4 \cdot a} - \theta} \cdot B_j \cdot \sin \frac{j\pi x}{L}, \quad (4)$$

де

$$B_j = \frac{2 \cdot Q \cdot \exp\left(-\frac{V \cdot L}{4 \cdot a}\right)}{c \rho L \cdot \sqrt{\left(\frac{V}{4 \cdot a}\right)^2 + \left(\frac{j\pi}{L}\right)^2}} \cdot \left[ \exp\left(\frac{-V \cdot l}{4 \cdot a}\right) \cdot \sin\left(\varphi - \frac{j\pi}{2L}(L+l)\right) - \exp\left(\frac{V \cdot l}{4 \cdot a}\right) \cdot \sin\left(\varphi - \frac{j\pi}{2L}(L-l)\right) \right];$$

$$\theta = -\left(\frac{\pi j}{L}\right)^2 \cdot a; \quad \varphi = \operatorname{arctg}\left[-\frac{2 \cdot aj\pi}{L \cdot V}\right];$$

$l$  – довжина джерела.

Наведене рішення рівняння теплопереносу було обрано еталоном для чисельного методу системи MATLAB. При розрахунках використовувалися теплофізичні параметри стержня, що відповідають властивостям виробу з чавуну СЧ40. Ці дані систематизовані в першій частині роботи [4]. Питому потужність джерела було прийнято рівною  $4 \cdot 10^6$  Вт/м<sup>3</sup>. Це значення знаходиться на рівні типових величин питомої густини енергії, необхідної для пластичної деформації матеріалу при його лезовій обробці.

Принциповим питанням при проведенні порівняння аналітичного рішення крайової задачі з його чисельним аналогом є вибір часового інтервалу, у якому необхідно виконувати зіставлення температурних полів. Дійсно, при високих швидкостях переміщення джерела енергії або великих тривалостях процесу теплопереносу фізично може не реалізуватися ситуація руху джерела по стержню кінцевої довжини. При ігноруванні цього чинника джерело при своєму переміщенні може вийти за межі стержня. Математично ця очевидна вимога записується у формі  $t_{\max} \ll L / V_x$ , що відповідає перебуванню джерела на стержні і незначному впливові на кінцевий розподіл температури теплових умов на межах матеріалу. Природно, що і більш загальна вимога про малість конвекційної компоненти диференціального рівняння (1) у вигляді  $a \ll \partial^2 T / \partial x^2 \ll V_x \partial T / \partial x$  теж буде виконана. Ігнорування в аналітичних розрахунках за формулами (4) останньої вимоги веде до розходження рядів Фур'є і неможливості рішення задачі. Щоб уникнути відзначеного явища, швидкість руху джерела і час інтегрування рівнянь у наших розрахунках суворо контролювалися на відповідність наведеній умові. Близька за своєю сутністю математична ситуація спостерігалася нами і при застосуванні чисельних методів рішення крайової задачі в середовищі системи MATLAB. У цьому випадку при ігноруванні умови малості конвекційної компоненти впливало повідомлення про непевності в заданих параметрах для розрахунків, і програма автоматично припиняла обчислення. Оскільки на етапі перевірочних розрахунків простіше реалізувалася умова низьких швидкостей руху, коли розрахункова теплова картина ставала наочною і легкою до інтерпретування, то саме такий шлях тестування був обраний у роботі.

На рис. 1 поданий розподіл температури, який формується джерелом довжиною  $l$ , що рухається по тонкому стержню довжиною  $L = 10$  м із швидкістю  $V_x = 0,0002$  м/с. Розрахунок виконаний за формулами (4) для різноманітних моментів часу. На рисунку чітко спостерігається поява асиметрії ізотерм теплового поля відносно положення джерела тепла. Така несиметрична картина збільшується в міру переміщення джерела по стержню, тобто зі збільшенням часу руху. Принциповим є те, що така теплова картина виявляється навіть при таких низьких швидкостях руху джерела. Тому необхідність врахування переміщення джерела при описі процесу різання матеріалу навіть із малими швидкостями є важливим фрагментом щодо виконання подібного роду розрахунків.

При отриманні тестової інформації про роботу математичного забезпечення на прикладі наведеної задачі використання більш високої швидкості руху джерела на цьому етапі не виправдано. Дійсно, це припускає збільшення довжини стержня, для забезпечення умови малості конвекційної компоненти в рівнянні переносу. Останнє, у свою чергу, неминуче спричинить за собою стиск теплової картини навколо області дії джерела і зробить аналіз розподілу температури в зоні різання ненаочним та досить важким.

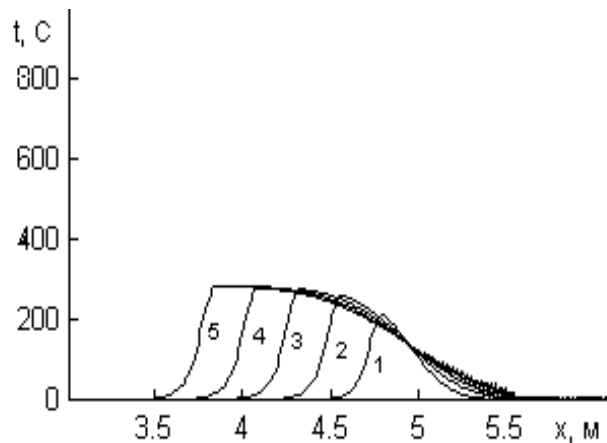


Рис. 1. Розподіл температури, що формується джерелом тепла потужністю  $Q = 4 \cdot 10^6 \text{ Вт/м}^3$  і лінійним розміром  $l = 0,05 \text{ м}$ , що рухається зі швидкістю  $0,0002 \text{ м/с}$  у довгому стержні довжиною  $L = 10 \text{ м}$  із чавуну СЧ40; 1 – 20 хв.; 2 – 40 хв.; 3 – 60 хв.; 4 – 80 хв.; 5 – 100 хв.

На рис. 2 в ізометричній проекції  $T - x - y$  подані результати рішення аналогічної задачі в середовищі MATLAB. Геометричні параметри стержня залишалися такими, як у попередньому випадку. Проте в поданому рішенні початок координат системи відліку, що рухається, жорстко пов'язано з джерелом тепла. Відзначимо, що ширина стержня  $0,5 \text{ м}$  була обрана багато менше його довжини  $L = 10 \text{ м}$ . Ця обставина, так само як і відсутність теплових потоків у навколишнє середовище уздовж осі  $y$ , забезпечувала реалізацію умови довгого тонкого стержня. Для простоти сприйняття на рис. 2 подано розподіл температури для одного моменту часу ( $t = 10 \text{ хв.}$ ). Природно, що дані рис. 1 являють собою перетин ізометричної картини поля при постійному значенні координати  $y$ , але для різних моментів часу. Необхідно одразу відзначити, що результати рішень аналізованої крайової задачі як чисельним методом за допомогою системи MATLAB, так і за виразами (4) практично цілком збігаються. Похибка розрахунків за нашими оцінками при переході від аналітичного рішення до кінцево-різницевого схем системи MATLAB не перевищує частин відсотка. Природно, що конкретний її розмір сильно залежить від розмірів скінчених елементів і може бути мінімізований шляхом зменшення розмірів сітки.

Не менш вагомим підтвердженням застосовності перетворення (2) при розв'язанні теплових задач чисельними методами слід вважати дані рис. 3, де подані результати моделювання теплового поля при русі джерела тепла з зазначеною раніше питомою потужністю по тонкій пластині чавуну марки СЧ40. Для задоволення умови відповідності швидкості руху джерела, часу процесу і геометричних розмірів області поширення тепла, швидкість руху не перевищувала  $0,2 \text{ м/с}$ . На рис. 3, як і в попередньому випадку, чітко спостерігається стиск теплового поля за напрямком руху джерела і його розтяг за джерелом. Така картина теплового поля є типовою і відповідає за формою даним [1, 2], що отримані інтегральними перетвореннями відповідних полів, сформованих дією миттєвих джерел тепла, що рухаються.

Таким чином, отримані кількісні дані свідчать про можливість застосування перетворення (2) при отриманні кількісної інформації про теплові поля, які сформовані джерелом, що рухається, і використання їх в аналізі розподілу температури при обробці металів різанням. Для отримання кількісних даних про розподіл температури при фрезеруванні необхідно коректно моделювати функцію, що описує виділення теплової енергії при пластичній деформації в зоні різання.

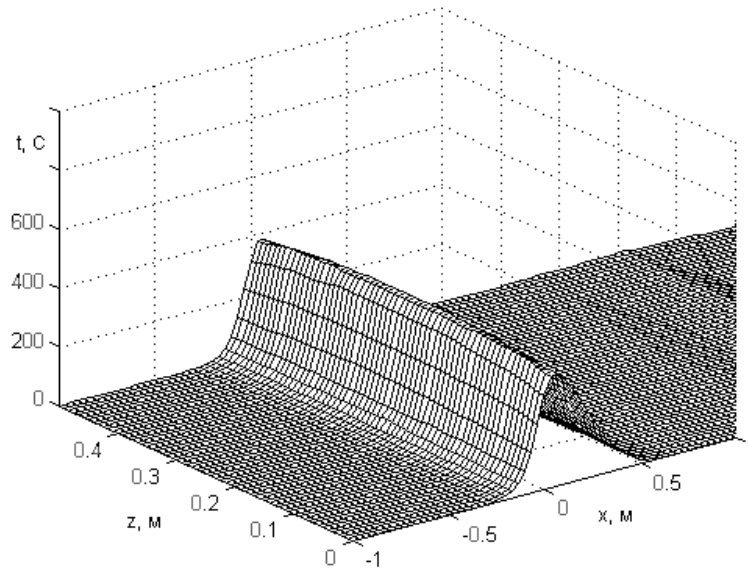


Рис. 2. Ізометрична проекція розподілу температури в зоні функціонування джерела тепла, що рухається по тонкому стержню. Дані отримані в середовищі системи MATLAB. Вихідні параметри задачі відповідають даним рис. 1. Час процесу теплопереносу – 20 хв. Вектор швидкості руху джерела спрямований проти напрямку осі X

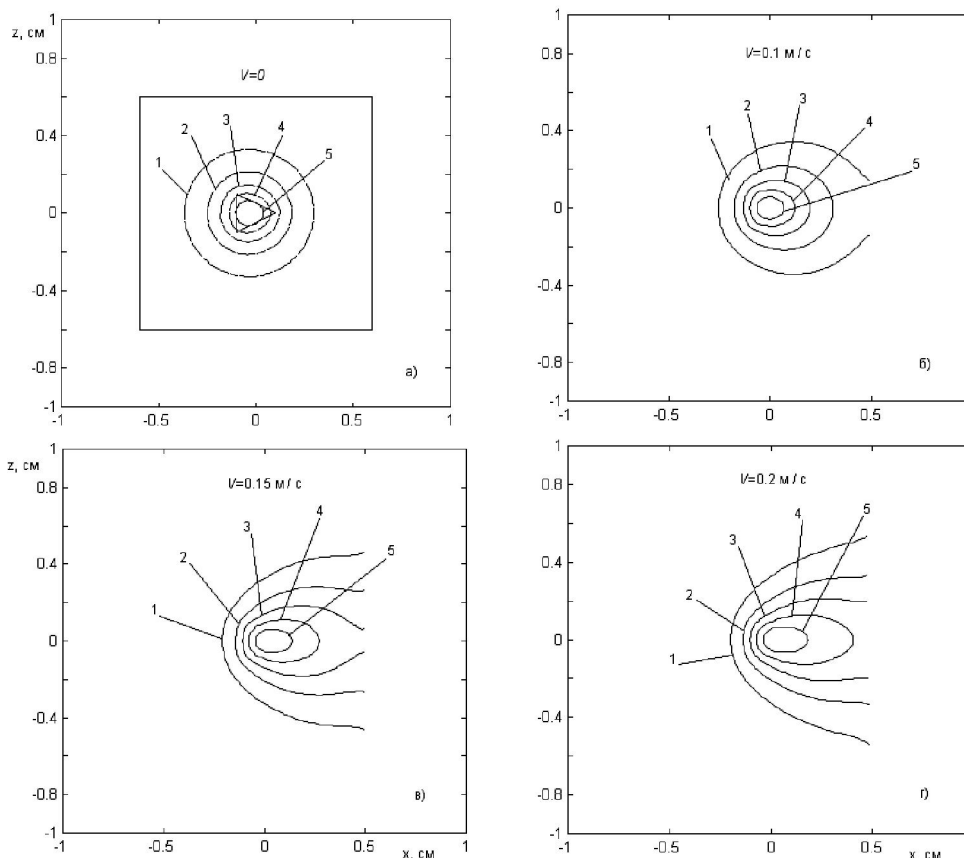


Рис. 3. Розподіл температури в тонкій пластині чавуну СЧ40, який утворюється джерелом тепла з питомою потужністю  $4 \cdot 10^6$  Вт/м<sup>3</sup> у стані спокою (а) і його переміщення зі швидкістю – 0,1 м/с (б), – 0,15 м/с (в), – 0,2 м/с (г). Трикутником на рис. а) позначена зона дії теплового джерела, квадратом – область розповсюдження тепла: 1 –  $T = 90$  °C; 2 –  $T = 190$  °C; 3 –  $T = 370$  °C; 4 –  $T = 420$  °C; 5 –  $T = 500$  °C

У попередній частині статті [4] при тестуванні роботи методу скінчених елементів системи MATLAB за таку модельну функцію використовувалася найбільш проста її форма, коли область пластичної деформації вважалася середовищем із постійною температурою. Ця температура визначається енергією пластичної деформації зони, що виділяється в ній самій. Таку ситуацію слід вважати дуже спрощеною і непринятною до опису температурного розподілу, що спостерігається на практиці металообробки. Послідовний фізичний розгляд питання у відповідності до моделі різання з розвинутою зоною зсуву [6, 4] припускає наступний підхід до упорядкування функції потужності теплового джерела. Якщо вважати, що при різанні дотичні напрути в площині умовного зсуву повинні досягати межі міцності на зсув (модель Мерчанта [6]), то для визначення сили різання в напрямку руху різця може бути застосовано вираз [6]:

$$F_p = 2t \cdot b \cdot \tau \cdot ctg\Phi, \quad tg\Phi = \cos\alpha / (k - \sin\alpha),$$

де  $t$ ,  $b$  – товщина і ширина зрізу;  $\tau$  – межа міцності матеріалу виробу на зсув;  $\Phi$  – умовний кут зсуву;  $k$  – коефіцієнт усадки стружки;  $\alpha$  – передній кут різця.

Припускаючи, що вся механічна потужність, що витрачається на переміщення об'єму пластично деформованого матеріалу зі швидкістю  $V_x$ , перетворюється в теплову, можна для питомої потужності теплового джерела записати:

$$Q_{def} = N / W = F_p V_p \tau / W = 2tb\tau V_p ctg\Phi / W,$$

де  $N$  – механічна потужність, що витрачається на пластичну деформацію зони різання;  $W$  – об'єм області пластично деформованого матеріалу.

Останній вираз припускає, що енергія деформації зсуву рівномірно розподілена по об'єму деформованого матеріалу, Це відповідає рівномірному розподілу інтенсивності енергії джерела тепла, що виникає в ній. Таке допущення знаходить своє експериментальне обґрунтування в даних роботи [11], де досліджувалися мікрошліфи коренів стружок при лезовій обробці металів. Однорідність механічних властивостей стружки по її перерізу розглядалася як доказ сталості механічних і теплових умов її утворення. Якщо форму зони пластичної деформації в моделі з розвинутою областю зсуву розглядати як призму висотою  $b$ , площею основи якої є рівносторонній трикутник із довжиною сторін  $t / \sin\Phi$  і кутом  $\delta\Phi$  між ними [6, 4], то необхідний об'єм може бути розрахований за наближеним співвідношенням:  $W = Sb = (t / \sin\Phi)b(\delta\Phi) / 2$  (зона пластичної деформації, як і відповідна їй форма джерела теплової енергії, наведена на рис. 2 у роботі [4];  $S$  – площа перетину зони). Підстановка останнього співвідношення до формули (4) призводить до наступного виразу для взаємозв'язку питомої потужності з параметрами матеріалу виробу та умовами різання:

$$Q_{def} = 4V_p \tau \cos\Phi \sin\Phi / (t\delta\Phi) = 2V_p \tau \sin 2\Phi / (t\delta\Phi).$$

Перетворення температурних полів відповідно до формули (2) необхідно застосовувати тільки до областей, що рухаються в системі координат, пов'язаній з вістрям різця. Це, у першу чергу, ставиться до температурного поля в деталі, що, відповідно до наших попередніх оцінок для малих чисел Пекле [4], приймає на себе основну частку теплової енергії [4]. Різець у такій системі координат є нерухомим середовищем і його поле не потребує перетворень. У той же час матеріал стружки, що виходить з області функціонування джерела теплової енергії, забирає із собою істотну частину теплової енергії різання. Малий об'єм стружки визначає швидкий її прогрів й обумовлює постійну температуру в ній. Тому немає особливої необхідності аналізувати розподіл температури в цій частині системи, а відбір нею теплової енергії скомпенсувати еквівалентним зменшенням потужності, що виділяється тепловим джерелом при пластичній деформації. Сказане означає, що при упорядкуванні функції потужності джерела теплової енергії в зоні пластичної деформації, що забезпечує прогрів основної маси деталі, достатньо зменшити потужність джерела на розмір енергії, що відбирається стружкою. Якщо покласти, що швидкість утворення стружки по межі області пластичної деформації пов'язана зі швидкістю різання через коефіцієнт усадки стружки виразом  $k = t_c / t = V / V_c$  ( $t_c, V_c$  – товщина і швидкість сходу стружки), а довжина межі області пластичної деформації дорівнює  $1 = t / \sin\Phi$ , то відведена в стружку тепла енергія може бути оцінена як:

$$Q_c = V_c T_c / 1 = V_c T_c \sin\Phi / (kt).$$

Тоді частина загальної питомої потужності джерела тепла, що поширюється в деталі і різці, може бути розрахована за очевидним співвідношенням:  $Q = Q_{def} - Q_c$ . Останні наведені вирази містять, крім технологічних параметрів обробки виробу ( $t, \Phi, V$ ), тільки один параметр, що характеризує міцнісні властивості оброблюваного матеріалу  $\tau$ . Відповідно до прийнятої моделі різання, межа міцності матеріалу деталі на зсув повинна визначатися в умовах різання або близьких до них. У літературі такого роду дані для широкого кола матеріалів вкрай обмежені або суперечливі. Дані, що повідомляються про

межі міцності чавунів, ставляться, як правило, до умов статичного навантаження або достатньо близьких до них [7, 8] і, очевидно, можуть істотно відрізнятися від тих, що виявляються в реальних умовах різання. Тому дані по межі текучості, знайдені в статичних умовах, що повідомляються в довідковій літературі, можна розглядати як верхню межу цього параметра. Тоді, слідуючи даним роботи [7, 8], для верхньої оцінки межі текучості чавуну СЧ40 на зсув можна прийняти  $\tau = (1—3) 10^8$  Па. Проте, з огляду на його температурну залежність і вплив на його величину динамічних умов навантаження, усе ж доцільно розглядати цей параметр дійсної моделі як підгінний і його точне значення визначати з умови відповідності розрахунків прямим експериментам.

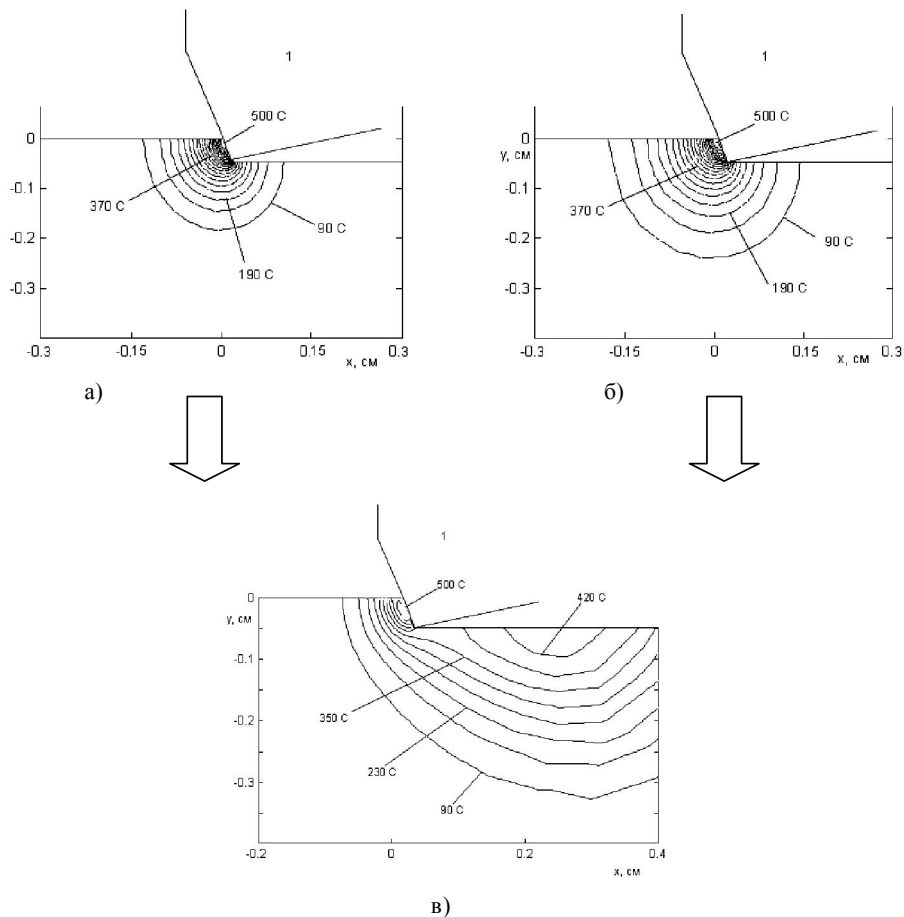


Рис. 4. Метод отримання квазістаціонарного розподілу температури в системі різець–деталь при фрезеруванні чавуну з швидкістю  $V = 0,5$  м/с, 1 – тіло різця; а), б) – різець в стані спокою, числа Фур'є –  $Fo = 500$ ,  $Fo = 1000$  відповідно; в) – квазістаціонарне температурне поле

Отримані дані про параметри функціонування теплового джерела разом з розробленою методикою розрахунку теплових полів від джерел тепла, що рухаються, дозволяють перейти до аналізу розподілу температури в системі різець–стружка–виріб при реальних умовах фрезерування. Відповідно до розробленої методики вихідними даними для розрахунку температурних полів служить розподіл температури в стаціонарних умовах, коли різець нерухомий. Ці вихідні температурні розподіли знаходили в даній роботі, так само як і в [4], чисельними методами в середовищі системи MATLAB. Однак у дійсних розрахунках у рівняння теплопереносу введено безупинно діюче джерело тепла, яке розміщене в області пластичної деформації зони різання. Інтенсивність джерела розраховувалася за виразами

(6–8). Отримана температурна картина служила вихідними даними для програми, яка приводила її в систему координат, що рухається із заданою швидкістю і початок якої пов'язаний з лезом різця. Ця операція здійснювалася відповідно до формули (4) у спеціальній розробленій підпрограмі, включеній в середовище системи MATLAB. Отримана в результаті зазначених перетворень температурна картина для швидкості різання  $V = 0.5$  м/с зображена на рис. 4. Там же наведені вихідні температурні розподіли в стаціонарній системі координат для різних моментів часу процесу теплопереносу або, що те ж саме, для різних чисел Фур'є.



Відмінною рисою отриманих кінцевих розподілів температури в зоні різання є їх квазістаціонарність. Під квазістаціонарністю теплового поля тут варто розуміти його незмінність у системі координат, що рухається разом з різцем [1, 2]. Існування такого стаціонарного температурного розподілу вважається цілком природним. Дійсно, рухома зона пластичної деформації, в якій виділяється тепла енергія, нагріває все нові і нові області матеріалу, що безупинно надходять до зони різання. Баланс енергії в області деформацій, що виділяється, та енергії, що витрачається на нагрівання матеріалу, який надходить, і задає остаточну конфігурацію температурного поля в області різання. Цілком природно, що параметри цієї області і температурне поле в ній визначаються як тепловими властивостями матеріалу, так і умовами функціонування теплового джерела. Такий квазістаціонарний стан спостерігається й в наших розрахунках. Сказане ствердження ілюструється даними рис. 4, де показано, що кінцевий, квазістаціонарний розподіл температури (рис. 4, в) ми отримаємо, виходячи з істотно різних початкових температурних полів, що розраховані при різних числах Фур'є, або, що те ж саме, різних часах процесу (рис. 4, а, б). Останній факт і підтверджує незалежність кінцевих розподілів температури від часу інтегрування диференціальних рівнянь теплопереносу. Цей чисельний результат варто визнати найбільш вагомим аргументом вірогідності обраного методу математичного опису теплових полів, які створені джерелом тепла, що рухається.

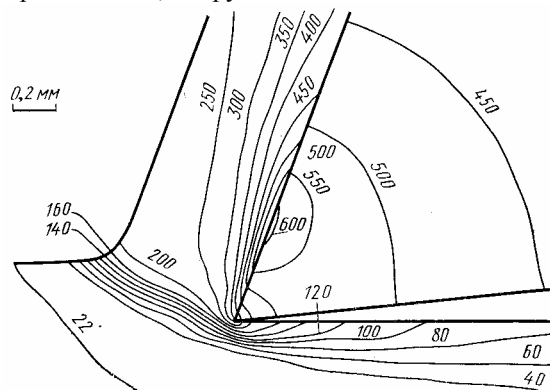


Рис. 5. Розрахункове теплове поле при вільному точенні сталі надтвердим сплавом за даними [3]. Товщина зрізу – 0,27 мм, швидкість різання – 1,3 м/с

Здається доцільним виконати порівняльний аналіз даних рис. 4 з аналогічними даними про розподіл температури, який спостерігається при обробці металів в умовах різання, близьких до обраних нами. Так, на рис. 5 надані розрахункові дані про теплову картину, що формується при точенні металів з лінійною швидкістю різання 1.3 м/с [3]. Необхідно відразу відзначити, що форми ізотерм на рис. 4 і дані з роботи [3] близькі між собою. Досить високі швидкості різання в обох випадках призводять до сильної відмінності квазістаціонарної картини поля від свого аналога, отриманого для стаціонарного стану джерела. Области поширення теплового поля при високих швидкостях руху різця виявляються сильно притиснутими до поверхні виробу, а самі ізотерми практично вироджуються від сферичних до щільно розташованих ліній уздовж поверхні оброблюваної деталі. У роботі [8] виконані дослідження розподілу температури при фрезеруванні полістиролу. Інформація про температурне поле, яке сформоване в зоні різання оброблюваного виробу, отримувалася за допомогою рідких кристалічних індикаторів, заполімеризованих в об'ємі виробу. Ряд типових розподілів температури за даними [9] при різних швидкостях фрезерування наведені на рис. 6. При малих швидкостях різання тепловий потік поширюється на значну глибину під оброблюваною поверхнею виробу, у той же час займаючи за довжиною невелику частину оброблюваної поверхні. Подальше збільшення швидкості обробки (до 1.2 м/с) призводило до витягування високотемпературної зони уздовж напрямку руху різця і зменшення глибини проникнення поля в деталь. Ці експериментальні дані цілком відповідають результатам розрахунків даної роботи. При цьому для малих чисел Пекле (Pe) експерименти [9] (лінії 1, 2 на рис. 6) непогано корелюють з розрахунковими даними першої частини статті [4], а експериментальні дані по розподілу температури в обсязі деталі для високих швидкостей різання (лінія 5) відповідають за формою розрахункам, виконаним з використанням перетворень (2).

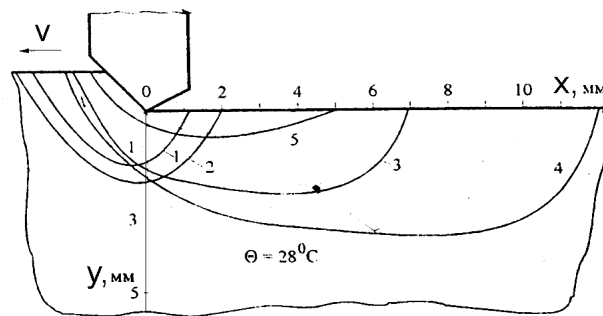


Рис. 6. Розподіл температури при фрезеруванні полістиролу за даними [9]. 1, 2, 3, 4, 5 – відповідають швидкостям фрезерування – 0,4 м/с; 0,92 м/с; 1,8 м/с; 4,2 м/с; 7,3 м/с

Найбільша невідповідність розрахунків експериментам спостерігається в області середніх швидкостей обробки (криві 3, 4 на рис. 6). Відзначимо, що така невідповідність властива не тільки для наших форм ізотерм, але і спостерігається у самих авторів, хоча їх теоретична інформація отримана трохи іншими методами рішення рівняння теплопровідності. На думку авторів експериментів [9], така ситуація не є типовою для всіх оброблюваних матеріалів, а властива лише полістиролу. Збільшення глибини проникнення теплового поля в обсяг виробу, що спостерігається, обумовлений, на думку авторів [9], налипанням стружки на різець. Останнє призводить до збільшення потужності теплового джерела і в остаточному підсумку обумовлює аномальну форму ізотерми при швидкостях обробки 1,8 м/с та 4,2 м/с.

Представляє особливий фізичний інтерес хід ізотерми 420 °С на рис. 4. Форма цієї ізотерми являє собою замкнену лінію, що охоплює частину поверхні виробу. Утворення замкненої ізотерми вважається типовим явищем, якщо ця ізотерма охоплює джерело або стік теплової енергії. У рамках обраної моделі в цій області системи діючі джерела тепла відсутні. Залишається визнати, що ситуація, яка спостерігається, пов'язана з високою швидкістю руху джерела теплової енергії в порівнянні зі швидкістю поширення теплового поля в матеріалі. Відзначимо, що при обраних параметрах теплопереносу (температуропровідність чавуну СЧ40 дорівнює  $7 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$  для температурного інтервалу 500–600 °С) типові швидкості різання набагато перевищують швидкість поширення теплової хвилі. Іншими словами, при обраних умовах джерело, що швидко рухається, залишає за собою область інтенсивного прогріву матеріалу. При цьому замкнений характер ізотерм обумовлений прогрівом матеріалу безпосередньо від зони пластичної деформації та виходом на поверхню ізотерм, обумовлених поширенням тепла всередині деталі. Висловлена інтерпретація причин появи на ізотермах такого роду уявних джерел тепла підтверджується виконаними розрахунками розподілу температури при швидкостях різання матеріалу, що суттєво відрізняються. Відповідно до результатів такого аналізу просторове положення такого роду джерел визначається, у першу чергу, швидкістю різання і практично не залежить від потужності джерела і теплофізичних властивостей середовища поширення тепла. Необхідно відзначити, що така досить нетрадиційна картина розподілу температури також спостерігалася в роботах [3, 10], у розрахунках теплових полів, що виникають при точенні конструкційних сталей з лінійною швидкістю різання на рівні 1,5 – 2,0 м/с (рис. 5). Таким чином, у результаті виконання даної роботи розроблена методика розрахунку температурних полів, які формуються джерелами тепла, що рухаються, у геометрично складних системах. Тестові розрахунки теплової картини при русі джерел тепла в геометрично простих системах показали застосовність запропонованої методики чисельного аналізу розподілу температури при обробці матеріалу фрезами з надтвердих матеріалів. Форми розрахункових ізотерм корелюють з експериментальними даними і даними чисельних рішень подібних крайових задач, виконаних різними авторами. У наступній частині роботи будуть представлені результати розрахунків теплових умов, що виникають при обробці чавуну фрезами з надтвердих матеріалів.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Резников А.Н. Теплофизика процессов механической обработки материалов. – М.: Машиностроение, 1981. – 295 с.
2. Резников А.Н., Резников А.А. Тепловые процессы в технологических системах. – М.: Машиностроение, 1990. – 305 с.
3. Tay F.O., Stewenson M.G., de Cahl Davis G. Using the finite element method to determine temperature distributions in orthogonal machining // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. 1974, V. 188, № 55. – P. 627–638.

4. *Виговський Г.М., Крижановський В.Б., Кур'ята П.В., Мельничук П.П.* Температурні поля при обробці металів фрезами із надтвердих матеріалів: фізична постановка задачі, математичне і програмне забезпечення // Вісник ЖІТІ.— 2001.— № 16.— С. 60—71.
5. *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики. — М.: Наука, 1977.— 736 с.
6. *Армарего С.Н., Дж. А., Браун Р.Х.* Обработка металлов резанием. — М.: Машиностроение, 1977.— 325 с.
7. Справочник металлиста. Т. 2 / Под ред. С.А. Чернавского, В.Ф. Решикова. — М.: Машиностроение, 1976.— 718 с.
8. Марочник сталей и сплавов / Под ред. В.Г. Сорокина. — М.: Машиностроение, 1989.— 639 с.
9. Рабочие процессы высоких технологий в машиностроении / Под ред. А.И. Грабченко. — Харьков: ХГПУ, 1999.— 446 с.
10. *Остафьев В.А., Антонюк В.С., Тымчик Г.С.* Диагностика процессов металлообработки. — К.: Техника, 1991.— 152 с.

КРИЖАНОВСЬКИЙ В'ячеслав Борисович — кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри ПЗОТ Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:

- комп'ютерне моделювання;
- чисельні методи;
- технологія машинобудування.

КУР'ЯТА Петро Володимирович — старший викладач кафедри технології машинобудування і конструювання технічних систем Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:

- обробка матеріалів різанням.

МЕЛЬНИЧУК Петро Петрович — кандидат технічних наук, доцент, ректор Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:

- технологія машинобудування;
- міцність конструкцій.

МОСКВІН Павло Петрович — доктор фізико-математичних наук, професор, заст. завідувача кафедри фізики Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:

- моделювання технологічних процесів;
- комп'ютерне моделювання;
- чисельні методи.

Подано 05.08.2001