

**СИЛОВІ ЗАЛЕЖНОСТІ ПРИ ТОРЦЕВОМУ ФРЕЗЕРУВАННІ**

*Доводиться необхідність визначення максимуму всіх складових сили різання при торцевому фрезеруванні для підвищення точності розрахунків на міцність елементів технологічного оснащення. Наводяться залежності, які дозволяють обчислити величини цих сил.*

Торцеве фрезерування є одним із найбільш продуктивних методів механічної обробки площин різанням. Воно широко застосовується на виробництві. Проте цей метод має суттєвий недолік. В міру переміщення зубів фрези в зоні їхнього контакту з оброблюваним матеріалом сила різання постійно змінюється як за величиною, так і за напрямком. Це пояснюється тим, що миттєвий перетин зрізу і число зубів, що беруть участь у роботі, є змінними величинами.

Для конструювання фрез, затискних елементів пристосувань, вузлів верстатів і силових головок, добору електропривода, а також для вибору раціональних режимів різання необхідно знати максимальні величини сум усіх складових сили різання, що діють у різних напрямках, і їх розмах.

Миттєва сила різання, що виникає на кожному зубі фрези при торцевому фрезеруванні, розкладається на такі складові (рис. 1): тангенціальну силу  $P_t$ , радіальну силу  $P_r$  і осьову силу  $P_a$ .

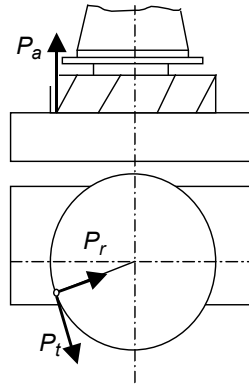


Рис. 1. Схема складових сили різання

Ці складові сили різання є змінними величинами в процесі фрезерування і досягають свого максимуму одночасно при миттєвому куті повороту  $\eta = \bar{\eta}$ , величина якого при повному торцевому фрезеруванні може бути знайдена за залежністю [1]:

$$\bar{\eta} = 90^\circ - (k - 1) \cdot \frac{\zeta}{2}, \tag{1}$$

де  $\zeta$  – центральний кут будь-яких суміжних зубів фрези ( $\zeta = 360/z$ );  $k$  – максимальна кількість зубів, що беруть участь у роботі.

У роботі [1] визначені величини максимальних моменту сил і згинальної сили, які діють на торцеву фрезу.

Для проектування механізмів подачі та елементів технологічної оснастки не менш важливо знати максимальні величини сил  $P_l$  і  $P_q$ , що діють у напрямках  $l-l$  і  $q-q$  (рис. 2).

Ці сили знаходяться як суми проекцій на відповідні осі складових сил  $P_r$  і  $P_t$ , які виникають у даний момент часу на кожному зубі фрези, що знаходиться в роботі. Вони обчислюються за формулами:

$$P_l = \sum_{i=1}^k P_{ti} \cdot \cos[\eta + (k - 1)\zeta] + \sum_{i=1}^k P_{ri} \cdot \sin[\eta + (k - 1)\zeta]; \tag{2}$$

$$P_q = \sum_{i=1}^k P_{ti} \cdot \sin[\eta + (k - 1)\zeta] - \sum_{i=1}^k P_{ri} \cdot \cos[\eta + (k - 1)\zeta], \tag{3}$$

де  $\eta$  – миттєвий кут повороту зуба фрези;  $k$  – число зубів фрези, що беруть участь у роботі в даний момент. Сили  $P_r$  і  $P_t$  обчислюються за формулами:

© В.В. Душинський, Ю.М. Бецко, 2000

$$P_t = k_t \cdot t^{x_p} \cdot S_z^{y_p} \cdot \sin^y \eta; \tag{4}$$

$$P_r = P_t \cdot \varepsilon_R, \tag{5}$$

де  $k_t$  – питомий коефіцієнт сили різання;  $t$  – глибина різання, мм;  $s_z$  – подача, мм/зуб;  $x_p, y_p, y$  – показники ступенів;  $\varepsilon_R$  – коефіцієнт переходу від сили  $P_t$  до сили  $P_r$ .

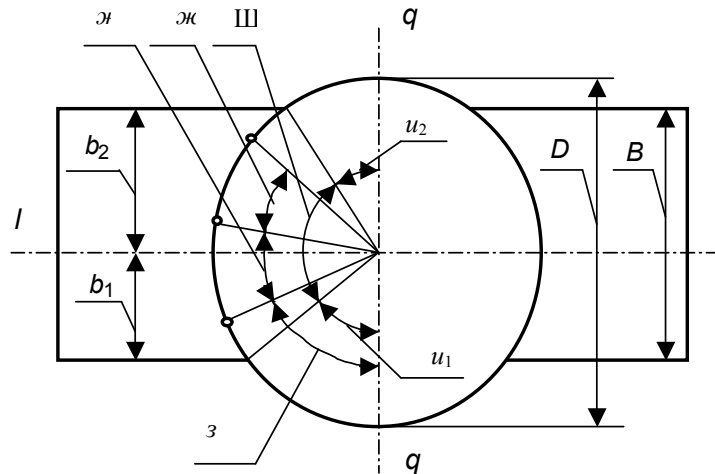


Рис. 2. Схема розташування зубів фрези в зоні різання

Для попереднього аналізу прийнемо:  $\varepsilon_R = 0,3; y = 0,75; k_t t^{x_p} s_z^{y_p} = 1$ .

Для даних умов побудуємо декілька графіків миттєвих значень сил  $P_l$  і  $P_q$  за один повний цикл зміни сили різання ( $\eta = 0, \dots, \zeta$ ).

На рис. 3 показана зміна сил  $P_l$  і  $P_q$  при роботі фрезами з числом зубів  $z = (4, \dots, 7)$ . Аналіз цих графіків показує, що:

1) сили  $P_l$  і  $P_q$  досягають максимуму не одночасно з тангенціальною та радіальною складовими сили різання і, крім того, при різних значеннях кута  $\eta$ ;

2) характер зміни сил  $P_l$  і  $P_q$  відрізняється для фрез з парним і непарним числом зубів, і тому надалі їх будемо розглядати окремо.

Для відшукування екстремумів функцій  $P_l$  і  $P_q$  візьмемо похідні від виразів (2) і (3) і прирівняємо їх до нуля. Оскільки вираз  $k_t t^{x_p} s_z^{y_p} = const$ , то при відшуванні екстремумів його можна опустити. Одержуємо:

$$P_q = \sum_{i=0}^{k-1} \sin^y(\eta + i\zeta) \cdot \sin(\eta + i\zeta) - \varepsilon_R \sum_{i=0}^{k-1} \sin^y(\eta + i\zeta) \cdot \cos(\eta + i\zeta); \tag{6}$$

$$\frac{dP_q}{d\eta} = \sum_{i=0}^{k-1} \sin^{y-1}(\eta + i\zeta) \cdot ((y + 1) \sin(\eta + i\zeta) \cos(\eta + i\zeta) + \varepsilon_R (\sin^2(\eta + i\zeta) - y \cdot \cos^2(\eta + i\zeta))) = 0; \tag{7}$$

$$P_l = \sum_{i=0}^{k-1} \sin^y(\eta + i\zeta) \cos(\eta + i\zeta) + \varepsilon_R \sum_{i=0}^{k-1} \sin^y(\eta + i\zeta) \sin(\eta + i\zeta); \tag{8}$$

$$\frac{dP_l}{d\eta} = \sum_{i=0}^{k-1} \sin^{y-1}(\eta + i\zeta) (y \cdot \cos^2(\eta + i\zeta) - \sin^2(\eta + i\zeta) + \varepsilon_R (y + 1) \sin(\eta + i\zeta) \cos(\eta + i\zeta)) = 0. \tag{9}$$

Рівняння (7) і (9) розв'язати неможливо, а при їх спрощенні виникають великі похибки. Тому скористаємося чисельним методом розв'язання, тобто підберемо математичні моделі, що адекватно описують шукані залежності.

Математичні моделі залежностей  $\bar{\eta} = f(z)$  для фрез із парним і непарним числом зубів побудовані для випадку  $y = 0,75$  і  $\varepsilon_R = 0,3$ . Тип екстремуму (*min-max*) перевірявся графічно.

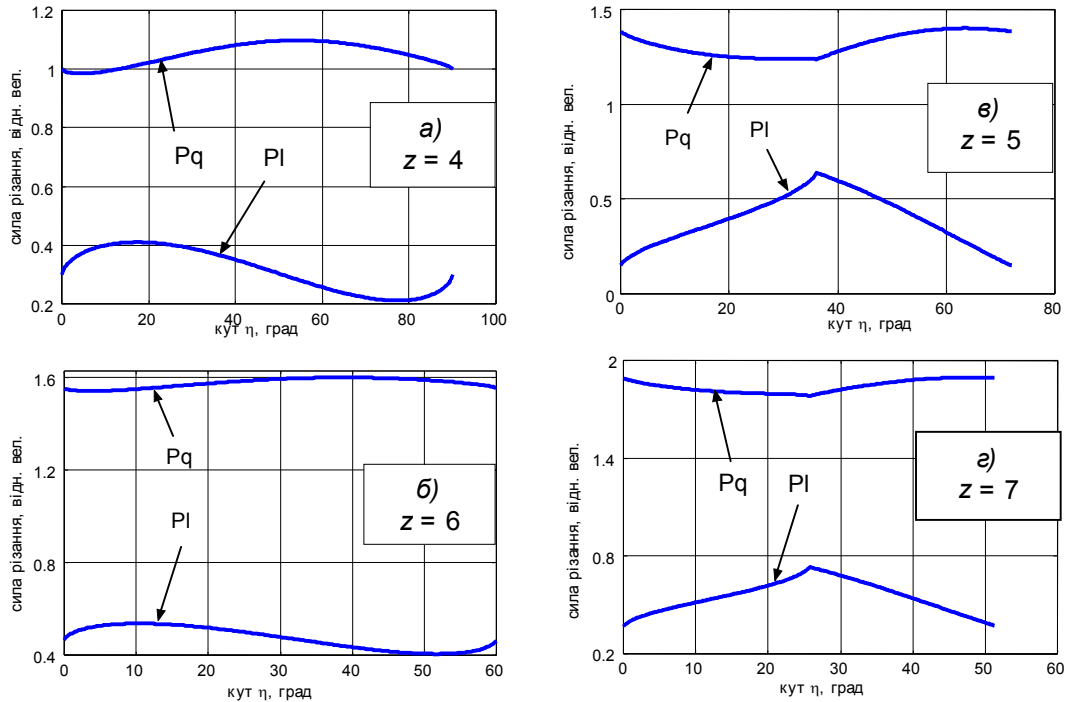


Рис. 3. Миттєві значення  $P_l$  та  $P_q$  за один цикл зміни сили різання ( $\eta = 0, \dots, \zeta$ ) при повному торцевому фрезеруванні фрезами: а, б – з парним числом зубів; в, г – з непарним числом зубів

На основі проведених математичних досліджень були одержані такі залежності:

- сила  $P_l$  досягає максимуму при повному фрезеруванні фрезами:  
з парним числом зубів при

$$\bar{\eta} = 45,108 \cdot 4,548^z / z^{0,96}; \tag{10}$$

- з непарним числом зубів при

$$\bar{\eta} = \frac{\pi}{z}; \tag{11}$$

- сила  $P_q$  досягає максимуму при повному фрезеруванні фрезами:  
з парним числом зубів при

$$\bar{\eta} = \frac{-343000000 - 55100000 \cdot z}{1 - 1970000 \cdot z - 154000 \cdot z^2}; \tag{12}$$

- з непарним числом зубів при

$$\bar{\eta} = \frac{2\pi}{z} \text{ або } \bar{\eta} = 0. \tag{13}$$

Винятком для виразу (13) є фрези з числом зубів  $z = 3, 5$  і  $7$ , для яких  $\bar{\eta} \approx \frac{2\pi}{z}$  із незначною похиб-

кою. Отримані моделі мають достатньо високу точність ( $r \approx 1$ ).

Аналіз коливань сил  $P_l$  і  $P_q$  при повному фрезеруванні (рис. 4) показав, що зі збільшенням числа зубів розмах сил зменшується і може бути описаний залежностями (розмах сили  $P_l$ ):

- для фрез з непарним числом зубів:

$$R_{P_l} = (0,85z - 1,38)^{-1/1,5}; \tag{14}$$

- для фрез з парним числом зубів:

$$R_{P_l} = (5,66z - 10,5)^{-1/1,5}. \tag{15}$$

Залежності для сили  $P_q$  подібні і тому тут не наводяться.

Знайдені моделі придатні лише для прийнятих умов. Тому для вивчення характеру впливу змін  $u$  і  $\varepsilon_R$  на величину  $\bar{\eta}$  вирішимо рівняння  $P'_q = 0$  і  $P'_l = 0$  для однозубої фрези:

$$\frac{dP_l}{d\eta} = \sin^{y-1} \eta \cdot (y \cos^2 \eta - \sin^2 \eta + \varepsilon_R (y+1) \sin \eta \cos \eta) = 0 ; \tag{16}$$

$$\bar{\eta}_{1,2} = \arctg \frac{\varepsilon_R (y+1) \pm \sqrt{\varepsilon_R^2 (y+1)^2 + 4y}}{2} ; \tag{17}$$

$$\frac{dP_q}{d\eta} = \sin^{y-1} \eta \cdot ((y+1) \sin \eta \cos \eta + \varepsilon_R \cdot (\sin^2 \eta - y \cos^2 \eta)) = 0 ; \tag{18}$$

$$\bar{\eta}_{1,2} = \arctg \frac{-(y+1) \pm \sqrt{(y+1)^2 + 4\varepsilon_R^2 y}}{2\varepsilon_R} . \tag{19}$$

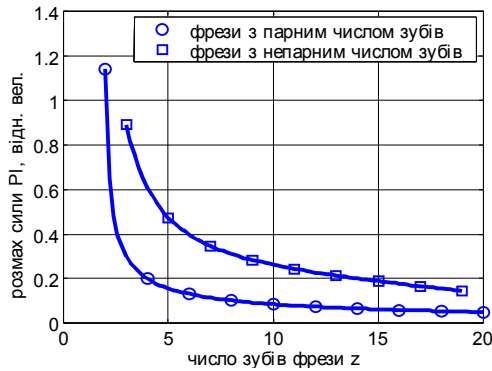


Рис. 4. Зміна величини розмаху сили різання P<sub>1</sub> при зміні числа зубів фрези

Ступінь впливу можна оцінити за даними, наведеним у табл. 1, що показує межі зміни значень кута  $\bar{\eta}$ , який відповідає максимуму сили P<sub>1</sub> при зміні параметрів y і  $\varepsilon_R$ .

Таблиця 1

Значення кута  $\bar{\eta}$  для сили P<sub>1</sub> при зміні параметрів y і  $\varepsilon_R$

Число зубів фрези z	Значення кута $\bar{\eta}$ за умови y = 0,75			Значення кута $\bar{\eta}$ за умови $\varepsilon_R = 0,3$		
	$\varepsilon_R = 0,1$	$\varepsilon_R = 0,3$	$\varepsilon_R = 0,5$	y = 0,55	y = 0,75	y = 0,95
3	60° ( $\pi/z$ )					
11	16,36° ( $\pi/z$ )					
21	8,57° ( $\pi/z$ )					
2	43,7692	49,4173	54,612	45,2768	49,4173	52,646
10	5,4917	5,7444	6,0109	4,9118	5,7444	6,3899
20	2,6771	2,7379	2,8005	2,3364	2,7379	3,0491

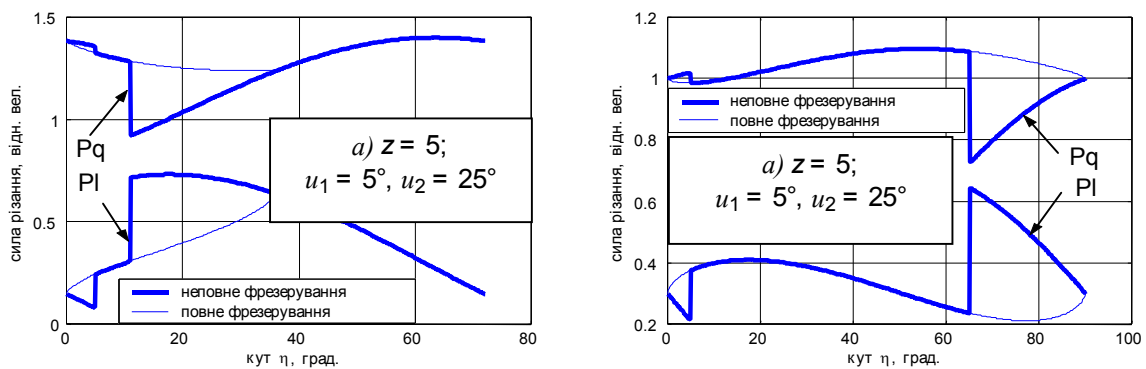


Рис. 5. Миттєві значення P<sub>1</sub> та P<sub>q</sub> за один цикл зміни сили різання ( $\eta = 0, \dots, \zeta$ ) при повному торцевому фрезеруванні фрезами з числом зубів: а – z = 5; б – z = 4

Δανί ρεζυλτάτι βίδνοσηά τήλκί δο πώνογο φρέζερυαννί. Πωδίβιμοσηά, οίο βίδβυαέτσηά ίζ σίλαμν  $P_q$  ί  $P_l$  πρν νηπώνομο φρέζερυαννί. Δύα τώοο πωβυδοέμο γράφίκν ζα υμοβν, οίο κυτί  $\theta_1 \neq 0$  ί  $\theta_2 \neq 0$  (δνβ. ρνς. 2). Ανάλζζ τνχ γράφίκν (ρνς. 5) πωκαζαβ, οίο πρν νηπώνομο φρέζερυαννί ροζμαχ σνλ ζροταέ. Τομο πρν ροζραυνοκαχ να μίκννίσηά σταυτί οίε βήλση βαζλίβνμν ζνναννί πρν μνττεβή μασνμάλννί ζνναννί πωζδωβζννίχ τα πωπερχννίχ σνλ ρίζαννί.

Τακνμ τννομο, μωζνα στερδζυατί, οίο μωζλίβν βνζνατννί ζνναννί μνττεβογο κυτα πωворοτυ ζυβα φρέζν πρν τωρτςεβομο φρέζερυαννί, στερννννί ρυαδ ματματννίτννίχ μωδελεν ί να ίχ οςνοβή νωμογραμο, α ζννατννί, μωζνα βνζνατννί ί πίκωβν ζνναννί πωπερχννίη τα πωζδωβζννίη σνλ ρίζαννί.

**ΛΙΤΕΡΑΤΥΡΑ:**

1. *Δυοшнский В.В.* Μασνμάλννννννν σνλν ρεζαννί πρν τωρτςεβομο φρέζερυαννί // Mechanics'98, Proceedings of the International Scientific Conference, vol. 1, 199–211, Rzeszow, 1998.
2. *Вульф А.М.* Ρεζαννί μετalloν. – Ιζδ. 2-ε. – Λ.: Μασννοστροοννί, 1973.
3. *Розенберг А.М.* Δνναμνκα φρέζερυαννί. – Μ.: Σοветская наука, 1945.
4. Ρεζαννί μετalloν ί νστρουμνнт / Πωд ρεδ. Α.Μ. Ροζεμβεργа // Сб. τρυδων ΤΠΙ. – Μ.: Μασννοστροοнн, 1964.
5. *Рудник С.С.* Οςνοβν τεορννί φρέζερυαννί. Τ. 1. – Κ., 1962.
6. *Рудник С.С.* Υτοτννννν ραςτεα μασνμάλννννν σνλ ρεζαννί ί ναοβήλσηχ δωπυοσνμνννν πωδατ πρн τωρτςεβομο φρέζερυαννί // Сб. "Высокопроизводительное резание в машиностроении". – Μ.: Науκα, 1966.

ΔΥΟШНСЬΚΙЙ Βλαδλεν Βίκτωροβντς – δωκτωρ τεχνννίτννίχ ναυκ, πρωφωοορ Νατννννλννογο τεχνννίτνννογο υνννβερσντету Υκράνнν "ΚΠΠ".

Ναυκωβν ίντερεοι:

– πρωβλεμν οβροβκν ρίζαννίαμ.

ΒΕЦΚΟ Υορννί Μνχαυλοβντς – ασπνραντ Νατννννλννογο τεχνννίτνννογο υνννβερσντету Υκράннν "ΚΠΠ".

Ναυκωβν ίντερεοι:

– πρωβλεμν οβροβκν ρίζαννίαμ.

Πωδανο 20.09.2000