

УДК 621.317.4

М.М. Колодницький, к.т.н., доц.

Д.М. Шостачук, аспір.

Житомирський інженерно-технологічний інститут

АВТОМАТИЗОВАНЕ ПРОЕКТУВАННЯ ФЕРОЗОНДІВ: ФОРМАЛІЗАЦІЯ ЗАДАЧІ, МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ

Дана формалізація задачі автоматизованого проектування ферозондових магнітометрів (ферозондів) із оптимізацією конструктивних та вихідних параметрів. Визначена математична модель з урахуванням вимог, що ставляться до ферозондів, які використовуються в системах орієнтації штучних супутників Землі.

Оскільки до ферозондових магнітометрів (ферозондів), які використовуються в системах орієнтації штучних супутників Землі, ставляться досить жорсткі вимоги до ваги, габаритних розмірів – з одного боку, та до вихідних даних (коефіцієнт перетворення, потужність споживання) – з іншого, то в цьому випадку виникає потреба в розв'язанні задачі проектування ферозондів з оптимізацією параметрів [1, 2, 3]. Запишемо математичні відношення для величин, що характеризують роботу ферозондів з подовжнім полем збудження, застосовуючи параметричний підхід. При цьому будемо використовувати такі величини:

s_{Σ} – сумарна площа поперечного перерізу осердя ферозонду для кільцевих магнітометрів

$$s_{\Sigma} = 2s;$$

W_2 – кількість витків вимірювальної обмотки;

W_1 – кількість витків обмотки збудження;

H_1 – поле збудження;

μ_d^* – диференційна магнітна проникливість осердя;

B_s, H_s – індукція та напруженість насичення;

m – проникливість форми осердя;

G_2 – коефіцієнт перетворення ферозонду за другою гармонікою;

D – діаметр осердя;

b – ширина осердя (пермалоевої стрічки);

h – товщина осердя, яка залежить від товщини стрічки та кількості витків;

P – потужність споживання ферозонду;

ρ – питомий опір обмотки збудження;

l – довжина проводу;

d_{11} – діаметр проводу обмотки збудження.

Запишемо величини, які визначають роботу ферозонду при вимірюванні слабких магнітних полів:

1. Електрорушійна сила шуму (e_{rs}) поблизу другої гармоніки вихідного сигналу

Спочатку наведемо вираз для e_{rs} небалансу [4]:

$$e_{rs} = -s_{\Sigma} w_2 \mu_0 \varepsilon \mu_d^* [H_1(t)] \frac{dH_1(t)}{dt} \cos \beta, \quad (1)$$

μ_0 – відносна магнітна проникливість;

ε – коефіцієнт небалансу;

β – кут між віссю поля збудження та віссю вимірювальної обмотки, для ферозондів з подовжнім способом збудження $\beta = 0$, $\cos \beta = 1$.

Оскільки корисний сигнал має частоту, вдвічі більшу за частоту поля збудження, то надалі будемо враховувати шум поблизу другої гармоніки корисної e_{rs} . Використовуючи методику, викладену в [5, 6], а також враховуючи, що $H_1 = H_m \cdot \sin \tau$, де $\tau = \omega t$, замість (1) запишемо вираз для e_{rs} шуму поблизу другої гармоніки:

$$e_{rs2} = -s_{\Sigma} w_2 \mu_0 \varepsilon \mu_d^* [H_m \sin \tau] \frac{d(H_m \sin(\tau))}{dt}, \quad (2)$$

де

$$\mu_{d2}^* [H_m \sin(\tau)] = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \mu_d^* \cos(2\tau) d\tau. \quad (3)$$

Апроксимуємо середню криву намагнічування $B(H)$ функцією арктангенсу [7]:

$$B(H) = \alpha \cdot \text{arctg}(\beta H), \quad (4)$$

де

$$\alpha = \frac{2}{\pi} B_s; \quad (5)$$

$$\beta = \frac{\pi}{2H_s}. \quad (6)$$

Оскільки

$$\mu_d^* = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{dB}{dH}, \quad (7)$$

то отримуємо:

$$\mu_{d2}^* [H_m \sin(\tau)] = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{\alpha\beta}{1 + \beta^2 H_m^2 \sin^2(\tau)}. \quad (8)$$

Тоді, враховуючи (3)–(8), вираз (2) матиме вигляд:

$$e_{f2} = -\frac{8}{\pi} s_{\Sigma} w_2 \varepsilon H_m \cos \tau B_s H_s \omega \cos 2\tau \int_0^{\pi} \frac{\cos 2\tau}{4H_s^2 + \pi^2 H_m^2 \sin^2(\tau)} \cdot d\tau. \quad (9)$$

2. Коефіцієнт перетворення ферозонду за другою гармонікою.

Вираз для коефіцієнта перетворення за другою гармонікою для кільцевого ферозонду має вигляд [4]:

$$G_2 = 4\omega s_{\Sigma} w_2 \mu_{d2}^*(H_m), \quad (10)$$

де значення другої гармоніки диференційної магнітної проникливості:

$$\mu_{d2}^*(H_m) = \frac{\mu_{dmax}}{1 + \frac{\mu_{dmax}}{m}} \cdot \frac{1}{A} \cdot \frac{A-1}{A+1}, \quad (11)$$

а її максимальне значення:

$$\mu_{dmax} = 1 + \frac{1}{\mu_0} \frac{B_s}{H_s} \approx \frac{B_s}{\mu_0 H_s}.$$

Таким чином, (11) матиме вигляд:

$$\mu_{d2}^*(H_m) = \frac{B_s m}{\mu_0 H_s m + B_s} \cdot \frac{A-1}{A+1} \cdot \frac{1}{A},$$

де

$$A = \sqrt{1 + \frac{1}{1 + \frac{\mu_{max}}{m}} \cdot \frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{H_m^2}{H_s^2}},$$

а коефіцієнт проникливості форми [8] такий:

$$m = \frac{9\pi D^2}{4s \left(\ln \frac{kD}{b+h} - 1 \right)}. \quad (12)$$

Відповідно (10) виглядає таким чином:

$$G_2 = 4\omega s_{\Sigma} w_2 \frac{B_s m}{\mu_0 H_s m + B_s} \cdot \frac{A-1}{A+1} \cdot \frac{1}{A}. \quad (13)$$

Для тороїдальних осердь з прямокутним перерізом осердя: $\vartheta = 1,3$; $k = 3,6$.

Тоді, підставляючи ці коефіцієнти в (12), отримуємо вираз для проникливості осердь, що мають прямокутний переріз:

$$m = \frac{1,3\pi D^2}{2s_{\Sigma} \left(\ln \frac{3,6D}{b+h} - 1 \right)}.$$

3. Потужність споживання ферозонда

$$P = z_1 I_{ef}^2, \tag{14}$$

де z_1 – повний опір поля збудження;

I_{ef} – ефективне значення струму [9]:

$$I_{ef} = \frac{H_m l}{\sqrt{2} w_1}, \tag{15}$$

де l – довжина осердя, $l = \pi D$.

Для ферозондів із замкненими осердями максимальне поле збудження H_m та напруженість насичення H_s пов'язані через співвідношення:

$$H_m = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{\mu_{dmax}}{\mu_{dmin} - 1}} H_s.$$

Сучасні сплави, що використовуються для виготовлення осердь з малим рівнем шуму, мають $\mu_{dmax} \leq 1,3$ [10].

Тоді, маючи на увазі досягнення найбільшої чутливості, маємо:

$$H_m = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{10\mu_{dmax}}{3}} H_s, \tag{16}$$

де $\mu_{dmax} = 1 + \alpha\beta \frac{1}{\mu_0}$; α, β обчислюються за формулами (5), (6).

Як правило, обмотки збудження та обмотки вимірювальні займають відповідно 60 % та 30 % довжини осердя. Таким чином, кількість витків обмотки збудження така:

$$w_1 = \frac{0,6 \cdot \pi D}{d_{l1}}.$$

Тоді формула (15) матиме вигляд:

$$I_{ef} = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{10\mu_{dmax}}{3}} \frac{H_s \pi D}{\sqrt{2} \frac{0,6\pi}{d_{l1}}} \approx 4,30 \frac{H_s d_{l1} \mu_{dmax}}{\pi}.$$

Повний опір котушки збудження $z_1 = \sqrt{r_1^2 + \bar{r}_l^2}$, де $\bar{x}_l = \bar{\omega} l$.

Запишемо вирази для миттєвих значень нормальної L та диференційної L_d проникливостей [11]:

$$\begin{aligned} L &= \frac{\psi}{i} = F\mu; \\ L_d &= \frac{d\psi}{di} = F \mu_d; \\ F &= \mu_0 s w_1^2, \end{aligned} \tag{17}$$

де ψ – потокозчеплення;

i – струм збудження.

Здійснимо розкладання функції (16) в ряд Фур'є:

$$\begin{aligned} L_d(t) &= F \left(\mu_{d0} + \sum_{n=1}^{\infty} \mu_{d2n}^* \cos 2\pi\tau \right); \\ \mu_{d0}^* &= \frac{\alpha\beta}{\pi\mu_0} \int_0^{\pi} \frac{1}{1 + \beta^2 H_m^2 \sin(\tau)^2} \cdot d\tau, \\ \mu_{d2n}^* &= \frac{2\alpha\beta}{\pi\mu_0} \int_0^{\pi} \frac{\cos 2\tau}{1 + \beta^2 H_m^2 \sin(\tau)^2} \cdot d\tau. \end{aligned} \tag{18}$$

Виразимо \bar{x}_l через амплітудні значення перших гармонік [6]:

$$\bar{x}_1 = \frac{\dot{U}_{m1}}{\omega \dot{I}_{m1}}$$

Напряга на зажимах обмотки ферозонду будь-якого типу:

$$u_1(t) = \frac{d\psi}{dt} = L_d [i(t)] \frac{di}{dt}$$

При синусоїдальній формі збудження осердя, використовуючи (17) маємо:

$$u_1(t) = \omega I_m F \left(\mu_{d0} \cos \tau + \frac{\mu_{d2}}{2} (\cos \tau + \cos 3\tau + \dots) \right),$$

звідки амплітуда першої гармоніки напруги така:

$$U_{m1} = \omega I_{m1} F \left(\mu_{d0} + \frac{\mu_{d2}}{2} \right).$$

Відповідно індуктивність котушки збудження:

$$\bar{L} = \mu_0 s w_1^2 \frac{\alpha\beta}{\pi \mu_0} \left(\int_0^\pi \frac{1}{1 + \beta^2 H_m^2 \sin^2(\tau)} \cdot d\tau + \int_0^\pi \frac{\cos(\tau)}{1 + \beta^2 H_m^2 \sin^2(\tau)} \cdot d\tau \right).$$

Тоді:

$$x_1 = 4\omega \mu_0 s w_1^2 \frac{\alpha\beta}{\pi \mu_0} \left(\int_0^\pi \frac{1}{1 + \beta^2 H_m^2 \sin^2(\tau)} \cdot d\tau + \int_0^\pi \frac{\cos(\tau)}{1 + \beta^2 H_m^2 \sin^2(\tau)} \cdot d\tau \right). \tag{19}$$

Активний опір обмотки збудження:

$$r_1 = \frac{\rho l_1}{s_1} = \frac{4\rho d_v w_1}{d_{l1}^2} = \frac{4\rho \sqrt{b^2 + h^2}}{d_{l1}^2},$$

де d – діаметр витка обмотки збудження.

Потрібно додати обмеження для частоти поля збудження [12]:

$$h \leq 2.4 \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}}. \tag{20}$$

Таким чином, повна система рівнянь складає:

$$\begin{cases} e_{f2} = -\frac{8}{\pi} s_\Sigma w_2 \varepsilon H_m \cos \tau B_s H_s \cos 2\tau \int_0^\pi \frac{\cos 2\tau}{4 H_s^2 + \pi^2 H_m^2 \sin^2 \tau} \cdot d\tau \rightarrow \min; \\ G_2 = 4\omega s_\Sigma w_2 \frac{B_s m}{\mu_0 H_s m + B_s} \cdot \frac{A-1}{A+1} \cdot \frac{1}{A} \geq \text{const}_1; \\ P = z_1 I_{ef}^2 \leq \text{const}_2. \end{cases}$$

Отже, при автоматизованому проектуванні ферозондів для вимірювання геомагнітного поля в космічному просторі з оптимізацією параметрів математичну модель визначають вирази для трьох змінних:

e_{f2} – функції шуму поблизу другої гармоніки (вираз (2)), яку необхідно мінімізувати – цільова функція;

G_2 – коефіцієнт перетворення ферозонду за другою гармонікою (вираз (13)), що підлягає певним обмеженням;

P – потужність споживання ферозонду (вираз (14)), яка також підлягає обмеженням.

Таким чином, постановка задачі оптимізації матиме вигляд:

$$\begin{cases} e(s_\Sigma, w_2, H_m, H_s, B_s, \omega) \rightarrow \min, \\ g(s_\Sigma, w_2, H_m, H_s, B_s, \omega, D, b, h) \geq \text{const}_1, \\ p(s_\Sigma, w_1, H_m, H_s, B_s, \omega, \rho, D, b, h, d_{l1}) \leq \text{const}_2. \end{cases}$$

При розрахунках ферозондів параметри H_s, B_s, ρ визначаються при виборі матеріалу осердя, $w_1, w_2, b, h, d_{l1}, D, H_m, \omega, e_{f2}, P, G_2$ та визначаються таким чином, щоб витримува-

лись умови, які виражені у математичній моделі, та обмеження, що обумовлені можливостями фізичної реалізації:

- величина H_m обчислюється за формулою (16);
- діаметр осердя $D_1 \leq D \leq D_2$;
- товщина осердя $h_1 \leq h \leq h_2$;
- ширина осердя $b_1 \leq b \leq b_2$;
- частота поля збудження ω вибирається з дотриманням умови (20);
- діаметр проводу обмотки збудження вибирається за умови $d_{1min} \leq d_{11} \leq d_{1max}$.

При знаходженні інтеграла (19) пропонується використовувати методику, яка викладена в [13].

ЛІТЕРАТУРА:

1. Афанасьев Ю.В., Гольдрейер И.Г., Долгинов Ш.Ш. Вопросы проектирования феррозондовых магнитометров // Сб. произв. техн. информации по геофиз. приборостроению / ОКБ МГ и ОН СССР. - Л., 1960. - Вып. 5. - С. 40-58.
2. Почтарев В.И. Земля - большой магнит. - Л.: Гидрометеоздат, 1974. - 160 с.
3. Шостачук Д.М. Феррозондові магнітовимірювальні прилади для орієнтації штучних супутників Землі // Вісник ЖІТІ. - 1998. - № 7 / Технічні науки. - С. 134-139.
4. Афанасьев Ю.В. Феррозондовые приборы. - Л.: Энергоатомиздат. Ленинградское отделение, 1986. - 188 с.
5. Пономарев Ю.Ф. Феррозонды с продольным возбуждением в малых переменных полях // Геофизическое приборостроение. - 1961. - Вып. 10. - С. 54-68.
6. Розенблат М.А. Магнитные элементы автоматики и вычислительной техники. - М.: Наука, 1975. - 768 с.
7. Шостачук Д.М. Апроксимація кривої намагнічування феррозонду // Вісник ЖІТІ. - 1998. - № 8 / Технічні науки. - С. 97-101.
8. Пономарев Ю.Ф. К учету размагничивающего фактора при расчете дискретных спектров индукции циклически перемещающихся ферромагнетиков // Дефектоскопия. - 1979. - № 10. - С. 10-22.
9. Афанасьев Ю.В. Феррозонды. - Л.: Энергия, 1969. - 166 с.
10. Афанасьев Ю.В. Расчет максимальной напряженности поля возбуждения феррозондов // Измерительная техника. - 1984. - № 6. - С. 52-54.
11. Афанасьев Ю.А. Расчет индуктивностей феррозондов // Измерительная техника. - 1979. - № 8. - С. 60-62.
12. Розенблат М.А. К расчету магнитомодуляционных датчиков напряженности магнитного поля // Электричество, 1957. - № 7. - С. 24-31.
13. MATHCAD 6.0 PLUS. Финансовые, инженерные и научные расчеты в среде WINDOWS 95. - Изд. 2-е. - М.: Информационно-издательский дом "Филин", 1997. - 712 с.

КОЛОДНИЦЬКИЙ Микола Михайлович – кандидат технічних наук, доцент кафедри програмного забезпечення обчислювальної техніки Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:

- інформаційні комп'ютерні технології;
- теорія математичного моделювання.

ШОСТАЧУК Дмитро Миколайович – аспірант Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:

- магнітом'які ферромагнітні матеріали;
- вимірювання магнітного поля космічного простору;
- магнітометричні системи;
- орієнтація штучних супутників.