

УДК 539.43:620.17

М.М. Можаровський, ст. викл.
Державна агроекологічна академія України

ДО КІЛЬКІСНОЇ ОЦІНКИ ПАРАМЕТРА НЕЛІНІЙНОСТІ В ЗАДАЧАХ ДИНАМІКИ РОТОРІВ ПРИ ПЕРЕХОДІ НЕЗБАЛАНСОВАНИМ РОТОРОМ РЕЗОНАНСУ

(Представлено д.т.н., проф. І.Г. Грабаром)

Аналізується рух незбалансованого маховика, вал якого жорстко закріплений в опорах, в резонансному режимі. Встановлено, що цей процес є нелінійним, в якому обертальний рух маховика пов'язаний з його коливальним рухом і описується системою трьох рівнянь першого порядку, що дають "гладку" складову руху і системою з двох рівнянь, що описують пульсуючу з частотою $\dot{\varphi} + \omega$ складову руху з малою амплітудою, що накладається на основний рух. В результаті проведеного аналізу отримано критерій кількісної оцінки нелінійності процесу для випадку нехтування пульсуючою складовою.

При проведенні розгінних випробувань роторів маховиків із композиційних матеріалів можуть виникати певні особливості динаміки розгону. Конструкції роторів із цих матеріалів ведуть себе, як гнучкі. А при проведенні випробувань на граничну несучу здатність конструкцій в робочому діапазоні частот обертання роторів виникають перехідні процеси (резонанси). Тому розгляд нестационарних режимів руху роторів представляє певне зацікавлення.

В роботі [1] розглядалися питання динаміки при переході незбалансованим ротором через резонансні зони. Тут вказується на взаємопов'язаність коливального і обертального рухів ротора і на нелінійні явища, що виникають при цьому. Для оцінки зворотного зв'язку, який вносить нелінійність в систему, був запропонований деякий параметр $\mu = \left(\frac{\varepsilon}{r}\right)^2 \frac{I_1}{I_1 + I_2}$, де ε – дебаланс ротора, r – радіус інерції ротора, I_1 – момент інерції ротора маховика, I_2 – момент інерції ротора двигуна.

Питання проходження резонансів при проведенні розгінних випробувань на стендах є досить актуальними і вимагають всестороннього вивчення. Тому в даній роботі зроблена спроба більш детально підійти до оцінки параметра нелінійності та вивчення руху ротора.

Розглянемо нестационарний рух вала круглого перерізу з маховиком посередині, розташованого в достатньо жорстких опорах і пов'язаного з двигуном, під дією якого він обертається (тертям знехтуємо). Вплив маси вала, гіроскопічної дії маховика і пружності з'єднувальної муфти розглядати не будемо.

На рис. 1, а показано схематичне зображення системи, що розглядається. На рис. 1, б показаний поперечний розріз цієї системи через маховик в момент руху в резонансному режимі. Тут O – вісь обертання вала; S – центр вала; A – центр мас маховика; ε – ексцентриситет маховика; x і y – координати центру мас A в нерухомій системі координат (X, Y) ; φ – кут повороту вала.

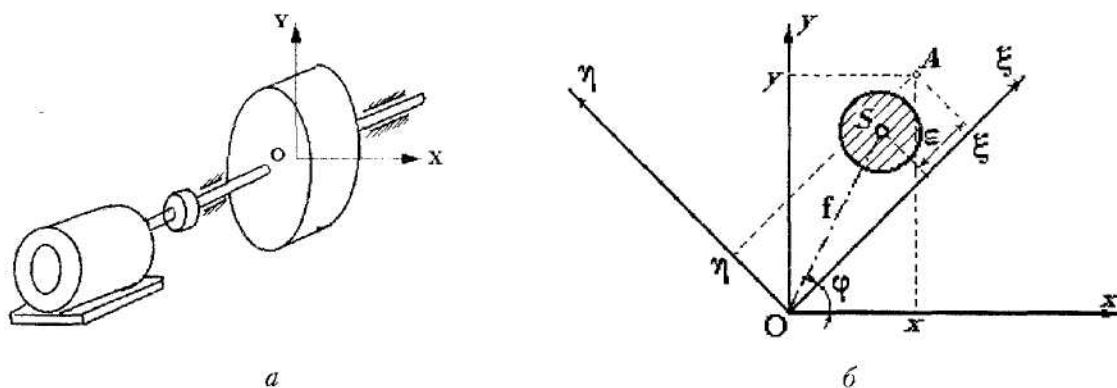


Рис. 1. Схема системи маховик – двигун і поперечний розріз системи через маховик в момент руху

Для складання рівняння руху необхідно скласти функцію Лагранжа. Вона буде мати такий вигляд:

$$L = \frac{m}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2}(I_1 + I_2)\dot{\varphi}^2 - \frac{c}{2}[(x - \varepsilon \cos \varphi)^2 + (y - \varepsilon \sin \varphi)^2]. \quad (1)$$

Підставивши цей вираз в рівняння Лагранжа, отримаємо:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i; \quad i = 1, 2, 3, \quad (2)$$

де такі координати: $q_1 = x; q_2 = y; q_3 = \varphi$.

В результаті отримуємо систему рівнянь:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + cx &= \varepsilon c \cos \varphi; \\ m\ddot{y} + cy &= \varepsilon c \sin \varphi; \\ (I_1 + I_2)\ddot{\varphi} + M(\varphi) &= \varepsilon c(-x \sin \varphi + y \cos \varphi), \end{aligned}$$

де до позначень, що розглядалися раніше додалися ще й такі: m – маса маховика (масою вала нехтуємо); c – жорсткість вала. Цю систему рівнянь можна звести до такого вигляду:

$$\begin{aligned} \ddot{x} + \omega^2 x &= \varepsilon \omega^2 \cos \varphi; \\ \ddot{y} + \omega^2 y &= \varepsilon \omega^2 \sin \varphi; \\ \ddot{\varphi} &= \lambda(\varphi) + \mu \omega^2 (-x \sin \varphi + y \cos \varphi), \end{aligned} \quad (3)$$

де $\omega = \sqrt{\frac{c}{m}}$ – власна частота згінних коливань вала з маховиком; $\lambda(\varphi) = \frac{M(\varphi) - T(\varphi)}{I_1 + I_2}$ – кутове прискорення системи; $M(\varphi)$ – скрутний момент двигуна, що відповідає статичній характеристиці двигуна, тобто незалежній від прискорення руху маховика; $T(\varphi)$ – момент тертя в системі; μ – деякий параметр, що розглядався раніше.

Отримана система рівнянь (3) описує рух центра мас гнучкого вала круглого перерізу, жорстко обпертого на кінцях, під дією двигуна з визначеною заданою статичною характеристикою $M(\varphi)$. Переходимо до рухомої системи координат, що пов'язана з ротором (рис. 1, б),

де

$$\begin{aligned} \xi &= x \cos \varphi + y \sin \varphi; \\ \eta &= -x \sin \varphi + y \cos \varphi. \end{aligned} \quad (4)$$

Третє рівняння системи (3) можна записати в простій формі:

$$\ddot{\varphi} = \lambda(\varphi) + \frac{\mu \omega^2 \eta}{\varepsilon} \quad (5)$$

І якщо тепер знайти два достатньо простих співвідношення, що пов'язують величини ξ, η, φ , то задачу можна вважати розв'язаною.

Перші два рівняння системи (3) можна розв'язати відносно X і Y . Початкові умови виберемо, виходячи з тих міркувань, щоб до початкового моменту часу проходив стаціонарний рух з частотою ω_0 і причому $x_0 = \frac{\varepsilon}{1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}$, а $y_0 = 0$.

Тоді вираз для нерухомих координат центра мас маховика матиме вигляд:

$$\begin{aligned} x(t) &= \varepsilon \omega \int_0^t \cos \varphi(\rho) \sin \omega(t - \rho) d\rho + \frac{\varepsilon}{1 - \gamma^2} \cos \omega t; \\ y(t) &= \varepsilon \omega \int_0^t \sin \varphi(\rho) \sin \omega(t - \rho) d\rho + \frac{\varepsilon \gamma}{1 - \gamma} \sin \omega t, \end{aligned} \quad (6)$$

де $\gamma = \frac{\omega_0}{\omega}$.

Підставляючи ці вирази в систему (4), отримуємо для рухомих координат такі рівняння:

$$\begin{aligned}\xi &= \varepsilon \omega \int_0^t \cos[\varphi(t) - \varphi(\rho)] \sin \omega(t - \rho) d\rho + \frac{\varepsilon}{1 - \gamma^2} (\cos \omega t \cos \varphi + \gamma \sin \omega t \sin \varphi), \\ \eta &= -\varepsilon \omega \int_0^t \sin[\varphi(t) - \varphi(\rho)] \sin \omega(t - \rho) d\rho + \frac{\varepsilon}{1 - \gamma^2} (-\cos \omega t \sin \varphi) + \gamma \sin \omega t \cos \varphi.\end{aligned}\quad (7)$$

Введемо функціонали такого вигляду:

$$\begin{aligned}R_{SS}(\varphi) &= \omega \int_0^t \sin[\varphi(t) - \varphi(\rho)] \sin \omega(t - \rho) d\rho; \\ R_{CS}(\varphi) &= \omega \int_0^t \cos[\varphi(t) - \varphi(\rho)] \sin \omega(t - \rho) d\rho; \\ R_{SC}(\varphi) &= \omega \int_0^t \sin[\varphi(t) - \varphi(\rho)] \cos \omega(t - \rho) d\rho; \\ R_{CC}(\varphi) &= \omega \int_0^t \cos[\varphi(t) - \varphi(\rho)] \cos \omega(t - \rho) d\rho.\end{aligned}\quad (8)$$

Неважко показати, що ці функціонали пов'язані наступними диференційними співвідношеннями:

$$\begin{aligned}\dot{R}_{SS}(\varphi) &= \dot{\varphi} R_{CS}(\varphi) + \omega R_{CS}(\varphi); \\ \dot{R}_{CS}(\varphi) &= -\dot{\varphi} R_{SS}(\varphi) + \omega R_{CC}(\varphi); \\ \dot{R}_{SC}(\varphi) &= \dot{\varphi} R_{CC}(\varphi) - \omega R_{SS}(\varphi); \\ \dot{R}_{CC}(\varphi) &= -\dot{\varphi} R_{SC}(\varphi) - \omega R_{CS}(\varphi).\end{aligned}\quad (9)$$

Вирази для рухомих координат мають вигляд:

$$\begin{aligned}\frac{\xi}{\varepsilon} &= R_{CS}(\varphi) + \frac{1}{1 - \gamma^2} (\cos \omega t \cos \varphi + \gamma \sin \omega t \sin \varphi), \\ \frac{\eta}{\varepsilon} &= -R_{SS}(\varphi) - \frac{1}{1 - \gamma^2} (\cos \omega t \sin \varphi - \gamma \sin \omega t \cos \varphi).\end{aligned}\quad (10)$$

Введемо такі позначення:

$$\begin{aligned}x_1 &= -\frac{\eta}{\varepsilon}; \\ x_2 &= \frac{\xi}{\varepsilon}; \\ x_3 &= R_{SC}(\varphi) - \frac{1}{1 - \gamma^2} (\sin \omega t \sin \varphi + \gamma \cos \omega t \cos \varphi), \\ x_4 &= R_{CC}(\varphi) + \frac{1}{1 - \gamma^2} (-\sin \omega t \cos \varphi + \gamma \cos \omega t \sin \varphi).\end{aligned}\quad (11)$$

Отримаємо вирази для функціоналів:

$$\begin{aligned}R_{SS}(\varphi) &= x_1 + \frac{1}{1 - \gamma^2} (-\cos \omega t \sin \varphi + \gamma \sin \omega t \cos \varphi), \\ R_{CS}(\varphi) &= x_2 + \frac{1}{1 - \gamma^2} (-\cos \omega t \cos \varphi - \gamma \sin \omega t \sin \varphi), \\ R_{SC}(\varphi) &= x_3 + \frac{1}{1 - \gamma^2} (\sin \omega t \sin \varphi + \gamma \cos \omega t \cos \varphi), \\ R_{CC}(\varphi) &= x_4 + \frac{1}{1 - \gamma^2} (\sin \omega t \cos \varphi - \gamma \cos \omega t \sin \varphi).\end{aligned}\quad (12)$$

Підставивши ці вирази в диференційні співвідношення (9), одержимо:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= \dot{\varphi}x_2 + \omega x_3; \\
 \dot{x}_2 &= -\dot{\varphi}x_1 + \omega x_4; \\
 \dot{x}_3 &= \dot{\varphi}x_4 - \omega x_1; \\
 \dot{x}_4 &= -\dot{\varphi}x_3 - \omega x_2 + \omega.
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

Легко помітити, що отримані співвідношення з точністю до позначень співпадають із вихідними (9). Це можна пояснити тим, що тригонометричні члени у виразах для x_1 , x_2 , x_3 і x_4 також задовольняють співвідношення (9).

Отримані вирази (13) можна звести до більш зручного вигляду:

$$\begin{aligned}
 \dot{y}_1 &= (\dot{\varphi} - \omega)y_2 + \omega; \\
 \dot{y}_2 &= -(\dot{\varphi} - \omega)y_1; \\
 \dot{y}_3 &= (\dot{\varphi} - \omega)y_4 - \omega; \\
 \dot{y}_4 &= -(\dot{\varphi} + \omega)y_3,
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

де

$$\begin{aligned}
 y_1 &= x_1 + x_4; \\
 y_2 &= x_2 - x_3; \\
 y_3 &= x_1 - x_4.
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

Ці рівняння в точності еквівалентні першим двом рівнянням системи (14), яку в цих нових позначеннях можна представити так:

$$\begin{aligned}
 \dot{y}_1 &= (\dot{\varphi} - \omega)y_2 + \omega; \\
 \dot{y}_2 &= -(\dot{\varphi} - \omega)y_1; \\
 \dot{y}_3 &= (\dot{\varphi} + \omega)y_4 - \omega; \\
 \dot{y}_4 &= -(\dot{\varphi} + \omega)y_3; \\
 \ddot{\varphi} &= \lambda(\dot{\varphi}) - \frac{1}{2}\mu\omega^2(y_2 + y_3),
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

з такими початковими умовами: $\dot{\varphi}(0) = \omega_0 = \gamma\omega$; $y_1(0) = 0$; $y_2(0) = \frac{1}{1-\gamma}$; $y_3(0) = 0$; $y_4(0) = \frac{1}{1+\gamma}$.

Причому рухомі координати центра мас маховика в цьому випадку матимуть вигляд:

$$\begin{aligned}
 \frac{\xi}{\varepsilon} &= \frac{1}{2}(y_2 + y_4); \\
 \frac{\eta}{\varepsilon} &= -\frac{1}{2}(y_1 + y_3).
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

Для аналізу співвідношень (14) введемо нові аргументи:

$$W_1 = \varphi(t) - \omega t; \quad W_2 = \varphi(t) + \omega t.
 \tag{18}$$

Тоді (14) після нескладних перетворень будуть такими:

$$\begin{aligned}
 \frac{dy_1}{dW_1} &= y_2 + \frac{\omega}{W_1}; \\
 \frac{dy_2}{dW_1} &= -y_1; \\
 \frac{dy_3}{dW_2} &= y_4 - \frac{\omega}{W_2}; \\
 \frac{dy_4}{dW_2} &= -y_3.
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

Із цих виразів можна легко отримати чотири окремих рівняння:

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2 y_1}{dW_1^2} + y_1 &= -\frac{\omega \ddot{W}_1}{\dot{W}_1^3}; \\
 \frac{d^2 y_2}{dW_1^2} + y_2 &= -\frac{\omega}{\dot{W}_1}; \\
 \frac{d^2 y_3}{dW_2^2} + y_3 &= \frac{\omega \ddot{W}_1}{\dot{W}_2^3}; \\
 \frac{d^2 y_4}{dW_2^2} + y_4 &= \frac{\omega}{\dot{W}_2}.
 \end{aligned}
 \tag{20}$$

Якщо розглядати поведінку правих частин першого і третього рівнянь (20) для випадку розгону від $\dot{\varphi} = 0$, то можна побачити, що в районі резонансу праві частини цих рівнянь зростають до безкінечності, в той час, як праві частини другого і четвертого рівнянь монотонно спадають.

Природно закрадається сумнів: чи не занадто малі y_3 і y_4 в порівнянні з y_1 і y_2 .

При аналізі поведінки нових аргументів W_1 і W_2 теж можна побачити, що W_2 в районі резонансу має великий градієнт ($\dot{W}_2 = \dot{\varphi} + \omega$), який в момент резонансу ($\dot{\varphi} = \omega$) дорівнює 2ω . Тоді неважко помітити, що в цей момент

$$\frac{d^2}{dW_2^2} \cong \frac{1}{4\omega^2} \frac{d^2}{dt^2}.
 \tag{21}$$

Звідси випливає, що для розгінних випробувань маховиків, коли $\omega > 10 c^{-1}$, похідними в останніх двох рівняннях (20) можна знехтувати. В результаті отримаємо такі орієнтовні вирази для y_3 і y_4 :

$$\begin{aligned}
 y_3 &\approx \frac{\omega \ddot{W}_2}{\dot{W}_2^3} = \frac{\omega \ddot{\varphi}}{(\dot{\varphi} + \omega)^3}; \\
 y_4 &\approx \frac{\omega}{\dot{W}_2} = \frac{\omega}{\dot{\varphi} + \omega}.
 \end{aligned}
 \tag{22}$$

Більш детальні дослідження показують, що функції y_3 і y_4 мають коливальний характер із частотою $\dot{\varphi} + \omega$.

Оцінюючи по максимуму праву частину останніх двох рівнянь (20), і, інтегруючи їх, нескладно отримати більш тонші оцінки:

$$\begin{aligned}
 |y_3|_{\max} &\leq 2 \frac{\lambda}{\omega^2}; \\
 |y_4|_{\max} &\leq 1 + \frac{\gamma}{1 + \gamma} < \frac{3}{2}
 \end{aligned}
 \tag{23}$$

Значення y_1 і y_2 в резонансній зоні при розгінних випробуваннях маховиків на стенді набагато перевищують ці величини.

Але основною метою досліджень є інтегрування системи (16), де перша пара рівнянь пов'язана з другою парою через останнє рівняння. Причому цей зв'язок здійснюється через параметр зворотного зв'язку μ . Такі міркування дозволяють розбити систему (16) на дві: основну, з якої визначаються y_1 ; y_2 ; $\dot{\varphi}$:

$$\begin{aligned}
 \dot{y}_1 &= (\dot{\varphi} - \omega)y_2 + \omega; \\
 \dot{y}_2 &= -(\dot{\varphi} - \omega)y_1; \\
 \dot{\varphi} &= \lambda(\dot{\varphi}) - \frac{1}{2\mu\omega^2 y_1}
 \end{aligned}
 \tag{24}$$

і допоміжну:

$$\begin{aligned}
 \dot{y}_3 &= (\dot{\varphi} + \omega)y_4 - \omega; \\
 \dot{y}_4 &= -(\dot{\varphi} + \omega)y_3,
 \end{aligned}
 \tag{25}$$

яка дає можливість уточнити значення координат (17) при отриманому з (24) законі зміни кутової швидкості $\dot{\varphi}(t)$.

Неважко помітити, що таке розбивання еквівалентне міркуванню про відсутність в кутовому прискоренні системи пульсуючої складової з частотою $\dot{\phi} + \omega$. Отримана при цьому похибка кутового прискорення не перевищує $100\lambda\sqrt{\lambda}/\omega^3$ %, що для нашого випадку буде становити доли проценту. Таким чином, задачу про інтегрування системи 5-го порядку (16) можна з великою точністю звести до інтегрування двох систем: одна із яких складається із трьох рівнянь першого порядку (24) і дає основну "гладку" складову руху $y_1; y_2; \dot{\phi}$, а друга (25) – описує пульсуючу з частотою $\dot{\phi} + \omega$ складову руху з малою амплітудою, що накладається на основний рух. Рухомі координати центра мас маховика в цьому випадку зберігаються (17).

Все вище сказане приводить до висновку, що процес, в основному, описується системою (24), оскільки для реального випадку мають місце такі нерівності:

$$|y_1| \gg |y_3|; \quad |y_2| \gg |y_4|. \tag{26}$$

Тоді, нехтуючи пульсуючими добавками y_3 і y_4 в порівнянні з y_1 і y_2 , маємо таку систему рівнянь:

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= (\dot{\phi} - \omega)\eta; \\ \dot{\eta} &= -(\dot{\phi} - \omega) - \frac{\varepsilon\omega}{2}; \\ \ddot{\phi} &= \lambda(\dot{\phi}) + \frac{\mu\omega^2\eta}{\varepsilon}. \end{aligned} \tag{27}$$

Вона дає можливість досліджувати процес без врахування високочастотних пульсацій, які не відіграючи великої ролі, суттєво затрудняють розв'язок поставленої задачі.

Початкові умови для отриманої системи набувають такого вигляду:

$$\dot{\phi}(0) = \gamma\omega; \quad \xi(0) = \frac{\varepsilon}{2(1-\gamma)}; \quad \eta(0) = 0. \tag{28}$$

В отриманій системі буде зручно перейти до безрозмірних переміщень у часі:

$$\tau = \gamma + \frac{\lambda(\omega)}{\omega}t. \tag{29}$$

Такий час зручний тим, що при $\mu = 0$ і $\lambda = \text{const}$ в момент $\tau = 1$ кутова швидкість досягає резонансного значення $\dot{\phi} = \omega$.

Отримаємо:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{\xi}}{d\tau} &= (\psi - 1)\bar{\eta} \frac{1}{\Delta}; \\ \frac{d\bar{\eta}}{d\tau} &= -\left[(\psi - 1) + \frac{1}{2} \right] \times \frac{1}{\Delta}; \\ \frac{d\psi}{d\tau} &= \bar{\lambda}(\psi) + \frac{\mu}{\Delta}\bar{\eta}, \end{aligned} \tag{29a}$$

де

$$\bar{\xi} = \frac{\xi}{\varepsilon}; \quad \bar{\eta} = \frac{\eta}{\varepsilon}; \quad \psi = \frac{\dot{\phi}}{\omega}; \quad \bar{\lambda}(\psi) = \frac{\lambda(\dot{\phi})}{\lambda(\omega)}; \quad \Delta = \frac{\lambda(\omega)}{\omega^2}. \tag{29б}$$

Параметр Δ на ряду з параметром зворотного зв'язку є основним параметром системи. Він із однієї сторони буде визначати скрутний момент на резонансній частоті $\dot{\phi} = \omega$, а з іншої – описує пружні властивості системи. Можна параметр Δ представити у вигляді $\Delta = f/r$, де r – радіус інерції маховика, а f – статичний прогин вала під дією сили, момент якої на плечі r дорівнює скрутному моменту двигуна на резонансі. У записі (29а) система визначає деяке із двох параметричне сімейство розв'язків. Для того щоб звести систему до одного параметра введемо такі змінні:

$$\sigma_1 = \bar{\xi} \times \sqrt{\Delta}; \quad \sigma_2 = \bar{\eta} \times \sqrt{\Delta}; \quad \sigma_3 = \frac{\psi - 1}{\sqrt{2\Delta}}, \tag{30}$$

перейдемо до нового часу:

$$\nu = \frac{\tau - 1}{\sqrt{2\Delta}} \quad (31)$$

Система (29а) в цьому випадку матиме вигляд:

$$\frac{d\sigma_1}{d\nu} = 2\sigma_2\sigma_3; \quad \frac{d\sigma_2}{d\nu} = -2\sigma_1\sigma_3 - \frac{1}{2}; \quad \frac{d\sigma_3}{d\nu} = \lambda_*(\sigma_3) + \chi_1\sigma_2, \quad (32a)$$

де вводиться: $\lambda_*(\sigma_3) = \bar{\lambda}(\psi)$

Таке перетворення буде зручне тим, що в момент співпадання вимушеної та власної частот, тобто при $\dot{\varphi} = \omega$ будемо мати: $\sigma_3 = 0$, а $\lambda_*(\sigma_3) = 1$. Таким чином, характеристика привідного двигуна $\lambda_*(\sigma_3)$ нормована. Для постійної характеристики двигуна система (32а) набуває такого вигляду:

$$\frac{d\sigma_1}{d\nu} = 2\sigma_2\sigma_3; \quad \frac{d\sigma_2}{d\nu} = -2\sigma_1\sigma_3 - \frac{1}{\sqrt{2}}; \quad \frac{d\sigma_3}{d\nu} = 1 + \chi_1\sigma_2, \quad (32b)$$

де введений новий параметр зворотного зв'язку, який виражається таким чином:

$$\chi_1 = \frac{\mu}{\Delta\sqrt{\Delta}} \quad (33)$$

Початкові умови при $\nu = \nu_0 = \frac{\gamma - 1}{\sqrt{2\Delta}}$ мають такий вигляд:

$$\sigma_1(\nu_0) = \frac{\sqrt{\Delta}}{2(1-\gamma)}; \quad \sigma_2(\nu_0) = 0; \quad \sigma_3(\nu_0) = \nu_0.$$

Висновки

Проведений аналіз підтверджує думку, що сказана в роботі [1] про те, що нелінійність в систему вноситься зворотнім зв'язком, тобто зв'язком обертального і коливального рухів. Нехтування зворотнім зв'язком можливе в таких випадках:

а) коли потужність двигуна значно перевищує потужність, що споживається ротором в коливальному русі, тобто при $|\lambda(\dot{\varphi})| \geq \mu(R)$;

б) коли величина дебаланса дуже мала ($\varepsilon \ll r$), в цьому випадку збуджуючі сили дуже малі, і, як наслідок, коливальний режим надто слабкий, щоб створювати вплив на кутову швидкість системи;

в) коли інерція ротора двигуна значно перевищує інерцію ротора, що досліджується ($I_2 \gg I_1$), в цьому випадку інерційність двигуна настільки велика, що коливальний режим вала з ротором не в змозі суттєво впливати на обертання всієї системи.

Новий параметр χ_1 є справжнім параметром нелінійності системи і дозволяє оцінити нелінійність кількісно.

З формули (33) добре видно, що з ростом потужності двигуна нелінійність зменшується, оскільки, параметр Δ (29б) зростає.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Можаровський М.М.* Нелінійні властивості динаміки швидкохідних роторних систем та особливості розгінних випробувань роторів // Сучасні технології в аерокосмічному комплексі: Матеріали IV міжнар. наук.-практ. конф., 7-9 верес., 1999 р. – ЖІТІ: Житомир. – 1999. – С. 96-100.

МОЖАРОВСЬКИЙ Микола Мар'янович – старший викладач кафедри технічного сервісу та інженерної екології Державної агроекологічної академії України, м. Житомир.

Наукові інтереси:

- нові методи технологічного забезпечення оптимальних величин параметрів поверхневого шару деталей машин;
- прогресивні технології створення нових конструкційних матеріалів;
- енергозберігаючі технології транспортних засобів.

Телефон домашній: (0412)33-80-77