УДК 621.37:621.391

**В.Г. Ципоренко, к.т.н., доц.**
**О.Д. Ципоренко, інж.**
*Житомирський інженерно-технологічний інститут*

## ВИЯВЛЕННЯ РАДІОСИГНАЛІВ ІЗ НЕВІДОМОЮ ПОЧАТКОВОЮ ФАЗОЮ ШЛЯХОМ АНАЛІЗУ ЇХ СПЕКТРА

*Показано, що оптимальне виявлення радіосигналів із невідомою початковою фазою при наявності адитивного шуму може бути реалізовано в частотній області. Основною операцією такого аналізу є визначення частотної квадратурної кореляційної функції. Визначені кількісні характеристики операції виявлення в частотній області. Одержані основні співвідношення для неперервного, неперервно-дискретного і дискретно-дискретного видів аналізу.*

В сучасних радіоелектронних системах реалізується сукупність операцій пошуку, селекції, виявлення та аналізу радіосигналів [1, 2]. Зазвичай пошук та селекція радіосигналів реалізуються в частотній, часовій та просторовій областях визначення. Виявлення – у часовій області, а аналіз – в часовій та частотній областях. Для підвищення ефективності функціонування радіоелектронних систем у цілому актуальною є задача реалізації операції виявлення радіосигналів у частотній області [3].

Розглянемо задачу виявлення радіосигналу $S(t,\lambda,\varphi)$, що приймається в адитивній суміші $U(t)$ зі статистично незалежним білим гаусовим шумом $n(t)$ впродовж часового інтервалу $t\in[0,T_a]$. Шум $n(t)$ і сигнал $S(t,\lambda,\varphi)$ є обмеженими по смузі частот $\{0, f_в\}$. Вихідні умови запишемо таким чином:

$$U(t)=S(t,\lambda,\varphi)+n(t), \tag{1}$$

де $\lambda=\{\lambda_i\}_{i=\overline{1,m}}$ – вектор параметрів, значення яких відомі, від яких залежить сигнал;

$\varphi$ – початкова фаза радіосигналу, що є випадковою величиною з рівномірним розподілом щільності ймовірності на інтервалі $[-\pi,\pi]$;

$S(t,\lambda,\varphi)$ – відома детермінована функція аргументів $\lambda$, $t$ та $\varphi$, що має такий вигляд:

$$S(t,\lambda,\varphi)=A(t)\cdot\cos(2\pi ft+\gamma(t)+\varphi).$$

Для наших умов виявлення сигналу невідомим є факт наявності або відсутності сигналу $S(t,\lambda,\varphi)$ в прийнятій суміші $U(t)$ та конкретне значення початкової фази $\varphi$. Тому рівняння (1) доцільно записати у такому вигляді:

$$U(t)=\Psi\cdot S(t,\lambda,\varphi)+n(t), \tag{2}$$

де $S(t,\lambda,\varphi)$ – випадковий корисний сигнал, що повністю розташований на інтервалі спостереження $[0,T_a]$;

$\Psi$ – випадковий параметр, що може набувати тільки два значення: нуль або один і статистично не залежить від початкової фази $\varphi$ корисного сигналу.

Нехай відомі апріорі всі необхідні імовірносні характеристики випадкової величини $\Psi$ та шуму $n(t)$:

$P_{pr}(\Psi=0)$, $P_{pr}(\Psi=1)$ – розподіл відповідно апріорних імовірностей відсутності та наявності радіосигналу $S(t,\lambda,\varphi)$ в суміші;

$M_n$, $Д_n$ – відповідно математичне очікування та дисперсія шуму $n(t)$, зазвичай $M_n=0$;

$N=\text{const}$ – двостороння спектральна щільність потужності шуму $n(t)$.

Тоді необхідно оптимально визначити значення параметра $\Psi$ за прийнятою реалізацією $U(t)$ на інтервалі $[0,T_a]$.

У часовій області дана задача вирішується оптимально на основі кореляційного аналізу або узгодженої фільтрації [4, 5].

Розв’яжемо цю задачу в частотній області, коли обробці підлягає спектр прийнятої суміші $U(t)$.

Розглянемо випадок безперервно-безперервного аналізу [3], при якому в частотній області аналізується спектральна щільність $U(jf)$ прийнятої суміші, яку можна записати у такому вигляді:

$$U(jf)=\Psi\cdot S(jf,\lambda,\varphi)+n(jf), \tag{3}$$

де $S(jf,\lambda,\varphi)$, $n(jf)$ – відповідно комплексні спектральні щільності корисного сигналу і шуму.

Для розв’язання задачі виявлення радіосигналів у загальному випадку доцільно використовувати частотне відношення правдоподібності $l_f(\Psi)$ [3], що дорівнює:

$$l_f(\Psi)=\frac{L_f(\Psi)\big|_{S(jf,\lambda,\varphi)\neq 0}}{L_f(\Psi)\big|_{S(jf,\lambda,\varphi)=0}}, \tag{4}$$

де $l_f(\Psi)$ – відношення правдоподібності в частотній області;

$L_f(\Psi)\big|_{S(jf,\lambda,\varphi)\neq 0}$, $L_f(\Psi)\big|_{S(jf,\lambda,\varphi)=0}$ – відповідно частотні функціонали правдоподібності при наявності та відсутності у вхідній спектральній реалізації $U(jf)$ корисного сигналу.

Порівнюючи значення $l_f(\Psi)$ з порогом $h$, приймається рішення про наявність сигналу $S(t,\lambda,\varphi)$, при $l_f(\Psi)\geq h$ або його відсутность, при $l_f(\Psi)\prec h$.

Таким чином, частотне відношення правдоподібності за умов даної задачі визначається даним рівнянням:

$$l_f(\Psi)=\frac{\int\limits_{-\pi}^{\pi}P_{pr}(\varphi)\cdot\exp\left\{-\frac{1}{2N}\int\limits_{f_в}^{f_в}\big(U(jf)-S(jf,\lambda,\varphi)\big)^2 df\right\}d\varphi}{\exp\left\{-\frac{1}{2N}\int\limits_{f_в}^{f_в}U^2(jf)df\right\}}=$$

$$=\frac{1}{2\pi}\cdot\exp\left\{-\frac{E_s}{2N}\right\}\cdot\int\limits_{-\pi}^{\pi}\exp\left\{\frac{1}{N}\int\limits_{f_в}^{f_в}\mathrm{Re}\big(U(jf)\cdot S^*(jf,\lambda,\varphi)\big)df\right\}d\varphi= \tag{5}$$

$$=\frac{1}{2\pi}\cdot\exp\left\{-\frac{E_s}{2N}\right\}\cdot\int\limits_{-\pi}^{\pi}\exp\left\{-\frac{1}{N}\cdot R(jf,\lambda)\cdot\cos(\beta+\varphi)\right\}d\varphi=$$

$$=\exp\left\{-\frac{E_s}{2N}\right\}\cdot I_0\left\{\frac{R(jf,\lambda)}{N}\right\},$$

де $\mathrm{Re}(\bullet)$ – функція виділення дійсної частини комплексного числа;

$(\bullet)*$ – операція комплексного спряження спектра радіосигналу:

$P_{pr}(\varphi)$ – апріорна імовірність початкової фази радіосигналу $S(t,\lambda,\varphi)$;

$E_s$ – енергія радіосигналу $S(t,\lambda,\varphi)$;

$R(jf,\lambda)=\sqrt{R_c^2(jf,\lambda)+R_s^2(jf,\lambda)}$ – частотна квадратурна кореляційна функція;

$$R_c(jf,\lambda)=\int\limits_{-f_в}^{f_в}\mathrm{Re}\big(U(jf)\cdot S_c^*(jf,\lambda)\big)df\ ;$$

$$R_s(jf,\lambda)=\int\limits_{-f_в}^{f_в}\mathrm{Re}\big(U(jf)\cdot S_s^*(jf,\lambda)\big)df\ ;$$

$I_0(\bullet)$ – функція Бесселя нульового порядку від уявного аргумента;

$$\beta=\mathrm{arctg}\frac{R_s(jf,\lambda)}{R_c(jf,\lambda)};$$

$S_c(jf,\lambda)$, $S_s(jf,\lambda)$ – відповідно спектри квадратурних складових сигналу $S(t,\lambda,\varphi)$;

$$S_c(jf,\lambda)=\int\limits_{0}^{T_a}A(t)\cdot\cos\big(2\pi ft+\gamma(t)\big)\cdot e^{-j2\pi ft}dt;$$

$$S_s(jf,\lambda)=\int\limits_{0}^{T_a}A(t)\cdot\sin\big(2\pi ft+\gamma(t)\big)\cdot e^{-j2\pi ft}dt.$$

При виявленні нефедінгуючого радіосигналу, коли його енергія стала в часі $E_s=\mathrm{const}$, рівняння (5) матиме вигляд:

$$l_f(\Psi)=k_1\cdot I_0\left\{\frac{R(jf,\lambda)}{N}\right\}, \tag{6}$$

де $k_1$ – коефіцієнт пропорційності.

Функція Бесселя $I_0(\bullet)$ є монотонною, а $N = \text{const}$, тому рішення про наявність чи відсутність радіосигналу доцільно приймати на основі порівняння з певним порогом $h_1$ значення частотної функції $R(jf, \lambda)$:

$$R(jf, \lambda) \geq h_1 \text{ при } \Psi = 1,$$
$$R(jf, \lambda) \prec h_1 \text{ при } \Psi = 0. \tag{7}$$

Визначимо кількісні характеристики оптимального виявлення, що реалізується в частотній області, наприклад, для випадку використання критерію Неймана-Пірсона [4].

При наявності радіосигналу функції $R_c(jf, \lambda)$ та $R_s(jf, \lambda)$ дорівнюють:

$$R_c(jf, \lambda) = \int_{-f_d}^{f_в} \text{Re}\Big(S(jf, \lambda, \varphi) \cdot S_c^*(jf, \lambda) + n(jf) \cdot S_c^*(jf, \lambda)\Big) df \ ;$$
$$R_s(jf, \lambda) = \int_{-f_d}^{f_в} \text{Re}\Big(S(jf, \lambda, \varphi) \cdot S_s^*(jf, \lambda) + n(jf) \cdot S_s^*(jf, \lambda)\Big) df \ . \tag{8}$$

Аналіз рівнянь (8) показує, що функції $R_c(jf, \lambda)$ та $R_s(jf, \lambda)$ є випадковими з нормальним законом розподілу значень і однаковими параметрами розподілу: дисперсією $D_c = D_s = N E_s / 2$ та математичним очікуванням $m_C = M\{R_C\} = E\cos\varphi$; $m_S = M\{R_S\} = E\sin\varphi$.

При тому функції $R_c(jf, \lambda)$ та $R_s(jf, \lambda)$ практично статистично незалежні. Тому щільність імовірності випадкової величини $R(jf, \lambda) = \sqrt{R_c^2 + R_s^2}$ при наявності радіосигналу описується законом Райса [7]:

$$P_1(R) = \frac{4R}{NE} \cdot \exp\left(-\frac{R^2 + E}{0{,}5NE}\right) \cdot I_0\left(\frac{4R}{N}\right) \text{ при } R \geq 0. \tag{9}$$

При відсутності радіосигналу функції $R_c(jf, \lambda)$ та $R_s(jf, \lambda)$ дорівнюють:

$$R_c(jf, \lambda) = \int_{-f_d}^{f_в} \text{Re}\Big(n(jf) \cdot S_c^*(jf, \lambda)\Big) df \ ;$$
$$R_s(jf, \lambda) = \int_{-f_d}^{f_в} \text{Re}\Big(n(jf) \cdot S_s^*(jf, \lambda)\Big) df \ . \tag{10}$$

Аналіз рівнянь (10) показує, що в цьому випадку функції $R_c(jf, \lambda)$ та $R_s(jf, \lambda)$ є випадковими з нормальним законом розподілу значень і однаковими параметрами: дисперсією $D_c = D_s = N E_s / 2$ та математичним очікуванням $m_c = m_s = 0$.

Відповідно щільність імовірності випадкової величини $R(jf, \lambda) = \sqrt{R_c^2 + R_s^2}$ при відсутності радіосигналу описується законом Релея [7]:

$$P_0(R) = \frac{4R}{NE} \cdot \exp\left(-\frac{2R^2}{NE}\right) \text{ при } R \geq 0. \tag{11}$$

Відповідно до критерію Неймана–Пірсона апріорі задається необхідна імовірність хибної тривоги $P_{xm}$:

$$P_{xm} = \int_{h_1}^{\infty} P_0(R) dR = e^{-h_0^2/2} \text{, де } h_0 = \frac{2h_1}{\sqrt{NE}}. \tag{12}$$

А ймовірність правильного виявлення радіосигналу $S(jf, \lambda)$ знаходиться таким чином:

$$P_{пв} = \int_{h_1}^{\infty} P_1(R) dR = \int_{h_0}^{\infty} V \cdot \exp\left(-\frac{V^2 + E/N}{2}\right) \cdot I_0\left(V\sqrt{E/N}\right) dV. \tag{13}$$

Аналіз рівнянь (12) і (13) показує, що вони співпадають із відомими рівняннями для імовірностей $P_{xm}$ та $P_{пв}$ у випадку виявлення сигналу при часовій кореляційній обробці [4, 5].

Для випадків дискретно-дискретного та безперервно-дискретного аналізу сигналів у частотній області [3] співвідношення (5) матимуть вигляд відповідно до (14) та (15):

$$l_f(\Psi) = \exp\left\{-\frac{E_s}{2N}\right\} \cdot I_0\left\{\frac{R_д(jf, \lambda)}{N}\right\}; \tag{14}$$

$$R_\partial\left(jf,\lambda\right)=\frac{1}{\cos(\beta+\varphi)}\sum_{k=-\frac{M}{2}}^{k=\frac{M}{2}-1}\operatorname{Re}\left(U\left(jf_k\right)\cdot S^*\left(jf_k,\lambda,\varphi\right)\right),\tag{15}$$

де $k$ – ціле число;

$M$ – кількість гармонік у частотній області визначення;

$$\beta=\operatorname{arctg}\frac{\sum_{k=-\frac{M}{2}}^{k=\frac{M}{2}-1}\operatorname{Re}\left(U\left(jf_k\right)\cdot S_s^*\left(jf_k,\lambda\right)\right)}{\sum_{k=-\frac{M}{2}}^{k=\frac{M}{2}-1}\operatorname{Re}\left(U\left(jf_k\right)\cdot S_c^*\left(jf_k,\lambda\right)\right)}.$$

Таким чином, задачу виявлення радіосигналу з невідомою початковою фазою при наявності адитивного нормального білого шуму можна оптимально вирішити, використовуючи аналіз прийнятої реалізації в частотній області. Основною операцією такого аналізу є визначення частотної квадратурної кореляційної функції. При цьому кількісні характеристики операції виявлення в частотній області співпадають із відомим значенням характеристик операції виявлення в часовій області.

**ЛІТЕРАТУРА:**


1. *Гуткин Л.С.* Проектирование радиосистем и радиоустройств. – М.: Радио и связь, 1986. – 288 с.
2. *Комиссаров Ю.А., Родионов С.С.* Помехоустойчивость и электромагнитная совместимость радиоэлектронных средств. – Киев: Техніка, 1978. – 208 с.
3. *Ципоренко В.Г.* Визначення апостеріорної імовірності радіосигналу в частотній області // Вісник ЖІТІ. – 2000. – № 13 / Технічні науки. – С. 87–91.
4. *Тихонов В.И.* Оптимальный приём сигналов. – М.: Радио и связь, 1983. – 320 с.
5. *Гуткин Л.С.* Теорія оптимальных методов радиоприёма при флуктуационных помехах. – Изд. 2-е, доп. и перераб. – М.: Советское радио, 1972. – 448 с.
6. *Ципоренко В.Г., Ципоренко О.Д.* Виявлення радіосигналів шляхом аналізу їх спектру // Вісник ЖІТІ. – 2000. – № 15 / Технічні науки. – С. 148–151.
7. *Баскаков С.И.* Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Высшая школа, 1988. – 448 с.


ЦИПОРЕНКО Валентин Григорович – кандидат технічних наук, доцент кафедри радіотехніки Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:

– радіоелектроніка з використанням цифрової обробки сигналів.

ЦИПОРЕНКО Олена Дмитрівна – інженер-патентознавець Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:

– цифрові радіотехнічні пристрої.

Подано 30.05.2001