

ПОХИБКИ КВАНТУВАННЯ ТА ДИСКРЕТИЗАЦІЇ ПРИ ГЕОМЕТРИЧНИХ ВИМІРЮВАННЯХ НА ЦИФРОВИХ ВІДЕОЗОБРАЖЕННЯХ

Розглянуто похибки квантування та дискретизації, які виникають при перетворенні відеозображень в цифрову форму і мають вплив на результати геометричних вимірювань на цих зображеннях.

1. Загальні відомості

При комп'ютерній обробці експериментальних даних (відеозображень) досить часто потрібно виконувати таку операцію, як визначення геометричних розмірів елементів цифрового зображення. Результати визначення геометричних розмірів містять певні похибки. Складовими цих похибок є похибка дискретизації та похибка квантування [7]. Вони виникають в процесі перетворення початкового зображення в цифрову форму в цифровому фотоапараті або пристрої введення відеозображень від відеокамери в комп'ютер.

При розрахунку похибок геометричних вимірювань необхідно визначити ймовірнісні характеристики всіх складових частин похибок, в тому числі і похибок квантування та дискретизації.

Результати цього розрахунку можуть бути використані для оцінки точності отриманих результатів обробки експериментальних даних і визначення вимог до апаратних і програмних засобів комп'ютерної автоматизованої обробки експериментальних даних (відеозображень).

2. Квантування за рівнем сигналу яскравості

Визначимо ймовірнісні характеристики шуму квантування при введенні в комп'ютер і оцифровці сигналу яскравості, який надходить з відеокамери або відеомагнітофону.

В загальному випадку з відеокамери формату VHS надходить композитний відеосигнал, що містить сигнал яскравості, кольорорізницеві сигнали і синхроімпульси. Якщо розглядати зображення, що містить тільки градації сірого кольору, то кольорорізницеві сигнали дорівнюють нулю. Для відеокамери формату S-video (SVHS) сигнали яскравості і кольору – це окремі сигнали. Якщо розглядати відеосигнал в межах одного кадру або одного рядка, то синхроімпульси можна не враховувати. Таким чином, в подальшому можна казати про квантування тільки сигналу яскравості.

Сума корисного сигналу яскравості і шуму на вході аналого-цифрового перетворювача (АЦП) – це деякий випадковий процес.

Відомо [4], що випадковий процес, стаціонарний в широкому розумінні, повинен мати постійні математичне сподівання та дисперсію, а його кореляційна функція повинна залежати тільки від інтервалу часу між першим і другим аргументами.

В загальному випадку сигнал на вході АЦП неможливо вважати стаціонарним випадковим процесом за рахунок зміни рівня сигналу яскравості в межах одного зображення або послідовності зображень.

Нестационарність суми сигналів яскравості та шуму можна показати на прикладі зображення процесу пластичної деформації [6]. В частині рядка, що відноситься до фону, математичне сподівання яскравості $M[Y(x)] = Y_\phi$, в частині рядка, що відноситься до об'єкта, $M[Y(x)] = Y_{об}$, де Y_ϕ і $Y_{об}$ – середні значення яскравості фону та об'єкта.

Можна перетворити нестационарний випадковий процес в стаціонарний, якщо відняти від поточних значень випадкового процесу його математичне сподівання і перейти до центрованого випадкового процесу. В даному випадку математичне сподівання – це корисний сигнал яскравості. Віднімаючи корисний сигнал яскравості, отримуємо тільки шум, який присутній в аналоговому сигналі яскравості на вході АЦП. На основі результатів, отриманих в [7], можна вважати, що цей шум – стаціонарний нормальний випадковий процес.

В подальшому будемо вважати, що вхідний сигнал АЦП $u(t)$ – це шум аналогового сигналу яскравості, який отримано в результаті віднімання від загального сигналу корисного сигналу яскравості (математичного сподівання), тобто в результаті приведення випадкового процесу на вході АЦП до стаціонарного випадкового процесу.

В [1] закон розподілу шуму квантування знаходиться, використовуючи характеристичну функцію випадкової величини Δ , яка дорівнює похибці аналого-цифрового перетворення для поточного значення вхідної величини: $\Delta = u_q(t) - u(t)$.

Послідовність значень похибки квантування утворює шум квантування.

Характеристична функція похибки аналого-цифрового перетворення [1]:

$$P_{\Delta}(\omega) = \int_{\Delta} p(\Delta) \cdot e^{j\omega \Delta} d\Delta = \sum_k P_u\left(\frac{2\pi k}{\delta_{кв}}\right) \cdot \frac{\sin\left[0,5\delta_{кв} \cdot (\omega + 2\pi k / \delta_{кв})\right]}{0,5\delta_{кв} \cdot (\omega + 2\pi k / \delta_{кв})}, \quad (1)$$

де $P_u(\cdot)$ – характеристична функція вхідного сигналу АЦП при значенні аргумента, що дорівнює $\frac{2\pi k}{\delta_{кв}}$;

k – номер інтервалу квантування, $k = 0, \dots, 2^n - 1$;

n – кількість двійкових розрядів АЦП;

$\delta_{кв}$ – шаг квантування в АЦП.

Характеристична функція випадкової величини, яка рівномірно розподілена на інтервалі $\pm 0,5\delta_{кв}$, дорівнює:

$$P(\omega) = \frac{\sin(0,5 \cdot \delta_{кв} \cdot \omega)}{0,5 \cdot \delta_{кв} \cdot \omega}. \quad (2)$$

Порівнюючи формули (1) і (2), можна зробити висновок про те, що похибка квантування розподілена рівномірно, якщо [1]:

$$P_u\left(\frac{2\pi k}{\delta_{кв}}\right) = \begin{cases} 1, & k = 0, \\ 0, & k \neq 0. \end{cases}$$

Ця умова виконується, якщо середньоквадратичне значення вхідного сигналу $\sigma_u^2 \gg \delta_{кв}^2$.

У випадку квантування сигналу яскравості маємо нормальний розподіл вхідного сигналу (шуму на вході АЦП). Його характеристична функція:

$$P_u(\omega) = \exp\left\{-\frac{\sigma_u^2 \cdot \omega^2}{2}\right\}.$$

Визначимо $P_u\left(\frac{2\pi k}{\delta_{кв}}\right)$ для різних значень відношення сигнал/шум на вході АЦП, використовуючи

результати, отримані в [7]. Відношення сигнал/шум на вході АЦП $\Psi_{c/u} = 40 \dots 55$ дБ, що є типовими значеннями для сигналу яскравості. Кількість розрядів АЦП $n = 8$, що є типовим значенням для цифрових зображень.

$$\begin{aligned} P_u\left(\frac{2\pi k}{\delta_{кв}}\right) \Big|_{k=0} &= 1; \\ P_u\left(\frac{2\pi k}{\delta_{кв}}\right) \Big|_{k=1, \Psi_{c/u} = 40 \text{ дБ}} &\approx 0; \\ P_u\left(\frac{2\pi k}{\delta_{кв}}\right) \Big|_{k=1, \Psi_{c/u} = 50 \text{ дБ}} &\approx 0,01; \\ P_u\left(\frac{2\pi k}{\delta_{кв}}\right) \Big|_{k=1, \Psi_{c/u} = 55 \text{ дБ}} &\approx 0,14. \end{aligned}$$

Таким чином, розподіл похибки квантування наближається до рівномірного, так як

$$P_u\left(\frac{2\pi k}{\delta_{кв}}\right) \approx 0 \text{ при } k \neq 0.$$

Послідовність похибок квантування $\Delta_{кв}$ утворює шум квантування з розподілом, що наближається до рівномірного, і такими чисельними характеристиками:

– максимальне значення $\Delta_{кв \text{ max}} = \delta_{кв}/2$;

– середнє значення $M[\Delta_{кв}] = 0$;

– дисперсія $\sigma^2[\Delta_{кв}] = \delta_{кв}^2/12$.

Визначимо кореляційну функцію шуму квантування.

Для того, щоб дискретні значення шуму квантування були некорельовані, необхідно, щоб інтервал кореляції шуму квантування був менший за інтервал дискретизації в АЦП: $\tau_{оq} < \delta_{кв}$.

Будемо вважати, що енергетичний спектр $W_u(\omega)$ шуму, наявного в аналоговому відеосигналі, приблизно рівномірний в діапазоні частот 0–5 МГц.

Таке припущення можливе, так як цей шум утворюється в результаті проходження теплового та дробового шумів через електронні схеми з обмеженою смугою частот [3, 4, 5].

Якщо такий вхідний сигнал надходить на вхід АЦП, то інтервал кореляції шуму квантування дорівнює [4]:

$$\tau_{oq} = \frac{W_q(0)}{4K_q(0)} = \frac{3\delta_{кв}}{\pi^2 \cdot \Delta_\omega \cdot \sigma_u} \cdot \sqrt{\frac{3}{2\pi}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}, \quad (3)$$

або

$$\tau_{oq} \approx \frac{1}{12} \cdot \frac{\delta_{кв}}{\sigma_u} \cdot \frac{\pi}{\Delta_\omega}, \quad (4)$$

де $W_q(0) = W_q(\omega)|_{\omega=0}$ – спектральна щільність потужності (енергетичний спектр) шуму квантування;

$K_q(0) = K_q(\tau)|_{\tau=0}$ – кореляційна функція шуму квантування;

$\Delta_\omega = 2\pi f_e$ – ширина смуги частот вхідного сигналу.

В даному випадку для $f_e = 5$ МГц та $\Psi_{c/u} = 40 \dots 55$ дБ маємо: $\tau_{oq} = (1,1 \dots 6,1) \cdot 10^{-9}$ с.

Інтервал дискретизації $\delta_d = (7,22 \dots 6,50) \cdot 10^{-8}$ с [7].

Таким чином, $\tau_{oq} < \delta_d$ та дискретні відліки шуму квантування некорельовані.

Визначимо взаємну кореляційну функцію шуму квантування і вхідного сигналу.

Для вхідного сигналу з нормальним законом розподілу взаємна кореляційна функція шуму квантування і сигналу [4]:

$$K_{qu}(\tau) \approx 2K_u(\tau) \cdot \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \exp\left\{-\frac{2\pi^2 n^2}{\delta_{кв}^2} \cdot \sigma_u^2\right\}, \quad (5)$$

де $K_u(\tau)$ – кореляційна функція вхідного сигналу.

Для відношення сигнал/шум на вході АЦП 40–45 дБ $\delta_{кв} < \sigma_u$ і, відповідно до [4], шум квантування і вхідний сигнал можна вважати некорельованими, так як $K_{qu}(\tau) \approx 10^{-8}$.

Для відношення сигнал/шум на вході АЦП 50–55 дБ $0,5\delta_{кв} \leq \sigma_u < \delta_{кв}$ і можна використовувати формулу [2]:

$$K_{qu}(\tau) \approx 2K_u(\tau) \cdot \exp\left\{-\frac{2\pi\sigma_u^2}{\delta_{кв}^2}\right\}. \quad (6)$$

В результаті отримуємо:

– при $\Psi_{c/u} = 50$ дБ $K_{qu}(\tau) = K_u(\tau) \cdot 10^{-5}$;

– при $\Psi_{c/u} = 55$ дБ $K_{qu}(\tau) = K_u(\tau) \cdot 0,02$.

Таким чином, шум квантування і вхідний сигнал яксравості можна вважати практично некорельованими.

3. Похибки дискретизації при визначенні координат точок контуру

Координатою точки контуру об'єкта вважається значення горизонтальної координати x_k , для якої яксравість дорівнює пороговому значенню ($Y(x_k) = Y_n$). Однак на цифровому зображенні координата може приймати тільки дискретні значення з кроком дискретизації δ_d , який дорівнює відстані між сусідніми точками. В результаті виникає похибка дискретизації Δ_d при визначенні координат точок контуру об'єкта.

Похибку дискретизації можна представити деякою випадковою величиною, яка характеризується певним законом розподілу, включаючи числові характеристики (математичне сподівання, дисперсія, діапазон можливих значень). Ці характеристики використовуються при розрахунку загальної похибки визначення координат точок на цифровому зображенні [7].

Похибку дискретизації можна розглядати як величину, подібну до похибки квантування. Для похибки квантування вхідна величина, яка перетворюється в цифровий код, – це сигнал яксравості; рівні квантування – дискретні значення яксравості з певним кроком квантування. Для похибки дискретизації вхідна величина – це безперервне (точне) значення координати точки x_k , для якої $Y(x_k) = Y_n$; дискретні значення координати – це координати дискретних точок цифрового зображення. Тому всі формули та співвідношення, наведені вище для похибки квантування (шуму квантування), можна поширити на похибку дискретизації. При цьому необхідно замінити вхідну величину (яксравість $Y(x)$) на горизонтальну координату x , а крок квантування $\delta_{кв}$ – на крок дискретизації δ_d .

На основі цього підходу визначається ймовірності характеристики похибки дискретизації для зображень (рис. 1), що відносяться до задачі дослідження пластичної деформації твердих тіл [6].

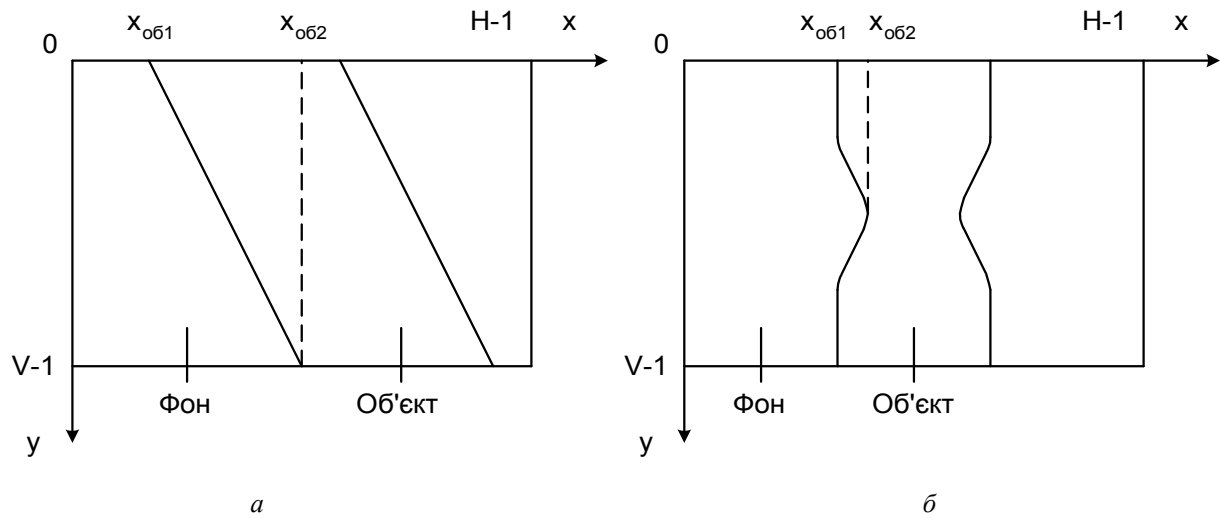


Рис. 1. Зображення, що обробляються при дослідженні пластичної деформації твердих тіл: а – тестове зображення; б – зображення зразка матеріалу в ході деформації

Будемо вважати, що довільно вибирається деяка точка, яка належить контуру об'єкта. Координатою цієї точки є випадкова величина з певним законом розподілу в певному діапазоні значень. Закон розподілу і діапазон можливих значень координати визначається для конкретного зображення або типу зображень (рис. 1). В даному випадку можливий діапазон значень горизонтальної координати точок контуру ($x_{об1}, x_{об2}$).

Дискретні точки контуру утворюються при перетині контуру горизонтальними лініями, що відповідають рядкам зображення. Так як вертикальна координата точок контуру змінюється від 0 до $V-1$ і приймає кожне дискретне значення один раз, а кількість цих значень досить велика ($V = 600-800$ дискретних точок), то можна вважати, що вертикальна координата точок контуру має рівномірний розподіл в інтервалі $(0, V-1)$.

Контур без урахування похибок на рис. 1, а – це пряма лінія, що розташована під деяким кутом до вертикалі:

$$x = ay + x_{об1}.$$

Таким чином, горизонтальною координатою x деякої випадкової точки контуру є лінійна функція вертикальної координати y . На основі результатів, отриманих в [7], маємо рівномірний розподіл горизонтальної координати випадкової точки контуру в діапазоні $(x_{об1}, x_{об2})$. Віднімаючи від значень горизонтальної координати середнє значення $\bar{x} = \frac{x_{об1} + x_{об2}}{2}$, отримуємо середньоквадратичне значення горизонтальної координати:

$$\sigma_{x_{об}} = (x_{об2} - x_{об1}) / 2\sqrt{3}.$$

Похибка дискретизації має рівномірний розподіл в діапазоні $\pm\delta_0/2$ при будь-якому законі розподілу вхідної величини x , якщо $\sigma_{x_{об}}^2 \gg \delta_0^2$ [1, 2, 4]. Тоді середнє значення похибки дискретизації $\Delta_0 = 0$, а дисперсія $\overline{\Delta_0^2} = \delta_0^2 / 12$.

На основі цього можна сформулювати такі вимоги до тестового цифрового зображення: $\sigma_{x_{об}}^2 = \gamma \cdot \delta_0^2$, де $\gamma = 10$, $\delta_0 = 1$ дискретна точка. В результаті маємо для зображення на рис. 1, а:

$$\sigma_{x_{об}} \geq \sqrt{10} \approx 4 \text{ дискретні точки}; \tag{7}$$

$$x_{об2} - x_{об1} \geq 2\sqrt{3} \cdot \sigma_{x_{об}} = 2\sqrt{30} \approx 11 \text{ дискретних точок}.$$

Для зображення процесу пластичної деформації на рис. 1, б можна використовувати математичні моделі контуру об'єкта, наведені в [8]. Так, наприклад, для зображень, отриманих при дослідженні деформації сталевих зразків, $x_{об2} - x_{об1} = 1,7$ мм, $\sigma_{x_{об}} = 0,57$ мм.

В результаті маємо такі вимоги до цифрового зображення:

$$\sigma_{x_{об}} \geq 4 \text{ дискретні точки}; \tag{8}$$

$$x_{об2} - x_{об1} \geq 10 \text{ дискретних точок}.$$

Послідовність похибок дискретизації для точок контуру створює деяку випадкову функцію. Ймовірнісні характеристики, визначені для похибки дискретизації як випадкової величини, не залежать від вертикальної координати y . Тому випадкова функція, що утворена послідовністю похибок дискретизації буде мати такі ж ймовірні характеристики. Крім того, ця випадкова функція має деяку кореляційну функцію.

Якщо розглядати точки контуру в послідовності розташування на зображенні та відповідну їм послідовність похибок визначення координат, то отримуємо кореляційну функцію, яка характеризує детерміновану послідовність координат цього контуру. В даному випадку ця детермінована послідовність не суттєва, так як нас цікавить похибка вимірювання конкретної координати, а ймовірнісні характеристики похибки (математичне сподівання і дисперсія) отримані шляхом підсумовування великої кількості похибок окремих вимірювань, незалежно від їх порядку надходження і від взаємного розташування точок, в яких виконується вимірювання.

В результаті можна вважати, що еквівалентний адитивний шум, яким замінюється похибка дискретизації, є випадковим процесом типу "білого" шуму.

4. Висновки

1. Розглянуто процес квантування за рівнем сигналу яскравості, що містить шум, який є стаціонарним нормальним випадковим процесом. Відношення сигнал/шум на вході АЦП складає 40–55 дБ, що є типовими значеннями для сигналу яскравості. Кількість розрядів АЦП дорівнює 8, що є типовим значенням для цифрових зображень.

2. В процесі квантування за рівнем виникає шум квантування. Він має такі характеристики:

2.1. Розподіл значень наближається до рівномірного.

2.2. Діапазон значень дорівнює $\pm\delta_{кв}/2$, математичне сподівання 0, дисперсія $\delta_{кв}^2/12$.

2.3. Інтервал кореляції шуму квантування визначається за формулами (3) і (4). Шум квантування є дискретним "білим" шумом, так як його інтервал кореляції менший, ніж період дискретизації в АЦП.

2.4. Взаємна кореляційна функція шуму квантування та сигналу яскравості визначається за формулами (5) і (6). Шум квантування і сигнал яскравості практично некорельовані.

3. Розглянуто похибки дискретизації при визначенні координат точок контуру на основі їх подібності до похибок квантування за рівнем. Визначено, що похибка дискретизації розподілена рівномірно в діапазоні $\pm\delta_0/2$, якщо горизонтальні координати точок контуру для тестового зображення задовольняють умовам (7), для зображення процесу пластичної деформації – умовам (8).

4. Встановлено, що похибка дискретизації може бути замінена еквівалентним випадковим процесом типу "білого" шуму. Цей шум додається до сигналу яскравості, якщо використовується лінійна апроксимація перепаду яскравості для контуру об'єкта.

5. Отримані результати використовуються для розрахунку похибок геометричних вимірювань на цифрових відеозображеннях, а також для визначення вимог до апаратних і програмних засобів обробки експериментальних даних [7, 8].

ЛІТЕРАТУРА:

1. Баранов Л.А. Квантование по уровню и временная дискретизация в цифровых системах управления. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 304 с.
2. Верешкин А.Е., Катковник В.Я. Линейный цифровые фильтры и методы их реализации (Анализ ошибок квантования по уровню). – М.: Советское радио, 1973. – 152 с.
3. Жалуд В., Кулешов В.М. Шумы в полупроводниковых устройствах / Под общей ред. А.К. Нарышкина. – М.: Советское радио, 1977. – 416 с.
4. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Книга первая. – М.: Советское радио, 1969. – 752 с.
5. Отт Г. Методы подавления шумов и помех в электронных схемах: Пер. с англ. – М.: Мир, 1979. – 320 с.
6. Грабар І.Г., Колодницька Р.В., Подчашинський Ю.О. Комп'ютеризована технологія дослідження кінетики пружно-пластичного деформування та руйнування твердих тіл // Вісник ЖІТІ. – 1998. – № 7. – С. 181–184.
7. Подчашинський Ю.О. Метод розрахунку похибок геометричних вимірювань на цифрових зображеннях // Вісник ЖІТІ. – 2000. – № 14. – С. 166–174.
8. Grabar I., Kolodnitska R., Podchashinsky Yu. Hardware-software complex for research of kinetics of elastic – plastic deformations and destructions of rigid bodies // Proceedings of the International Scientific Conference "Mechanics 2000". – Rzeszow (Poland). – 2000. – P. 103–108.

ПОДЧАШИНСЬКИЙ Юрій Олександрович — старший викладач кафедри автоматички та управління в технічних системах Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:

— цифрова обробка зображень.

Подано 03.10.2000

Подчашинський Ю.О. Похибки квантування і дискретизації при геометричних вимірюваннях на цифрових відеозображеннях

Подчашинский Ю.А. Погрешности квантования и дискретизации при геометрических измерениях на цифровых видеоизображениях

Podchashinsky Yu.A. The errors of quantization and sampling for geometrical measurements on digital videoimages

УДК 681.325

Погрешности квантования и дискретизации при геометрических измерениях на цифровых видеоизображениях / Ю.А. Подчашинский

Рассмотрены погрешности квантования и дискретизации, которые возникают при преобразовании видеоизображений в цифровую форму и имеют влияние на результаты геометрических измерений на этих изображениях.

УДК 681.325

The errors of quantization and sampling for geometrical measurements on digital videoimages / Yu.A. Podchashinsky

In this article the errors of quantization and sampling was represented. This errors generated in process of transformation of videoimages into digital form. The precision of result of geometrical measurements depended from errors of quantization and sampling.