УДК 629.783: 523.3

Д.Є. Ступак, ад'юнкт
Житомирський військовий інститут радіоелектроніки

РОЗРАХУНОК ФАЗОВОГО КУТА ШТУЧНОГО СУПУТНИКА ЗЕМЛІ ДЛЯ ОЦІНКИ ЙОГО ВИДИМОГО БЛИСКУ

(Представлено д.ф.-м.н., проф. Л.М. Білоусом)

Розглядається методика розрахунку фазового кута Сонце–ШСЗ–спостерігач. Наводяться аналітичні вирази для розрахунку фазового кута.

Ефективність проведення астрономічних спостережень штучних супутників Землі (ШСЗ) залежить від можливості проведення візуальних спостережень ШСЗ та від величини його видимого блиску.

Оскільки ШСЗ знаходяться на великій віддаленості від спостерігача і мають менші кутові розміри, то практично вони є точечними зіркоподібними об`єктами різноманітного блиску, який оцінюється в зоряних величинах m. Видимий блиск ШСЗ визначається за виразом Погсона [1]:

$$m = -14,^{m}18 - 2,5\,lg\,E(t), \tag{1}$$

де $E(t)$ – освітленість, яка створюється випромінюванням Сонця, відбитим від ШСЗ.

При зміні орієнтації ШСЗ та його положення під час руху відбувається зміна величини відбитого сонячного світла у напрямку спостерігача, яке викликає зміну величини видимого блиску ШСЗ.

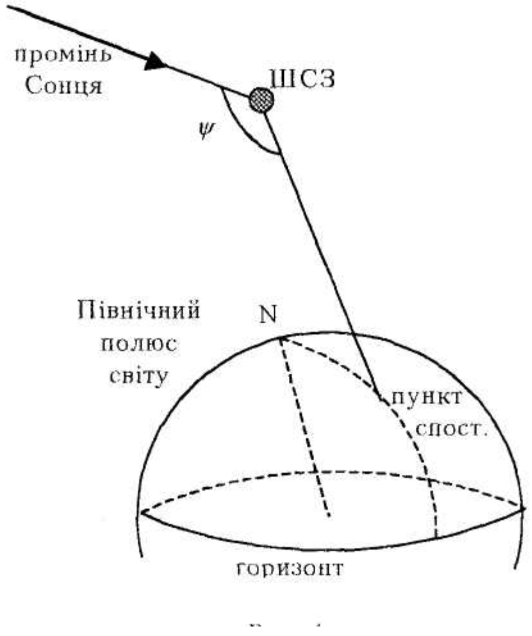
Освітленість $E(t)$, яка створюється випромінюванням, розсіяним ШСЗ у поверхні Землі, є складною функцією цілого ряду аргументів:

$$E(t) = F\big(S(t), \rho, R, P, Z, \psi\big),$$

де $S(t)$ – видима спостерігачем площа ШСЗ в картинній площині;
ρ – коефіцієнт відбиття поверхні ШСЗ;
R – відстань до ШСЗ;
Z – зенітний кут;
P – коефіцієнт прозорості атмосфери;
ψ – фазовий кут Сонце–ШСЗ–спостерігач.

Суттєвий вплив фазового кута ШСЗ ψ на величину видимого блиску ШСЗ наочно видно на прикладі фаз Місяця.

Фазовий кут ШСЗ ψ – це кут при центрі ШСЗ між напрямками на Сонце і на пункт спостереження (рис. 1).



У відомій автору літературі з цієї тематики не досить повно висвітлено питання розрахунку фазового кута для оцінки видимого блиску ШСЗ. Тому пропонується методика для розрахунку фазового кута ШСЗ, якщо відомі географічні координати пункту спостереження, підсупутникової та підсонячної точок.

Розглянемо барицентричну прямокутну рухому систему координат *XYZ* (рис. 2).

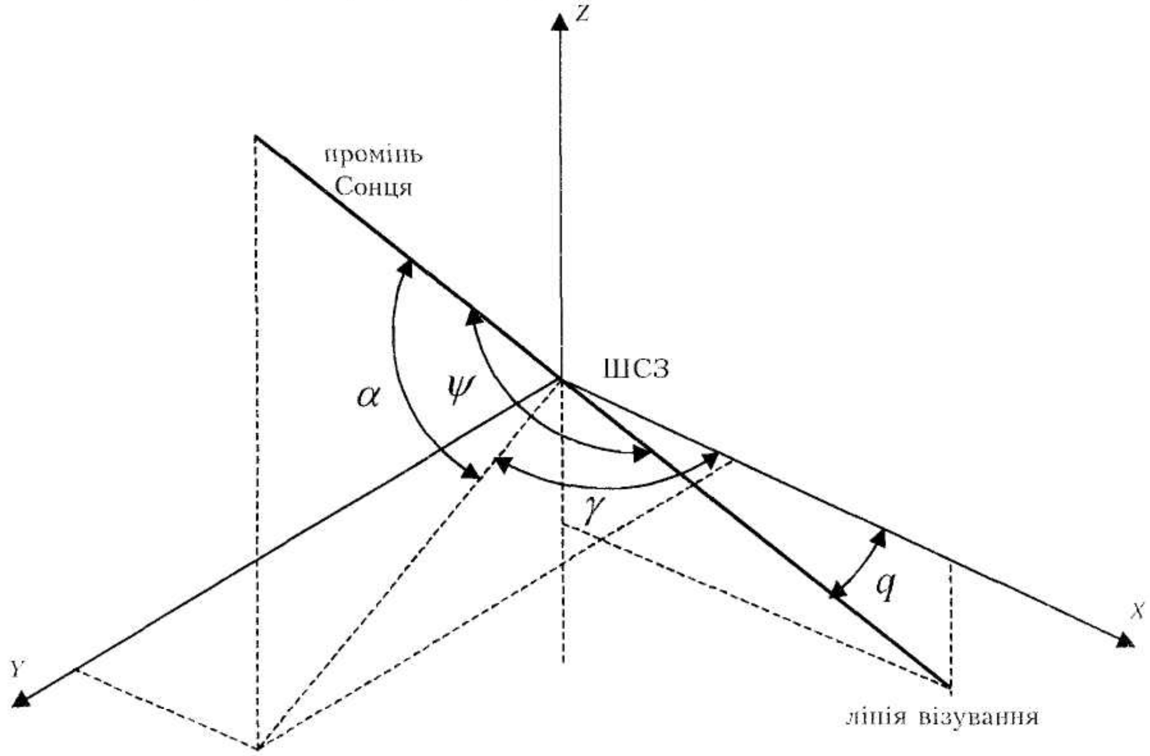


Рис. 2

Вісь *Z* спрямована за радіус-вектором ШСЗ; вісь *X* – перпендикулярна осі *Z* в площині лінії візування і радіус-вектора ШСЗ; вісь *Y* доповнює систему до лівої трійки. Опорна площина – площина горизонту в підсупутниковій точці. Центр системи – ШСЗ.

Для визначення фазового кута ψ необхідно знати направляючі косинуси лінії візування та променя Сонця, який падає на ШСЗ.

Направляючі косинуси лінії візування визначаються за виразами:

$$x = \cos q; \quad y = \cos 90^\circ = 0; \quad z = \cos(90^\circ + q) = -\sin q. \tag{2}$$

Направляючі косинуси променя Сонця, який падає на ШСЗ, визначаються за виразами:

$$x_1 = \cos\alpha \cdot \cos\gamma; \quad y_1 = \cos\alpha \cdot \cos(90^\circ - \gamma) = \cos\alpha \cdot \sin\gamma; \quad z_1 = \cos(90^\circ - \alpha) = \sin\alpha. \tag{3}$$

Кут між двома спрямованими відрізками ψ, тобто, між лінією візування і променем Сонця, який падає на ШСЗ, направляючі косинуси яких відомі, визначається за виразом [2]:

$$\cos\psi = x \cdot x_1 + y \cdot y_1 + z \cdot z_1 . \tag{4}$$

Використовуючи вирази (2) та (3), фазовий кут ШСЗ ψ буде визначатися так:

$$\cos\psi = \cos q \cdot \cos\alpha \cdot \cos\gamma - \sin q \cdot \sin\alpha, \tag{5}$$

де q – кут між лінією візування і площиною горизонту у підсупутниковій точці;

α – кут між променем Сонця, який падає на ШСЗ, і площиною горизонту в підсупутниковій точці;

γ – кут між площиною, в якій лежать радіус-вектор ШСЗ та промінь Сонця, який падає на ШСЗ, і площиною, в якій лежать радіус-вектор ШСЗ та лінія візування.

Для розрахунку фазового кута ψ необхідно розрахувати кути q, α і γ.

Спочатку розраховуються центральні кути між напрямками на спостерігача і на підсонячні точки β'' на ШСЗ і β', на ШСЗ і на спостерігача β (рис. 3), де N – Північний полюс світу.

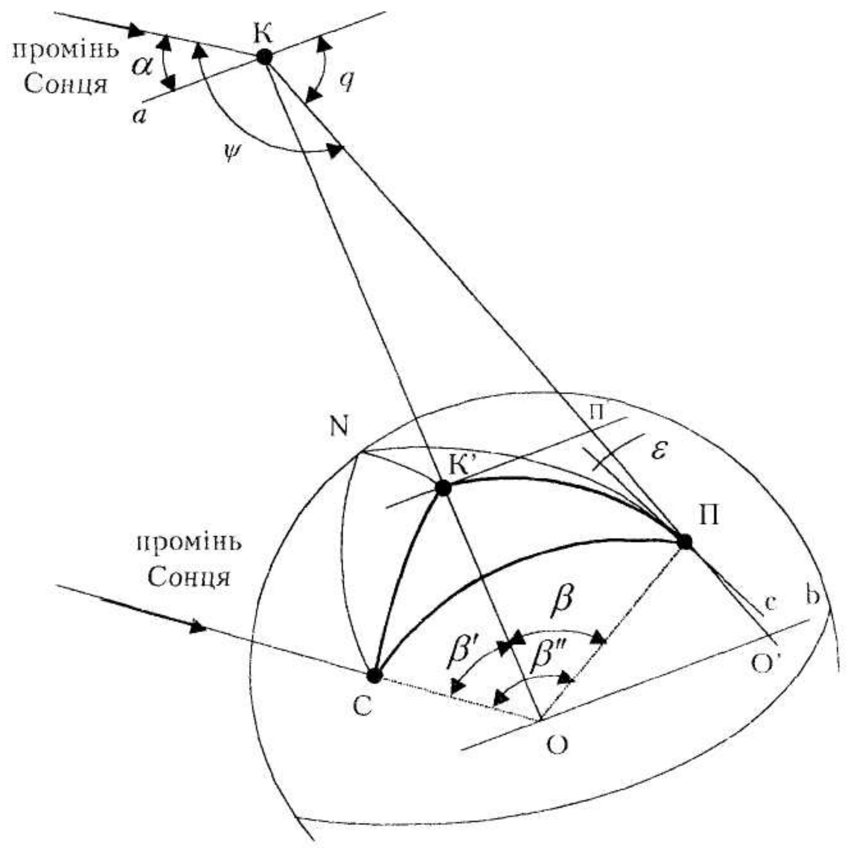


Рис. 3

Застосовуючи до сторони β'' сферичного трикутника CNП теорему косинусів, отримаємо:

$$\cos\beta'' = \cos(90^\circ - \varphi_{\otimes})\cos(90^\circ - \varphi_{cnnoc.}) + \sin(90^\circ - \varphi_{\otimes})\sin(90^\circ - \varphi_{cnocm.})\cos\Delta\lambda''; \quad (6)$$

$$\cos\beta'' = \sin\varphi_{\otimes}\sin\varphi_{cnocm.} + \cos\varphi_{\otimes}\cos\varphi_{cnocm.}\cos\Delta\lambda'', \quad (7)$$

де $\varphi_{\otimes}$ – географічна широта підсонячної точки;

$\varphi_{cnocm.}$ – географічна широта положення спостерігача;

$\Delta\lambda'' = \lambda_{\otimes} - \lambda_{cnocm.}$ – різниця довжин підсонячної точки і положення спостерігача.

Аналогічно визначаємо β' і β (рис. 3):

$$\cos\beta = \sin\varphi_{cnocm.}\sin\varphi_{шсз} + \cos\varphi_{cnocm.}\cos\varphi_{шсз}\cos\Delta\lambda\ ; \quad (8)$$

$$\cos\beta' = \sin\varphi_{\otimes}\sin\varphi_{шсз} + \cos\varphi_{\otimes}\cos\varphi_{шсз}\cos\Delta\lambda', \quad (9)$$

де $\varphi_{шсз}$ – географічна широта підсупутникової точки;

$\Delta\lambda' = \lambda_{\otimes} - \lambda_{шсз}$ – різниця довжин підсонячної та підсупутникової точок;

$\Delta\lambda = \lambda_{шсз} - \lambda_{cnocm.}$ – різниця довжин підсупутникової точки і положення спостерігача.

Вирази (6), (7), (8) і (9) справедливі для випадку, коли пункт спостереження, підсупутникова та підсонячна точки знаходяться у північній півкулі.

При розрахунках необхідно враховувати, що для південної півкулі значення широти φ підставляється зі знаком «–».

Визначаємо кут між лінією візування і площиною горизонту у підсупутниковій точці q. Для цього розглянемо трикутник ОО'П (рис. 3), в якому $\angle O = 90^\circ - \beta$, так як пряма ОО' перпендикулярна радіус-вектору ШСЗ, а $\angle П = 90^\circ - \varepsilon$ (де ε – кут місця спостереження), так як пряма c – лінія горизонту в районі пункту спостереження, а значить перпендикулярна радіусу Землі, проведеному в точку П.

Так як сума кутів трикутника дорівнює 180°, то

$$\angle O = 180^\circ - (\angle O + \angle П).$$

Прямі ОО' і a паралельні, тоді кут О' дорівнює куту q, як кути, котрі лежать навхрест при паралельних прямих. Отже:

$$q = \varepsilon + \beta. \tag{10}$$

Визначимо кут між площинами лінії візування і променя Сонця γ.

Для цього розглянемо сферичний трикутник СК'П (рис. 3). За теоремою косинусів для сферичного трикутника отримаємо вираз для кута γ:

$$\gamma = arccos\frac{cos\,\beta'' - cos\,\beta \cdot cos\,\beta'}{sin\,\beta \cdot cos\,\beta'}. \tag{11}$$

Тепер необхідно визначити кут між променем Сонця, якій падає на ШСЗ, і площиною горизонту в підсупутниковій точці α.

Так як прямі a і $в$ та промені Сонця паралельні (рис. 3), то кут між променем Сонця, якій падає на ШСЗ, і площиною горизонту у підсупутниковій точці α буде дорівнювати:

$$\alpha = 90^\circ - \beta'. \tag{12}$$

Тоді вираз для визначення фазового кута ШСЗ ψ (5) з урахуванням (10), (11) і (12) набуде вигляду:

$$cos\,\psi = \frac{cos(\varepsilon + \beta) \cdot (cos\,\beta'' - cos\,\beta \cdot cos\,\beta')}{sin\,\beta} - cos\,\beta'\,sin(\varepsilon + \beta), \tag{13}$$

що дозволяє розрахувати фазовий кут ШСЗ.

Розрахунок величини фазового кута можна проводити також за іншою методикою. Вона відрізняється від наведеної вище тим, що ми не розглядаємо барицентричну рухому систему координат, яка пов'язана з ШСЗ. Розглянемо рис. 4, де Θ – це кут при ШСЗ між радіус-вектором r й променем сонця, а ε' – кут при ШСЗ між напрямком на спостерігача Д (дальність до ШСЗ) й радіус-вектором r.

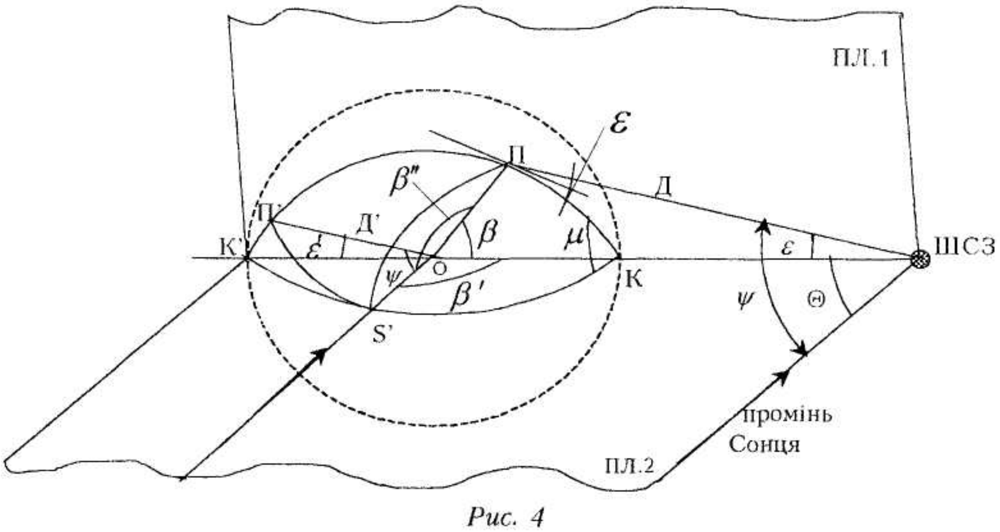


Рис. 4

В площині 1 через центр Землі О проведемо пряму Д', яка паралельна прямій Д. Тобто кут $\angle K'OП' = \varepsilon'$.

Розглянемо сферичний трикутник К'П'S'. За теоремою косинусів для сферичного трикутника маємо:

$$\cos\psi = \cos\varepsilon' \cos\Theta + \sin\varepsilon' \sin\Theta \sin\mu, \tag{14}$$

де μ – кут між площиною 1 та площиною 2.

Косинус кута μ знайдемо зі сферичного трикутника S'ПК. За теоремою косинусів для сферичного трикутника маємо:

$$\cos\mu = (\cos\beta'' - \cos\beta\cos\beta') / \sin\beta\sin\beta', \tag{15}$$

кути β, β', β'' розраховуються так, як і у попередній методиці.

Кут Θ знайдемо з рівняння:

$$\Theta = 180^\circ - \beta', \tag{16}$$

а кут ε' – з рівняння:

$$\varepsilon' = 90^\circ - \varepsilon - \beta, \tag{17}$$

де ε – кут місця ШСЗ, який можна виміряти під час сеансу з ШСЗ, або розрахувати за формулою:

$$\varepsilon = \arccos(r \sin\beta / Д), \tag{18}$$

де $Д = \sqrt{R^2 + r^2 - 2Rr\cos\beta}$;

R – радіус Землі.

Тоді вираз для визначення фазового кута ШСЗ ψ (14) з урахуванням (15), (16) і (17) прийме вигляд:

$$\cos\psi = \frac{\cos(\varepsilon+\beta)\cdot(\cos\beta'' - \cos\beta\cdot\cos\beta')}{\sin\beta} - \cos\beta' \sin(\varepsilon+\beta), \tag{19}$$

що дозволяє розрахувати фазовий кут ШСЗ.

Розроблені методики дозволяють зробити розрахунок фазового кута ШСЗ.

Величина фазового кута ШСЗ дає можливість визначити видимий блиск ШСЗ, що дозволяє оцінити можливості проведення візуальних астрономічних спостережень і підвищити їх ефективність за рахунок кращого планування проведення сеансу спостереження.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Куришов В.И.* Оптические наблюдения космических объектов. – М.: Воениздат, 1973. – С. 493.
2. *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУЗов. – М.: ОГИЗ, 1948. – С. 556.
3. *Солодов А.В.* Инженерный справочник по космической технике. – М.: Воениздат, 1977. – С. 432.

СТУПАК Дмитро Євгенович – ад'юнкт Житомирського військового інституту радіоелектроніки.

Наукові інтереси:
- теорія польоту штучних супутників Землі;
- астрономічне спостереження космічних об'єктів.

Подано 22.12.2000