

**В.М. Мельник, аспір.  
В.В. Карачун, д.т.н., проф.**

*Національний технічний університет України "КПІ"*

**НЕСТАЦІОНАРНА ПРУЖНІСТЬ КОЖУХА ГІРОСКОПА В АКУСТИЧНИХ ПОЛЯХ**

*Вивчаються форми коливань поверхні кожуха триступеневого астатичного гіроскопа, що виникають під дією акустичного випромінювання.*

Вивчення особливостей динаміки гіроскопічних приладів, що експлуатуються в умовах впливу зовнішнього аеродинамічного шуму звукової частоти, дає змогу стверджувати про тенденцію до накопичення похибки вимірів. Так, прилади орієнтирних напрямків, що не коректуються та базуються на використанні властивостей триступеневого астатичного гіроскопа, мають систематичний дрейф осі фігури і за тривалої дії звукового випромінювання високої інтенсивності (вище за 140 децибел) можуть призвести навіть до втрати одного ступеня вільності.

Причиною цього явища є нестационарна пружна взаємодія підвісу гіроскопа з акустичним полем, що проявляється у вигляді додаткових збурюючих моментів інерційної природи, які виникають і обумовлені наявністю кінематичного впливу з боку основи – літального апарату.

Найбільш вразливим елементом підвісу у даному випадку виявляється кожух гіроскопа. Пружні переміщення його поверхні під дією падаючої хвилі тиску представляють собою суперпозицію різних форм нелінійних коливань, що у своїй сукупності призводять до суттєвої зміни динамічного режиму приладу.

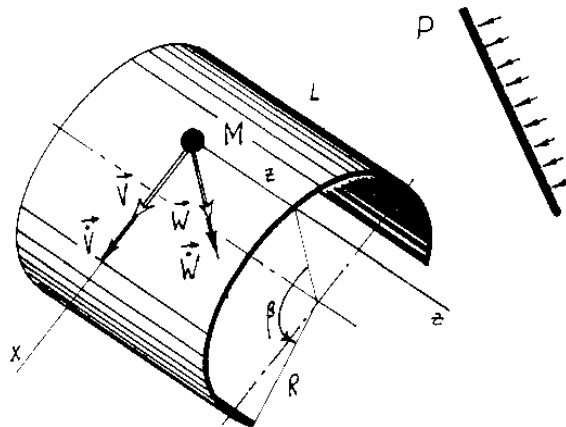
Проаналізуємо характер пружних переміщень циліндричної частини кожуха у площині шпангоута і обмежимося тільки радіальними складовими як найбільш суттєвими у кількісному та якісному вимірі.

За умови шарнірного з'єднання з торцевими поверхнями та незначної товщини стінок, диференціальні рівняння пружної поверхні наведемо у вигляді [1]:

$$\omega^2 \rho V + \frac{\partial^2 V}{\partial \beta^2} - \frac{1 - \sigma}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} + \frac{\partial W}{\partial \beta} = 0; \tag{1}$$

$$\omega^2 \rho W + \frac{\partial V}{\partial \beta} + c^2 \left( \frac{1}{R^4} \frac{\partial^4 W}{\partial \beta^4} + \frac{2}{R^2} \frac{\partial^4 W}{\partial z^2 \partial \beta^2} + \frac{\partial^4 W}{\partial z^4} \right) + W = F(z, \beta, t),$$

де  $c^2 = h^2(12R^2)^{-1}$  – коефіцієнт;  $h, R$  – товщина та радіус циліндричної поверхні кожуха;  $V = V(z, \beta, t)$  та  $W = W(z, \beta, t)$  – відповідно тангенціальна і радіальна складові переміщення точок бокової поверхні (рис. 1);  $0 < z < L$ ;  $0 \leq \beta \leq 2\pi$  – центральний кут;  $L$  – довжина.



*Рис. 1. Дифракція звуку на пружній поверхні кожуха гіроскопа*

Граничні умови задамо у вигляді:

$$V|_{z=0} = V|_{z=L} = 0;$$

© В.М. Мельник, В.В. Карачун, 2000

(2)

$$\left. \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right|_{z=0} = \left. \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right|_{z=L} = 0.$$

Задамо звуковий тиск у падаючій хвилі наступним чином (рис. 2):

$$F(z, \beta, t) = P = P_0 \exp[i\omega t - \vec{k}_0 \cdot \vec{r}], \tag{3}$$

де  $P_0$  – тиск, що дорівнює різниці падаючої та випромінюваної поверхнею хвиль;  $\vec{k}_0 = \vec{n} \frac{\omega}{c_0}$  – хвильовий вектор;  $c_0$  – швидкість звуку;  $\vec{n}$  – одиничний вектор напрямку розповсюдження хвилі;  $\vec{r}$  – радіус-вектор точки простору.

Отже, приймаючи до уваги прийняті на схемі позначення, маємо:

$$P = P_0 \exp[i\omega t - k_0(x \sin \varepsilon_1 \sin \varepsilon_2 + R \sin \beta \sin \varepsilon_1 \cos \varepsilon_2 + R \cos \beta \cos \varepsilon_1)]. \tag{4}$$

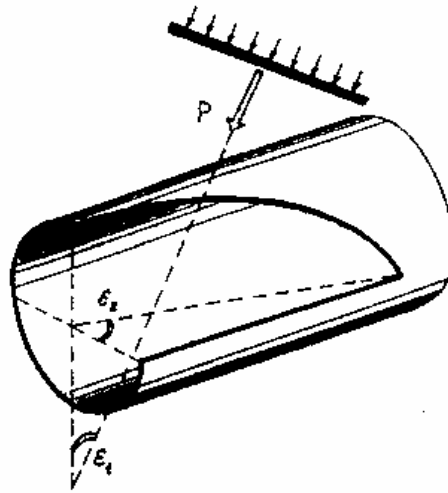


Рис. 2. Схема дії звукової хвилі на кожух

Розв'язок систем рівнянь (1) і (2) знайдемо у вигляді рядів Фур'є функцій  $V(z, \beta, t)$  та  $W(z, \beta, t)$  у прямокутнику:

$$\Pi = \{(z, \beta) \quad 0 < z < L; \quad 0 \leq \beta \leq 2\pi\}. \tag{5}$$

Відповідно до прийнятих граничних умов, ряд Фур'є за змінною  $z$  будується у вигляді:

$$\begin{aligned} V(z, \beta, t) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} V_{mn}(t) \exp(im\beta) \sin\left(\frac{n\pi z}{L}\right); \\ W(z, \beta, t) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn}(t) \exp(im\beta) \sin\left(\frac{n\pi z}{L}\right), \end{aligned} \tag{6}$$

де  $m, n$  – числа напівхвиль;

$$V_{mn} = -im \frac{F_{mn}}{\Delta_{mn}};$$

$$W_{mn} = \left[ \omega^2 \rho - m^2 - \frac{1-\sigma}{2} \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \right] \frac{F_{mn}}{\Delta_{mn}};$$

$$F_{mn} = I_{mn} P_0 \exp(i\omega t);$$

$$I_{mn} = \frac{2n\pi [1 - (-1)^n]}{(n\pi)^2 - (k_0 L)^2} i \frac{\exp[-2\pi k_0 R (\sin \beta \sin \varepsilon_1 \sin \varepsilon_2 + \cos \beta \cos \varepsilon_1)] - 1}{2\pi [k_0 R (\sin \beta \sin \varepsilon_1 \sin \varepsilon_2 + \cos \beta \cos \varepsilon_1) + m]};$$

$$k_0 L \neq n\pi; \quad k_0 R (\sin \beta \sin \varepsilon_1 \sin \varepsilon_2 + \cos \beta \cos \varepsilon_1) \neq -m;$$

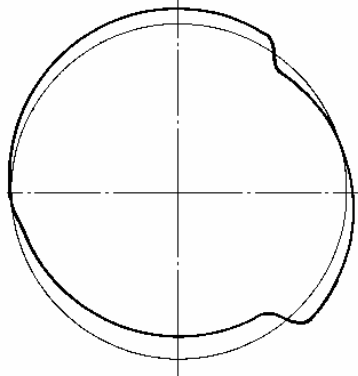
$$\Delta_{mn} = m^2 + \left[ \omega^2 \rho - m^2 - \frac{1-\sigma}{2} \left( \frac{n\pi}{L} \right)^2 \right] \left\{ (\omega^2 \rho + 1) + c^2 \left[ \left( \frac{m}{R} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{L} \right)^2 \right]^2 \right\}.$$

Κιλκίςνι ανάλις πρνεδεμνε δλι ανσπυνι ρίυνι πνεμτρίυν:  $P_0 = 70 \text{ Ν}\cdot\text{μ}^{-2}$ , σπν νίδπνεδνε 140 δβ;  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 15$  γρνε;  $R = 0,02 \text{ μ}$ ;  $k_0 = \frac{\omega}{c_0} = \frac{\omega}{330} \text{ μ}^{-1}$ ;  $\sigma = 0,32$ ;  $\rho = 2,7 \cdot 10^{-2} \text{ Ν}\cdot\text{σ}^2\cdot\text{μ}^{-4}$ ;  $L = 0,06 \text{ μ}$ ;  $c^2 = \frac{h^2}{12R^2} = 2 \cdot 10^{-4}$ ;  $h = 10^{-3} \text{ μ}$ ;  $\omega = 3 \cdot 10^3 \text{ σ}^{-1}$ .

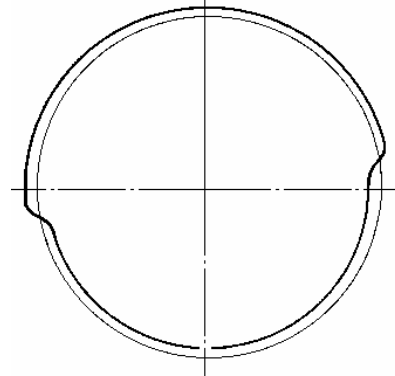
Οεvidνε, σπν ρνεδίυνι πνερνεσπνε  $W$  νκλυνευτνε ν σεβε τίλκνε νπνερνε  $n$ -φνερνε, ν  $m$ -φνερνε τν " $-m$ "-φνερνε βυδυτνε οδνεκνεί.

Μνεμνελνι πργινε ν πλνεσινί σπνεργνευτνε ν νιγκνιχ φνερνε ν σερνεδινί κνευχε  $\left( z = \frac{L}{2} \right)$  ί σταννελνι βλινκνε 4,591  $\mu\text{κμ}$  ν ζανδινι νμνε ακυστικνε ννεαντνεκεννε.

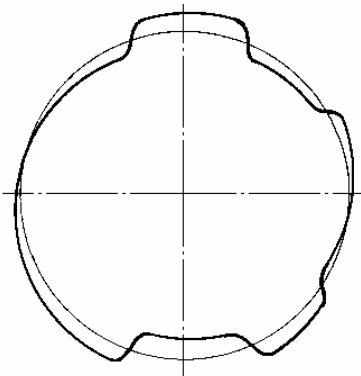
Ζβίλκνεσπνε ννεμνε  $m$  πρνευδινι δνε πργνεσπνε ν ζνι ν κνεφίγυρνε ν πνερνεκνε πνερνεζυ: ζν  $m = 0$  κίλκνεσπνε νπνίλκνι δνερνεκνε νυλνε (ρνε. 3), ζν  $m = 1$  κίλκνεσπνε νζννεκετνε οδιννεκευ (ρνε. 4), νίδπνεδινί δλι  $m = 2$  (ρνε. 5) τν  $m = 3$  (ρνε. 6) κίλκνεσπνε νπνίλκνι νίδπνεδινί ννεμνε  $m$ . Ζνίσνε ρίλ, μνε νίδνε πρνε λινκνε νυ πνερνεκνε. Ν οβλεσινί ακυστικνε τίνι σλυσπνε τί ζ σνεί νυσνεκνε.



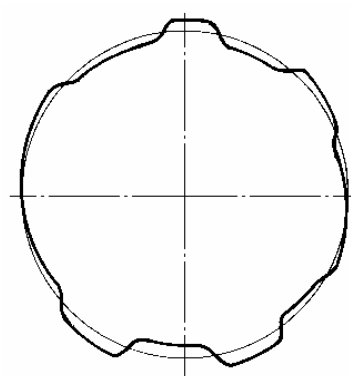
Ρνε. 3. Πνερνεκνι  $m$ -φνερνε:  $m = 0; n = 1; \omega = 3 \cdot 10^3 \text{ σ}^{-1}$



Ρνε. 4. Πνερνεκνι  $m$ -φνερνε:  $m = 1; n = 1; \omega = 3 \cdot 10^3 \text{ σ}^{-1}$



Ρνε. 5. Πνερνεκνι  $m$ -φνερνε:  $m = 2; n = 1; \omega = 3 \cdot 10^3 \text{ σ}^{-1}$



Ρνε. 6. Πνερνεκνι  $m$ -φνερνε:  $m = 3; n = 1; \omega = 3 \cdot 10^3 \text{ σ}^{-1}$

Πνεμτρνε  $n$  νζννεκετνε κίλκνεσπνε νπνίλκνι ζγινυ ν πρνευδνκνε νπνερνεζυ. Τνε, ζν  $m = 0$  (ρνε. 7) οβνε  $m = 1$  (ρνε. 8) νζνυκνι βίκνι νυ πνερνεκνε κνευχε, σπνε νίσταννε νίδπνεδινί  $n = 3$  – τρνε νπνίλκνι ζγινυ.

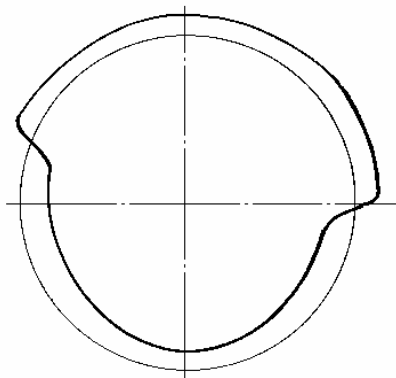


Рис. 7. Поперечні  $m$ -форми:  
 $m = 0; n = 3; \omega = 3 \cdot 10^3 \text{ c}^{-1}$

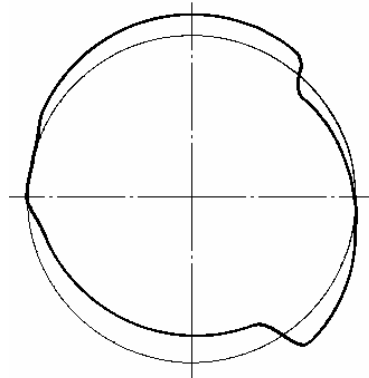


Рис. 8. Поперечні  $m$ -форми:  
 $m = 1; n = 3; \omega = 3 \cdot 10^3 \text{ c}^{-1}$

Отже, за наявності визначеного згинного руху циліндричної поверхні внутрішньої рамки гіроскопа та кутового руху основи, тобто літального апарату, можна стверджувати, що з’являться сили інерції Коріоліса, а також моменти цих сил, які призведуть до дрейфу головної осі. Зазначимо, що цей рух може мати як систематичну, так і періодичну складові, або їх сукупність.

Таким чином, пружна податливість підвісу гіроскопа може слугувати додатковим джерелом похибок вимірів і повинна відповідним чином бути визначена.

**ЛІТЕРАТУРА:**

1. Шендеров Е.Л. Волновые задачи гидроакустики. – Л.: Судостроение, 1972. – 352 с.

МЕЛЬНИК Вікторія Миколаївна – аспірант Національного технічного університету України “КПІ”.

Наукові інтереси:

– динаміка бортової апаратури носіїв.

КАРАЧУН Володимир Володимирович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри Національного технічного університету України “КПІ”.

Наукові інтереси:

– динаміка бортової апаратури носіїв.

Подано 10.02.2000