

**САМОРЕГУЛЮВАННЯ ШВИДКОСТІ ОБЕРТАННЯ ІНСТРУМЕНТА ПІД ЧАС ФІНІШНОЇ АБРАЗИВНОЇ ДОВОДКИ ДЕТАЛЕЙ КУЛЬПОПОДІБНОЇ ФОРМИ**

*Досліджувано кінематику та динаміку фінішної абразивної доводки деталей кульпоподібної форми вільною притиркою для випадку, коли профілі деталі й притира цілком узгоджені один з одним за формою. Запропоновано аналітичні вирази для опису залежності швидкості вільного обертання притира від кінематично-геометричних і силових параметрів процесу. Подано результати комп'ютерного моделювання швидкості вільного обертання притира в залежності від поточної ширини кільцевої зони контакту, передатного відношення – від коефіцієнта різання, розподілу модуля швидкості різання в межах кільцевої зони контакту для випадку алмазної доводки поверхні кульпоподібної керамічної голівки діаметром 32 мм з оксиду алюмінію.*

Сучасна технологія фінішної абразивної обробки деталей кульпоподібної форми вільною притиркою [1–2] заснована на формуванні точної сферичної поверхні при одночасному обертанні деталі та чашково-го притира, що пружно притискається до неї через шарнір. Крім цього, вісь притира проходить через вісь обертання деталі і нахилена до осі утворюваної сфери під кутом. Шарнірне кріплення притира забезпечує його вільну самоустановку увігнутою робочою поверхнею на деталі з контактом по кільцевій зоні притирання. Завдяки розташуванню осей обертання тіл, що притираються, під кутом не потрібно приму-сового обертання притира (рис. 1).

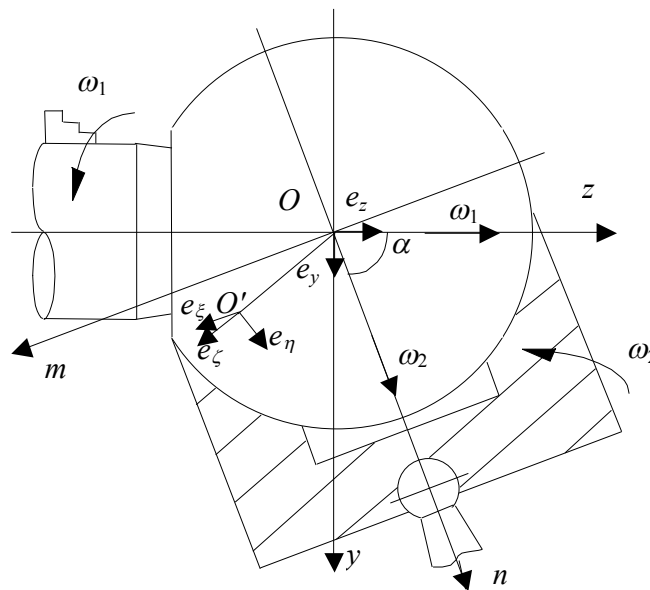


Рис. 1. Схема алмазно-абразивного доведення деталі кульпоподібної форми

Притир і деталь є тут елементами нижчої кінематичної пари 3-го класу з силовим замиканням [2], тому що мають три ступеня взаємної рухливості і стикаються по поверхні. Повідець притира конструктивно зв'язує його з кульовим шарніром, що також є кінематичною парою 3-го класу. Він передає тиск повідця на притир, що у такий спосіб силовим замиканням утримується між двома елементами різних кінематичних пар 3-го класу: оброблюваною деталлю, з одного боку, і кульовим шарніром повідця – з іншого. Під час зняття припуску з деталі і зносу притира профіль останнього узгоджується за формою з профілем деталі. При цьому в міру наближення форми деталі до сферичної та збільшення ступеня її прилягання до увігнутої робочої поверхні притира співвідношення кутових швидкостей обертання ланки, яку ведуть (притира), і ланки, що веде (деталі), збільшується з 0,6 до 0,9 [2].

Таку технологію використовують, наприклад, для алмазного доведення кульової поверхні керамічних голівок протезів з оксиду алюмінію, що застосовуються у хірургії тазостегнового суглоба. Вимоги до точності форми і швидкості кульової поверхні голівок діаметром 32,00<sub>-0,02</sub> мм або 28,00<sub>-0,02</sub> мм: відхилення форми не більше 5 мкм; шорсткість поверхні  $R_a = 0,16...0,08$  мкм.

Для такого процесу фінішної алмазно-абразивної обробки, як і взагалі для будь-якого процесу вільної притирки, характерний складний взаємний вплив основних технологічних параметрів (тобто характеристик процесу, пряме регулювання яких можливе) і технологічних чинників, що піддаються тільки непрямому керуванню. З позицій теорії абразивного зношування змінювання радіусів кривизни притира і деталі в результаті знімання матеріалу з їхніх поверхонь залежить від розподілу контактного тиску і поля швидкості різання (відносного руху) у кільцевій зоні притирання, що обумовлені змінюванням кінематичної перемінної процесу – швидкості вільного обертання притира. Крім впливу на поле векторів швидкості відносного руху і знос тіл, швидкість вільного обертання притира визначає епюру дотичних навантажень і, таким чином, є причиною перерозподілу контактного тиску, зміни сили інерції, що діє на вільно обертовий притир, і моменту зчеплення притира з обертовою деталлю. Від сил фрикційної взаємодії поверхонь, що контактують, у свою чергу, залежить сама кінематична змінна процесу (рис. 2).

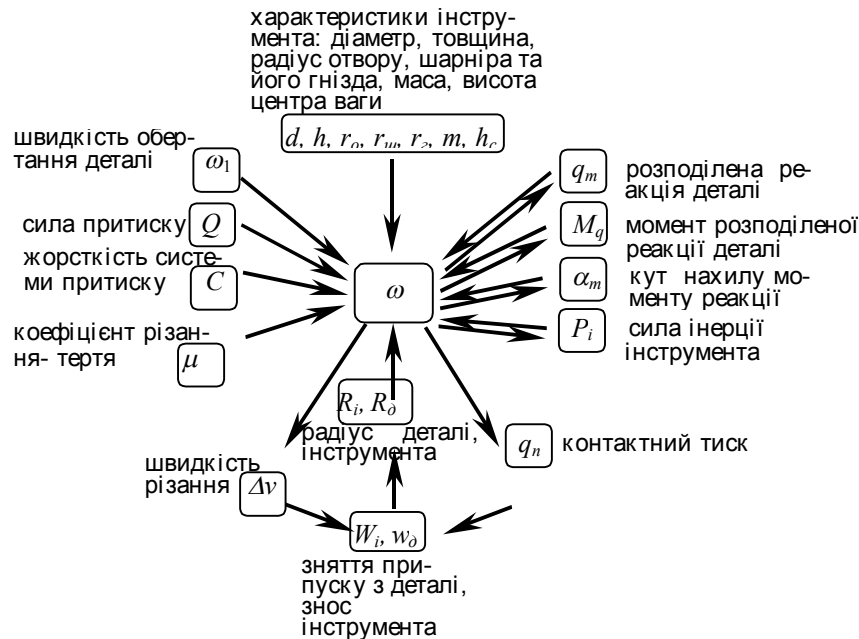


Рис. 2. Взаємний вплив технологічних параметрів і факторів процесу

До останнього часу для приблизного розрахунку результатів процесу вільної притирки використовували усереднені показники швидкості різання і тиску – сутність кінематично-геометричного підходу, запропонованого М.М. Семибратовим. У межах такого підходу використовується швидкісний коефіцієнт – відношення осередненої відносної швидкості для даної кільцевої зони деталі до осередненої відносної швидкості для центра деталі, а також середнє контактне навантаження [2], а вплив фрикційної взаємодії поверхонь і виникаючих при цьому дотичних навантажень цілком ігнорується. Тому відомий підхід не дозволяє встановити кількісні залежності та дослідити взаємний вплив дотичних навантажень і швидкості вільного обертання притира. Встановлення ж таких залежностей дозволяє закласти передумови для точного розрахунку результатів обробки і є актуальною задачею.

Під час аналітичного дослідження кінематики процесу зробимо ряд припущень, що спростують задачу. Будемо розглядати "ідеальну" кінематичну пару "інструмент–деталь", тобто без відхилень форми і розмірів, у момент, коли профілі притира і деталі цілком узгоджені, тобто кільцева зона контакту має максимально можливі розміри. Пружні деформації кульоподібної деталі не враховуємо, оскільки модуль пружності керамічного матеріалу деталі набагато вище модуля пружності матеріалу притира. У зв'язку з дискретністю контакту притира і деталі через прошарок, що вміщує абразивні частинки, деформації поверхневих прошарків швидко загасають по глибині (принцип Сен-Венана) [4]. Оскільки розміри зони контакту можна зіставити з розмірами тіл, що контактують, більш податливе з тіл (притир) можна розглядати як балку або плиту на двошаровій пружній основі [5]: для достатньо тонкого поверхневого прошарку пружні переміщення визначаються гіпотезою Вінклера щодо їхньої пропорційності тиску тільки на аналізованому елементі поверхні; для нижнього прошарку набагато більшої товщини пружні переміщення визначаються функціями горизонтального і вертикального розподілів. Обертання деталі характеризує кутова швидкість  $\omega_1$ , обертання притира –  $\omega_2$ , отже їх співвідношення має вигляд  $v = \omega_2 / \omega_1$ . Будемо вважати також, що відмінність змінної  $\omega_2$  від кінематичного значення мала. Ця відмінність пояснюється тертям у гнізді шарніра повідця, що гальмує власне обертання притира, а також впливом гіроскопічного

моменту, що виникає під час прикладення безупинно чинної сили до осі симетрії гіроскопа – притира, що обертається. Слід зазначити, що вплив моменту тертя в шарнірі повідця викликає лише незначні прослизання, і кінематика притира майже ідеально залежить від сил зчеплення в контакт з деталлю і гіроскопічного моменту. Вплив мастила і зміну радіусів кривизни притира і деталі, що обумовлені їхнім зношуванням, також не враховуємо. У визначених у такий спосіб умовах використовуємо для випадку контакту тіл із прослизанням і тертям відомі співвідношення, що пов'язують збільшення відносних дотичних зсувів для моменту часу  $t$  із дотичним навантаженням тертя в момент часу  $(t + dt)$  – у тих точках зони контакту, де є ненульові збільшення відносних дотичних зсувів дотичні навантаження тертя досягають добутку тиску на коефіцієнт тертя, а їх напрямок збігається з цими збільшеннями, тобто

$$|\sigma_\tau| = -\mu\sigma_n \times du_\tau / |du_\tau| \text{ при } |du_\tau| > 0.$$

Тут  $\mu$  – коефіцієнт тертя (постійний);  $du_\tau$  – збільшення відносних дотичних зсувів:

$$du_\tau = d(u_\tau^+ - u_\tau^-) + dw,$$

де  $u_\tau^\pm$  – пружні дотичні зсуви поверхонь тіла і пружної основи,  $w$  – їхні відносні переміщення як абсолютно жорстких. Таким чином, момент сил зчеплення, так само як і гіроскопічний момент, як функції кінематичної змінної  $\omega_2$  у момент часу  $t$ , є аргументи у функції тиску в момент часу  $(t + dt)$ . Саме в такій спрощеній постановці, проте такій, що має фізичний зміст, і будемо вирішувати задачу визначення кінематичної змінної  $\omega_2$ .

Для цього пов'яжемо з центром  $O$  деталі радіуса  $R$  нерухому ортогональну систему координат  $Oxuz$  таку, щоб вісь  $Oz$  збігалася з віссю обертання деталі. При цьому осі  $Oy$  надамо напрямок в площині перетинання осей обертання притира і деталі. Тут  $e_x, e_y, e_z$  є одиничні вектори базису, що відповідає руху деталі. Відповідно пов'яжемо з геометричним центром кривизни  $O$  притира ортогональну систему координат  $Olmn$  так, щоб вісь  $On$  збігалася з його віссю обертання (рис. 1). Осі  $On$  і  $Oz$  перетинаються під кутом  $\alpha$ , а вісь  $Ol$  спрямована вздовж нормалі до них. Тут  $e_l, e_m, e_n$  є одиничні вектори базису, що відповідає руху притира. У загальному випадку вектор кутової швидкості притира дорівнює:

$$\omega = \omega_l e_l + \omega_m e_m + \omega_n e_n,$$

де  $e_n = e_z \cdot \cos\alpha + e_y \cdot \sin\alpha$  – одиничний вектор, спрямований уздовж осі обертання притира;  $e_l = e_x$  – одиничний вектор, перпендикулярний площині перетинання осей обертання притира і деталі;  $e_m = e_z \cdot \sin\alpha - e_y \cdot \cos\alpha$  – одиничний вектор, спрямований вздовж нормалі до площини, у якій лежать згадані раніше вектори.

Оскільки притир утримується силовим замиканням між двома елементами різних кінематичних пар – оброблюваною деталлю, з одного боку, і кульовим шарніром повідця – з іншого, – під час відносного переміщення поверхонь деталі і притира на останній починає діяти момент сил різання – взаємодії тертя. Дія цього моменту призводить, образно висловлюючись, до "розклинювання", розкриття стику в гнізді шарніра повідця за рахунок пружних деформацій у системі пружного притискання притира до деталі і відповідно до кутового дотичного зсуву притира уздовж поверхні деталі. Величина цього зсуву залежить від жорсткості системи пружного притиску притира й у той же час визначає положення центра ваги притира щодо осі його обертання, а значить і діючу на притир у напрямку цього зсуву відцентрову силу інерції, що викликає гіроскопічний момент. Дія сили інерції сприяє подальшому розкриттю стику доти, доки не наступить рівновага активних сил і сил реакції зв'язків, що діють на притир, а також їхніх моментів, тобто

$$F + R = 0; \tag{1}$$

$$\sum M_{m.O} = (Q + c \cdot \Delta h) r_u \sin(\gamma_u + \gamma) - M_v - P_i h_c = 0, \tag{2}$$

де  $F, R$  – рівнодіючі активних сил і реакцій зв'язків;  $M_{m.O}$  – моменти активних сил і реакцій зв'язків відносно т.  $O$ , центра кривизни сферичної деталі;  $Q$  – сила притиску притира до деталі;  $c$  – жорсткість системи пружного притиску притира;  $\Delta h$  – розмір осьового зміщення повідця;  $r_u$  – радіус шарніра повідця;  $\gamma_u$  – кутова координата поточної точки торкання шарніра повідця і шарнірного гнізда притира;  $\gamma$  – кут зсуву осі обертання притира;  $M_v$  – сумарний момент розподіленої реакції з боку деталі;  $P_i$  – сила інерції, що діє на притир;  $h_c$  – координата центра ваги притира (рис. 3).

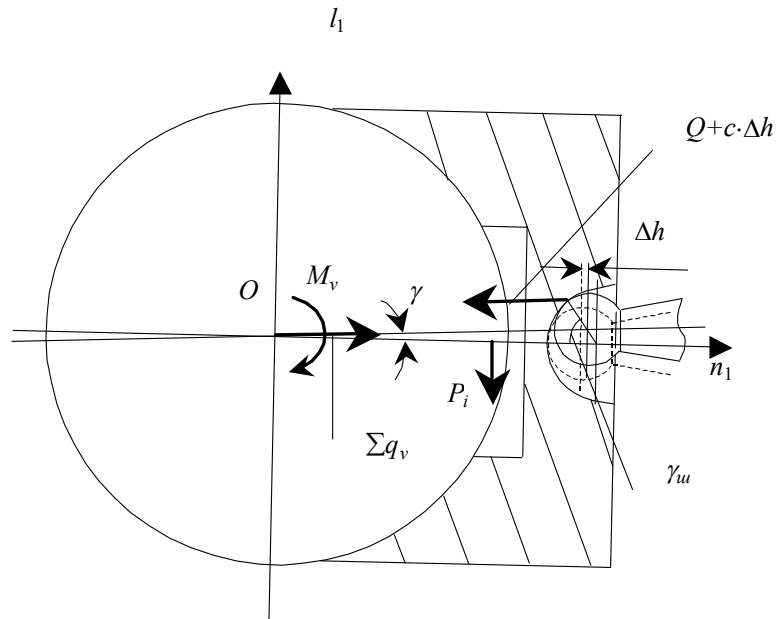


Рис. 3. Схема до розрахунку пружного відтискання притира

За співвідношеннями (1) і (2) можна визначити невідому кінематичну змінну  $\omega_2$ ; складові рівнодіючих активних сил і реакцій зв'язків.

Для цього розглянемо розподіл швидкостей ковзання на кільцевій площадці контакту. Пов'яжемо з довільною точкою  $M$  в зоні контакту притира і деталі ортогональну систему координат  $O'\xi\eta\zeta$  так, щоб центр  $O'$  збігався з точкою  $M$ , осі  $O'\xi$  і  $O'\eta$  утворювали площину, дотичну до сферичної поверхні в точці  $M$ , а вісь  $O'\zeta$  була спрямована від центра деталі вздовж нормалі до неї. При цьому осі  $O'\xi$  і  $O'\eta$  спрямуємо відповідно уздовж і поперек кільцевої площадки контакту.

У цій системі координат складові вектора швидкості взаємного ковзання тіл в зоні контакту (швидкості різання) можуть бути визначені, як різниця складових швидкостей поверхонь притира і деталі:

$$\begin{cases} \Delta v^\xi = v - v_2^\xi = -\omega_1 \cdot R \cdot (\cos \gamma_{z\eta} - q \cdot \cos \gamma_{n\eta}); \\ \Delta v^\eta = v_1^\eta - v_2^\eta = -\omega_1 \cdot R \cdot \cos \gamma_{z\xi}, \end{cases} \quad (3)$$

а після підстановки виразів для спрямовуючих косинусів модуль вектора відносної швидкості складе:

$$|\Delta \mathbf{v}| = \omega_1 \cdot R \cdot \sin \alpha \cdot \sqrt{\cos^2 \varphi + \left[ \sin \varphi \cdot \cos \theta - \left( \frac{q}{\sin \alpha} - ctg \alpha \right) \cdot \sin \theta \right]^2},$$

де спрямовуючі косинуси, що пов'язують базис руху деталі і базис, що відповідає рухові тіл, для довільної точки  $M$ , положення якої характеризують кути  $\varphi$ ,  $\theta$ , рівні відповідно:

$$\begin{aligned} \cos \gamma_{z\xi} &= -\cos \varphi \cdot \sin \alpha; \\ \cos \gamma_{z\eta} &= \sin \theta \cdot \cos \alpha + \cos \theta \cdot \sin \varphi \cdot \sin \alpha; \\ \cos \gamma_{n\eta} &= \sin \theta, \end{aligned}$$

і отримані в результаті перетворень координат, суть яких викладена в роботі [5], пов'язаних у нашому випадку з поворотом системи координат  $O'\xi\eta\zeta$  навколо осі  $O'\zeta$  на кут  $\theta$ , її наступним поворотом навколо осі  $O'\zeta$  на кут  $(\pi/2 + \varphi_0)$ , і нарешті поворотом навколо осі  $Ox$  на кут  $\alpha$ . У виразах індекс  $\xi$  вказує на кут між векторами  $e_x, e_y, e_z$  і вектором  $e_\xi$ , індекс  $\eta$  – на кут між цими векторами і вектором  $e_\eta$ , а індекс  $\zeta$  – на кут між цими ж векторами і вектором  $e_\zeta$ .

Розподіл швидкостей прослизання відповідно до (3) призведе до виникнення складової дотичного навантаження, обумовленої взаємним переміщенням притира і деталі. В зоні їхнього контакту цей перерозподіл викликає перерозподіл спочатку осесиметричного розподілення навантаження  $q_0$  – реакції з боку деталі, обумовленої дією сили притиску  $Q$ , а також зміну кінематичної змінної процесу  $\omega_2$ . Останні можуть бути розраховані методом послідовних наближень.

Дійсно, у результаті статичного навантаження притира силою притиску  $Q$  розподілене навантаження  $q_0$  на довільному елементі поверхні контакту радіусом кривизни  $R$ , положення якого характеризує кут  $\theta$ , є сума нормальної і дотичної складових:

$$\mathbf{q}_\rho = q_\rho^\zeta \cdot \mathbf{e}_\zeta + q_\rho^\eta \cdot \mathbf{e}_\eta,$$

де  $q_\rho^\zeta = q_o \cdot \cos\theta$ ;  $q_\rho^\eta = q_o \cdot \sin\theta$ ;  $q_o = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{\pi R^2 (\cos\theta_1 - \cos\theta_2)}$  – відповідно нормальна і дотична

складові, а також середнє значення розподіленого навантаження;  $S$  – площа проєкції площадки контакту на площину, нормальну осі обертання притира;  $\theta_1, \theta_2$  – значення граничних кутів кільцевої площадки контакту. Тоді сумарне дотичне навантаження при взаємному переміщенні притира і деталі запишеться в такий спосіб:

$$\mathbf{q}^\tau = q_v^\xi \cdot \mathbf{e}_\xi + (q_v^\eta + q_\rho^\eta) \cdot \mathbf{e}_\eta,$$

де  $q_v^\xi = -\mu q_\rho^\zeta \frac{Dv^\xi}{|Dv|}$ ;  $q_v^\eta = -\mu q_\rho^\zeta \frac{Dv^\eta}{|Dv|}$ ;  $\mu$  – коефіцієнт тертя–різання, або з урахуванням перетворення координат при переході в систему координат  $Olmn$ :

$$\mathbf{q}^\tau = q_l^\tau \cdot \mathbf{e}_l + q_m^\tau \cdot \mathbf{e}_m + q_n^\tau \cdot \mathbf{e}_n, \tag{4}$$

де

$$q_l^\tau = -q_v^\xi \cdot \sin\varphi + (q_v^\eta + q_\rho^\eta) \cdot \cos\varphi \cdot \cos\theta - q_\rho^\zeta \cdot \cos\varphi \cdot \sin\theta;$$

$$q_m^\tau = q_v^\xi \cdot \cos\varphi + (q_v^\eta + q_\rho^\eta) \cdot \sin\varphi \cdot \cos\theta - q_\rho^\zeta \cdot \sin\varphi \cdot \sin\theta;$$

$$q_n^\tau = -(q_v^\eta + q_\rho^\eta) \cdot \sin\theta - q_\rho^\zeta \cdot \cos\theta.$$

Знаючи розподіл сумарного дотичного навантаження, можна знайти в першому наближенні силу  $F_v$  і момент  $M_v$ , що виникають при взаємному переміщенні поверхонь притира і деталі:

$$\mathbf{F}_v = \iiint_G (q_l^\tau \cdot \mathbf{e}_l + q_m^\tau \cdot \mathbf{e}_m + q_n^\tau \cdot \mathbf{e}_n) dldmdn;$$

$$M_v = [\mathbf{q}^\tau \cdot \mathbf{r}] = \iiint_G \begin{vmatrix} \mathbf{e}_l & \mathbf{e}_m & \mathbf{e}_n \\ q_l^\tau & q_m^\tau & q_n^\tau \end{vmatrix} dldmdn,$$

звідки складові моменту  $M_v$  у системі координат  $Olmn$  будуть мати вигляд:

$$M_v^l = R \iiint_G (q_m^\tau \cos\theta - q_n^\tau \sin\theta \sin\varphi) dldmdn;$$

$$M_v^m = R \iiint_G (q_l^\tau \cos\theta - q_n^\tau \sin\theta \cos\varphi) dldmdn; \tag{5}$$

$$M_v^n = R \iiint_G (q_l^\tau \sin\theta \sin\varphi - q_m^\tau \sin\theta \cos\varphi) dldmdn.$$

Далі може бути визначена з (1) і (2) з урахуванням (5) швидкість вільного обертання притира  $\omega_2$ , а також тепер уже косонахилене розподілення навантаження  $q_m$  – реакція з боку деталі на дію сили притиску  $Q$  і моменту  $M_v$ :

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{(Q + c \cdot \Delta h) \cdot r_{uu} \cdot \sin(\gamma_{uu} + \gamma) - M_v^{lm}}{m_u \cdot r_c \cdot (h_c + h_{uu})}}.$$

Оскільки епюри розподіленої реакції  $q_m$  у будь-якому перетині, нормальному вектору моменту  $M_v$ , відрізняються лише граничними значеннями аргумента, запишемо закон зміни  $q_m$  у системі координат

$O_l m_1 n_1$ , отриманої поворотом системи координат  $Olmn$  навколо осі  $On$  на кут  $\alpha_v = \arctg \frac{M_v^l}{M_v^m}$ , попере-

дньо виключивши вплив кривизни поверхні контакту:

$$\mathbf{q}_M = 2l_1 (q_0 + k \cdot m_1) \cdot \mathbf{e}_{n_1}, \tag{6}$$

де  $k$  – лінійний коефіцієнт, що визначається з умови (2) з урахуванням (5).

Вираз (6) треба враховувати при визначенні з (4) сумарного дотичного навантаження під час другого і наступних наближень.

Як результат комп'ютерного моделювання отримані графіки залежності швидкості вільного обертання притира від умов взаємодії тертя–різання (коефіцієнта  $\mu$ ) (рис. 4, а), передатного відношення від поточної ширини кільцевої площадки контакту (рис. 4, б), розподілу модуля швидкості різання в межах кі-

льцевої площадки контакту чашкового притира і деталі кульоподібної форми (рис. 4, в), а також залежність моменту сил зчеплення  $M_v$  (рис. 4, з) і кута його нахилу  $\alpha_m$  (рис. 4, д).

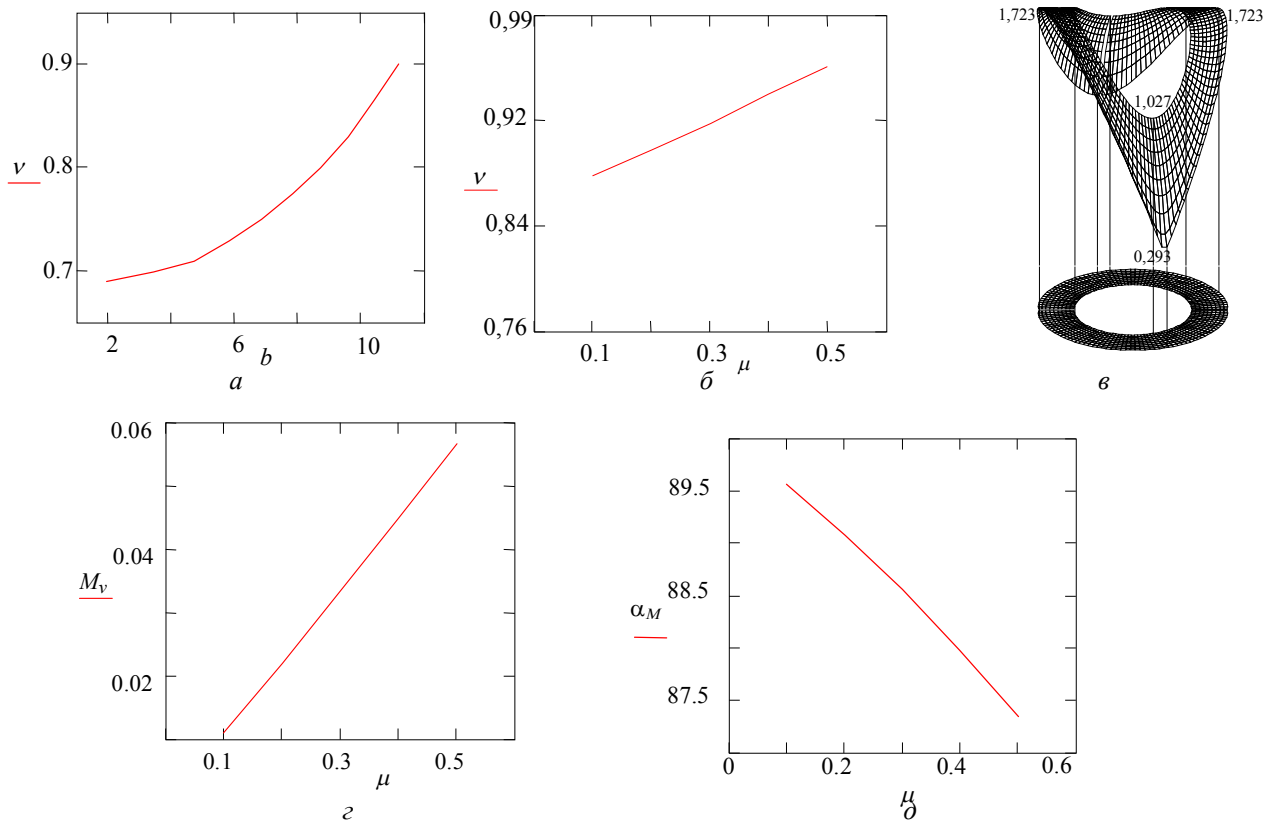


Рис. 4. Залежність співвідношення  $v$  від ширини кільцевої зони (а), коефіцієнта тертя (б), епюри модуля швидкості різання (в), а також залежність моменту сил зчеплення  $M_v$  (з) і кута його нахилу  $\alpha_m$  (д)

Таким чином, описаний вище алгоритм дозволяє розрахувати кінематичну змінну процесу – швидкість вільного обертання притира  $\omega_2$  – в залежності від кінематично-геометричних і силових параметрів процесу.

**ЛІТЕРАТУРА:**

1. Орлов П.М. Технологічне забезпечення якості деталей методами доведення. – М.: Машинобудування, 1988. – 384 с.
2. Технологія оптичних деталей / В.Г. Зубаков, М.М. Семибратов, С.К. Штандель; Під ред. М.М. Семибратова. – 2-е вид. – М.: Машинобудування, 1985. – 368 с.
3. Дьомкін Н.Б. Контактвання шорсткуватих поверхонь. – М.: Наука, 1970. – 228 с.
4. Власов В.З., Леонтьєв М.М. Балки, плити й оболонки на пружній основі. – М.: Фізматгіз, 1960.
5. Сохань С.В. Про поле швидкості різання при абразивній обробці кульоподібних деталей // Надтверді матеріали. – Київ, 1999. – № 5. – С. 49–56.

СОХАНЬ Сергій Васильович – кандидат технічних наук Інституту надтвердих матеріалів імені В.М. Бакуля НАН України, старший науковий співробітник.

Наукові інтереси:

- фінішна алмазно-абразивна обробка прецизійних плоских та кульоподібних поверхонь з складно-оброблюваних матеріалів (кераміки тощо);
- викінчувально-зміцнююча обробка алмазним вигладжуванням.

Домашня адреса:

03179, Україна, м. Київ, вулиця Миколи Ушакова, 20А, кв. 57, сл. тел. 468 – 8626

Подано 12.08.2000

**Сохань С.В.** Саморегулювання швидкості обертання інструмента під час фінішної абразивної доводки деталей кульоподібної форми

**Sokhan'S.V.** A self-regulation of a velocity of tool's gyration at finishing abrasive machining of parts of the spherical shape

УДК 621.922.079:678

**Саморегулирование скорости вращения инструмента во время финишной абразивной доводки деталей шарикоподобной формы / С.В. Сохань**

Исследовано кинематику и динамику финишной абразивной доводки деталей шарикоподобной формы свободной притиркою для случая, когда профили детали и притира целиком согласованы друг с другом по форме. Предложены аналитические выражения для описания зависимости скорости свободного вращения притира от кинематически-геометрических и силовых параметров процесса. Поданы результаты компьютерного моделирования скорости свободного вращения притира в зависимости от поточной ширины кольцевой зоны контакта, передаточного отношения – от коэффициента резания, деления модуля скорости резания в границах кольцевой зоны контакта для случая алмазной доводки поверхности шарикоподобной керамической головки диаметром 32 мм из оксида алюминия.

УДК 621.922.079:678

**A self-regulation of a velocity of tool's gyration at finishing abrasive machining of parts of the spherical shape / S.V. Sokhan'**

The kinematics and dynamics of finishing abrasive machining of parts of the spherical shape by a free abrading for a case is studied, when the profiles of a part and tool are completely compounded with each other under the shape. The analytical expressions for exposition of association of a velocity of free tool's gyration from kinematics, geometrical and force parameters of process are offered. For a case of diamond finishing of the spherical surface of a ceramic head by a diameter of 32 mm from adamant the outcomes of computer simulation are submitted for a velocity of tool's free gyration depending on a flowing breadth of a ring area of contact. The dependence of reduction ratio on coefficient of cutting, as well as allocation of the module of a cutting speed in limits of a ring contact's area are submitted too.