

В.Б. Струтинський, д.т.н., проф.
О.М. Кравець, ст. викл.
 Національний технічний університет України "КПІ"
С.К. Дем'яненко, ст. викл.
 Ізмаїльський інженерно-педагогічний інститут

**СПЕКТРАЛЬНИЙ АНАЛІЗ ФОРМИ ПОВЕРХНІ,
 ОДЕРЖАНОЇ ПРИ ОБРОБЦІ ЗАГОТОВОК ЗІ СПЕЦІАЛЬНИМ ПРОФІЛЕМ**

Запропонована методика визначення показників динамічної якості металорізального верстата, яка базується на використанні заготовок спеціального виду. Заготовки мають поверхні, сформовані у вигляді випадкових процесів із наперед визначеними статистичними характеристиками. Розроблено декілька видів заготовок, профіль яких реалізує стохастичні процеси різної структури. Наведено результат порівняння динамічних характеристик двох верстатів токарної групи.

Металорізальний верстат представляє собою складну динамічну систему, що містить сотні окремих масивних жорстких деталей, з'єднання яких між собою потребує створення прецизійних спряжень. Динамічні процеси, що супроводжують роботу металорізального верстата, відзначаються значною складністю. Це обумовлено нелінійними характеристиками основних елементів динамічної системи, зокрема контактних деформацій в прецизійних з'єднаннях деталей верстата. Динамічні процеси, які супроводжують роботу верстата, є стохастичними. Динамічна якість верстата визначає сталість руху інструмента і деталі, що обробляється, а також переміщення ланок системи при зовнішніх впливах, що змінюються у часі. Ці якості залежать від параметрів пружної системи, власних частот коливань, динамічної податливості ланок і схем їх навантаження.

Основними показниками динамічної якості верстата є:

- найбільший режим, що допускається сталістю різання при можливих відхиленнях його параметрів, зокрема найбільша ширина зрізу, що визначає продуктивність обробки;
- амплітуда відносних коливань інструмента і деталі по нормалі до поверхні, що обробляється при різанні і на холостому ході;
- швидкодія виконання допоміжних рухів елементів циклу обробки деталі;
- надійність безперервної автоматичної роботи верстата протягом досить тривалого часу;
- шум і коливання основи, на якій встановлений верстат.

Авторами запропонована методика визначення показників динамічної якості, що базується на використанні заготовок спеціального виду. Заготовки мають поверхні, сформовані у вигляді випадкових процесів із наперед визначеними статистичними характеристиками.

Базова заготовка із випадковим профілем має на своїй поверхні прямокутні виступи, висота яких є випадковою величиною (рис. 1).

Контур заготовки представляє собою випадковий процес у вигляді прямокутних виступів однакової ширини, висота яких змінюється як випадкова величина з нормальним законом розподілу. Визначимо статистичні характеристики даного випадкового процесу, а саме: кореляційну функцію і спектральну густину.

Тривалість імпульсу позначимо як γT , середнє значення амплітуди імпульсу –

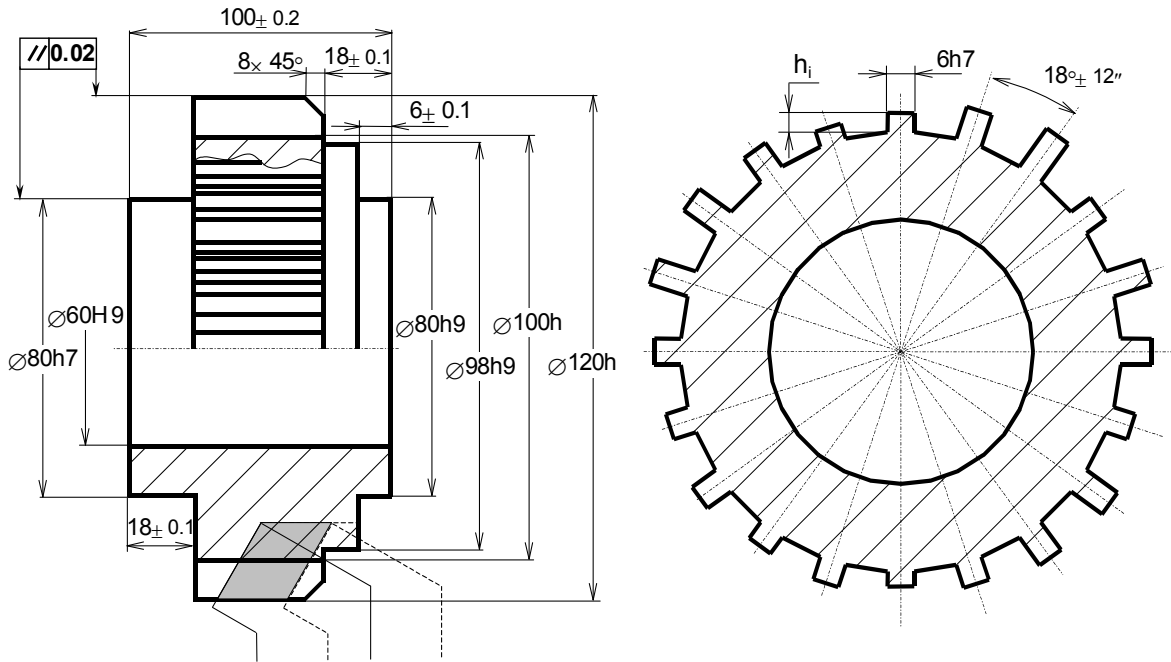
$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i .$$

Середньоквадратичне значення амплітуди імпульсів дорівнює

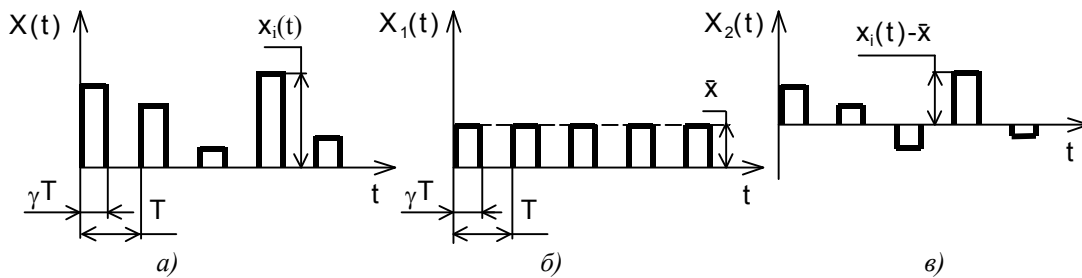
$$x_{ск} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2} .$$

Розглянемо періодичні імпульси, які діють з кроком T (рис. 2, а).

Розкладемо випадковий процес на дві складові: $X(t) = X_1(t) + X_2(t)$. Першу складову $X_1(t)$ виберемо у вигляді постійних імпульсів, амплітуда яких дорівнює середньому значенню \bar{x} (рис. 2, б). Другу складову визначимо як центрований випадковий процес у вигляді імпульсів випадкової амплітуди (рис. 2, в).



Ρις. 1. Εκις βαιοί ζατοβκι ζ πραιοκτινιμι βιςτυπαιμι, βιςτοι ζακιζ ε βιπαδοκοι βελιτινιοι



Ρις. 2. Βιπαδοκοι πραιοζ, ζο βιδοβαιοζ ζατοβκι ζ περιδοιτινιμι ιμпульςαιι οδνακοι βελιτινιοι ι βιπαδοκοι αμπλιτυδι (α), τα ζκλαδοι πραιοζοι υ βιγλιδι οδνακοι ιμпульςοι (β) τα βιπαδοκοι ιμпульςοι, μαματιτικοι ζποδιβαννιο ζακιζ οοριβνιοε ζυλο (ε)

Σκλαδοι $X_1(t)$ ροζκλαδοι υ ριαδ Φυρ'ε υ κομπλεξνιι φορμι:

$$X_1(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} C_k e^{j \frac{2\pi k t}{T}}, \quad j = \sqrt{-1},$$

δε C_k – κομπλεξνι κοεφιοιεντι ριαδι; T – περιδο ιμпульςοι.

Ζγλιδο ζ [1], μοδυλι κομπλεξνι κοεφιοιεντι ριβνι

$$|C_k| = \left| \frac{\bar{x}}{k\pi} \sin(k\pi\gamma) \right|,$$

δε γ – κοεφιοιεντι ζπριοιι ιμпульςοι (ρις. 2, α).

Βραιουοι, ζο ζπекτραλνι γυςτινι γαρμονικοι φοκτιοι βιδοβαιοζ δельта-φοκτιοι [1], οδρζοιμο δε οκραιοι γαρμονικι

$$x_k(t) = C_k e^{j \frac{2\pi k t}{T}}$$

ζπекτραλνι γυςτινι

$$S_k(\omega) = \frac{\pi}{2} |C_k|^2 \delta\left(\omega - \frac{2\pi k}{T}\right).$$

Ζβιδοι, ζπекτραλνι γυςτινι ζκλαδοι $X_1(t)$ μαε βιγλιδι λινιιζατογο ζπектра ι βιζνιζαοιζα ζα φορ-μοιυοι:

$$S_1(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{\bar{x}^2 \sin^2(k\pi\gamma)}{2\pi k^2} \delta\left(\omega - \frac{2\pi k}{T}\right).$$

Спектральна густина випадкової складової $X_2(t)$, згідно з [1], визначається залежністю:

$$S_2(\omega) = \frac{4\sigma^2 \sin\left(\frac{\omega\gamma T}{2}\right)}{T\omega^2},$$

де

$$\sigma = \sqrt{x_{ck}^2 - \bar{x}^2}.$$

Спектральні характеристики, що визначають випадкові зміни контуру базової заготовки розраховані для конкретних геометричних параметрів контуру, наведені на рис. 3. Враховуючи, що функція спектральної густини парна, тобто

$$S(\omega) = S(-\omega),$$

можна розглянути функцію тільки в інтервалі $\omega \in [0, +\infty[$.

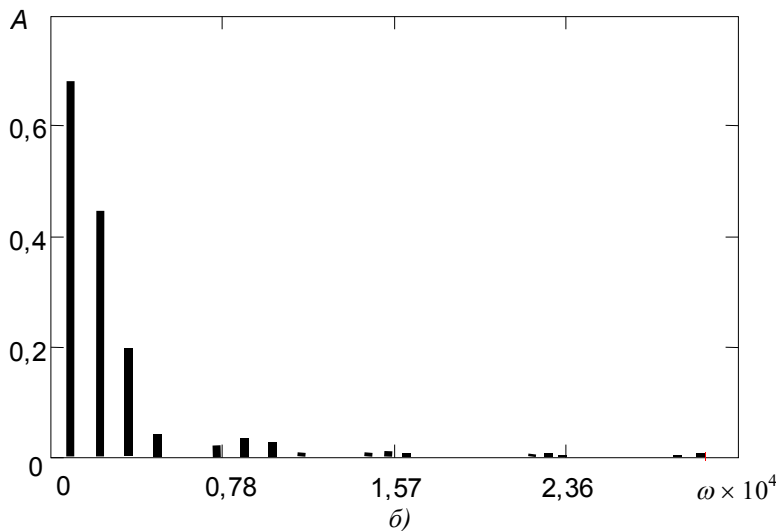
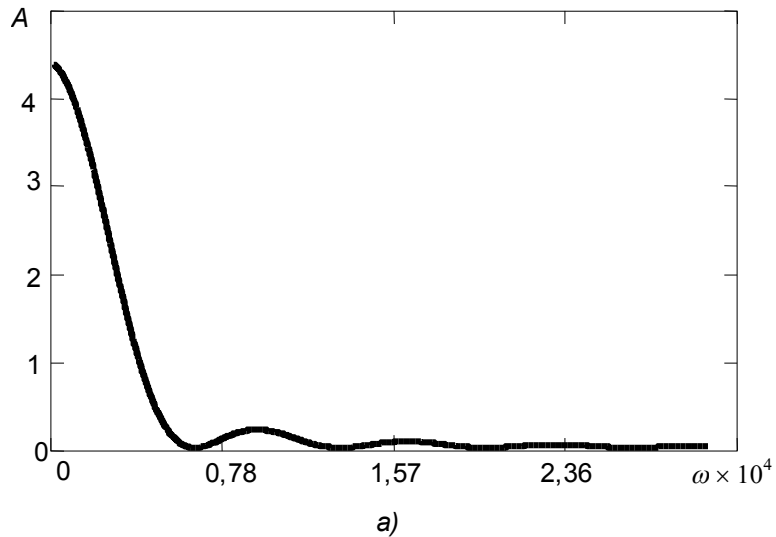
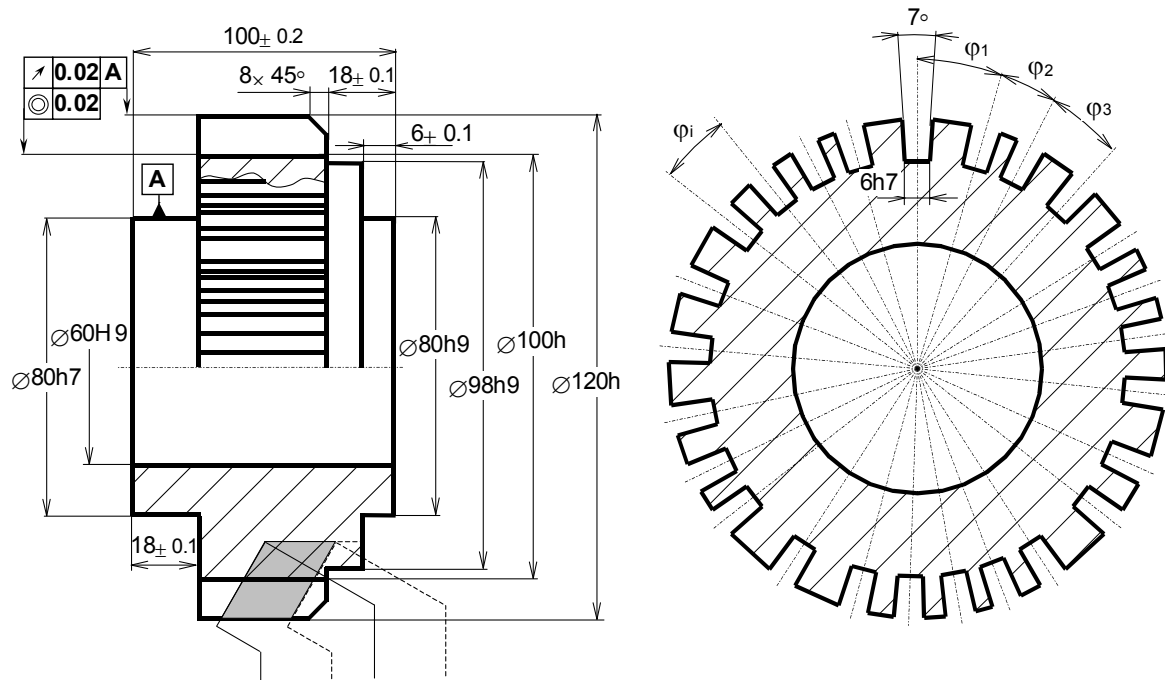


Рис. 3. Спектральні густини періодичної складової (а) та центрованої випадкової складової (б) випадкового процесу, що описує контур заготовки

Разом з базовою заготовкою розроблені заготовки з випадковими профілями іншого виду. На рис. 4 представлено креслення заготовки з прямокутними виступами різної ширини. Канавки між виступами мають постійну ширину, а ширина виступів є змінною випадковою величиною з нормальним законом розподілу.

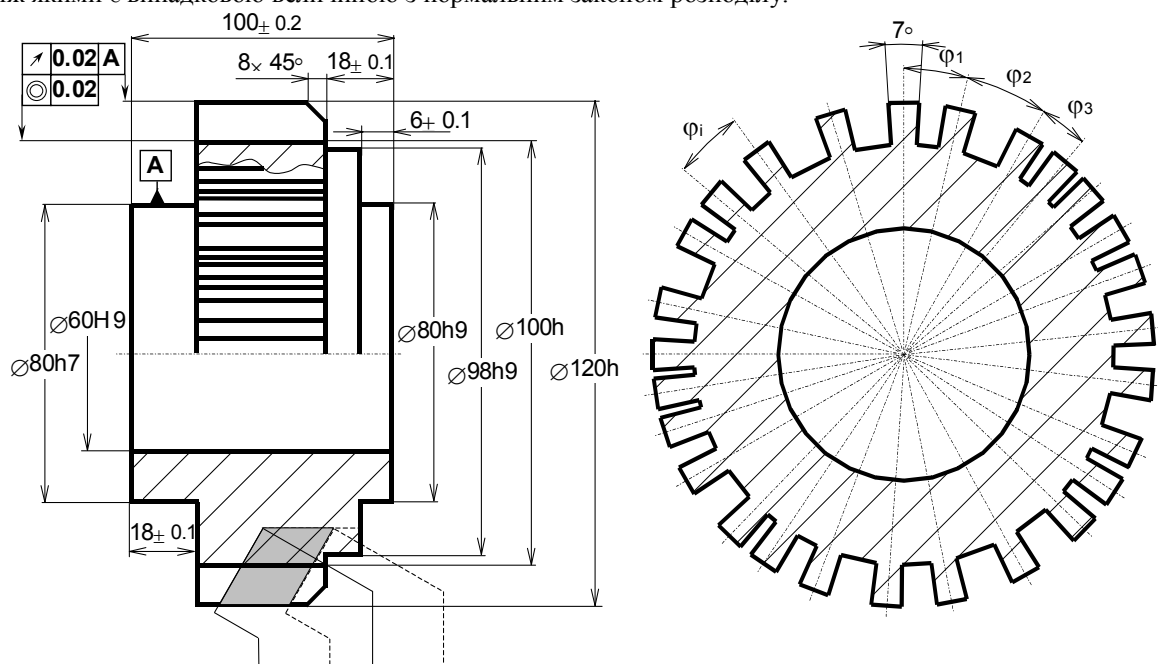


Ρις. 4. Κρεσλέννα ζαγόττωκι ζ ραδίαλνιμι βιςττωπυμι, ζιρηνι ζυκι ζ βιπαόκτωβου βελιόυνου

Οςοβλιόυνου ζαγόττωκι ε όεζυα βιόμνιόυνι όορμι βιςττωπυ βιό πρζυαοκττωνι όορμι. ζε οβυωβιόυνου οςοβλιόυνουμι τεονωλόγικου πρζυοου βιόττωβιόυνου ζαγόττωκι. Καναβκι μζυ βιςττωπυμι οβρζυόυνουζυ όιςκοβου όρζυοζυ ποςόττωινι ζα οόιν πρζυοό, όому βιςττωπυμι μζυοττω νεβελικε ροζζιρηνι ζυ νζπρζυακту ζβιόζζηνι ραόιου ζαγόττωκι.

Πρζυ βιόττωβιόυνου ζαγόττωκι βιόκρζυοζυβυλαζυ ζπζυαόυνου τεονωλόγυ, ι ποοιβκζυ βιόκρζυοζυ ροζζιόυνι ζιρηνι βιςττωπυμι ι πζυζυ βυλα ζβεόυνου ζα όόινι...±0,05 μμ. Νομζνιόυνι ζυςεόυνουζυ ζιρηνι βιςττωπυμι ζα πζυζυ βυλα ζαόαόυ 6 μμ, ζ βιςοτι βιςττωπυμι – 10 μμ. όому μζυζυμζνιόυνι βιόόιζυ βιόόιζυ ζαόαόυνου ζαόαόυνου βιπαόκτωβου πρζυοου νε περζυβιζυβυ 8 %. ζερζυόυνι βιόόιζυ βιόόιζυ βυλα ζνιόζυ μζνιζυ ι ζαόαόυ 1...3 % βιό ροζζυοζυβυ νομζνιόυνι ροζζιόυνι.

Να ρις. 5 ποζυζυοζυ ζρζυόυνι βιπαόκτωβου ζαγόττωκι ζ οόζυαοκττωνι βιςττωπυμι, ζιρηνι καναβκι μζυ ζυκιμι ε βιπαόκτωβου βελιόυνου ζ νορμζλνιζυ ζαόαόυνου ροζζιόυνου.



Ρις. 5. Κρεσλέννα ζαγόττωκι ζ οόζυαοκττωνι βιςττωπυμι, βιόόιζυ μζυ ζυκιμι ε βιπαόκτωβου βελιόυνου

Βςυ ροζζυόυνουζυ ζαγόττωκι βιόκρζυοζυβυ ζαόαόυνου ζ μζυοττω οόζυαοκττωνι πρζυοου ζαόρζυιόυνου βι παόρυνι βερζυαόα.

Обробка заготовок виконувалась на токарно-гвинторізному верстаті мод. КА280.

В процесі обробки вимірювалися параметри вібрацій різця та корпусу шпиндельної бабки.

Вимірювання форми обробленої поверхні виконувалися на кругломірі. На рис. 6 наведено одержані круглограми обробленої поверхні.

В результаті аналізу круглограм встановлено, що форма поверхні в різних перерізах є ідентичною. Геометричні параметри перерізів відрізняються на величину незначних випадкових флуктуацій. Порівняння різних перерізів (див. рис. 6, а, б, в) показує, що ці флуктуації є незначними. Це явище має місце при обробці всіх видів заготовок. Виключенням є круглограма, наведена на рис. 6, з. На цій круглограмі наявні зміни контуру поверхні у вигляді викидів значної амплітуди. Ця круглограма відповідає перерізу, в якому було здійснено зупинку супорта верстата з подальшим продовженням процесу обробки. В цьому перерізі наявний суттєво нестационарний перехідний процес при стационарному стохастичному вході.

Разом із наведеними раніше заготовками використовувалися заготовки ступінчастої форми, профіль якої було сформовано як комбінацію двох випадкових процесів. Відстань між ступінцями формувалась як випадкова величина розподілена за законом Пуассона, а висота ступіней є випадковою величиною, сформованою за нормальним законом розподілу (рис. 7).

Для заготовки з контуром у вигляді процесу Пуассона визначені статистичні характеристики. Зокрема, кореляційна функція даного процесу має вигляд [1]:

$$R(\tau) = D e^{-\frac{|\tau|}{T_n}}$$

де D – дисперсія амплітудних значень радіальної координати профілю; T_n – середня тривалість ступіні на поверхні заготовки.

Спектральна густина процесу рівна

$$S(\omega) = \frac{2T_n D}{1 + \omega^2 T_n^2}$$

Циліндрична поверхня, одержана в результаті обробки даної заготовки, також мала характерну хвилястість. Параметри поверхні змінювалися випадковим чином по довжині деталі.

В результаті експериментальних вимірювань круглограм одержані статистичні характеристики зміни форми перерізу по довжині деталі. На рис. 8 наведена смуга розташування перерізів, їх математичне сподівання та автокореляційні (коваріаційні) функції зміни радіальних координат в залежності від відстані між сусідніми перерізами.

Значення цих функцій розраховується за формулою [2]:

$$R(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (x_k(t) - \mu(t))(x_k(t + \tau) - \mu(t + \tau)),$$

де $x_k(t)$, $x_k(t + \tau)$ – радіальні координати контуру обробленої поверхні в k -му перерізі відповідно в момент часу t та в момент часу $(t + \tau)$; $\mu(t)$, $\mu(t + \tau)$ – математичне сподівання радіальної координати контуру обробленої поверхні в момент часу t та $(t + \tau)$ відповідно; N – кількість перерізів, в яких вимірювалися радіальні координати обробленої поверхні.

Ширина смуги, в якій розташовані різні перерізи обробленої поверхні, мало змінюється в тангенціальному напрямку. В той же час зміни кореляційних властивостей у поздовжньому напрямку є досить суттєвими. Зміни кореляційної функції мають груповий характер по полярному куту (рис. 9).

Контур перерізу обробленої поверхні представляє собою циклічний випадковий процес. Для дослідження параметрів цього процесу виконано його спектральний аналіз. Контур представляє собою складну полігармонічну функцію. Цю функцію можна вважати періодичною з періодом 2π . Спектр контуру є лінійчатим. Його одержано з використанням процедури швидкого перетворення Фур'є за допомогою засобів пакету MathCAD (рис. 10).

Спектральний аналіз форми контуру дає можливість порівняти показники динамічної якості двох токарних верстатів. На рис. 11 наведені круглограми двох типових перерізів обробленої поверхні. Поверхні одержані обробкою однієї й тієї ж заготовки з випадковим профілем на різних верстатах.

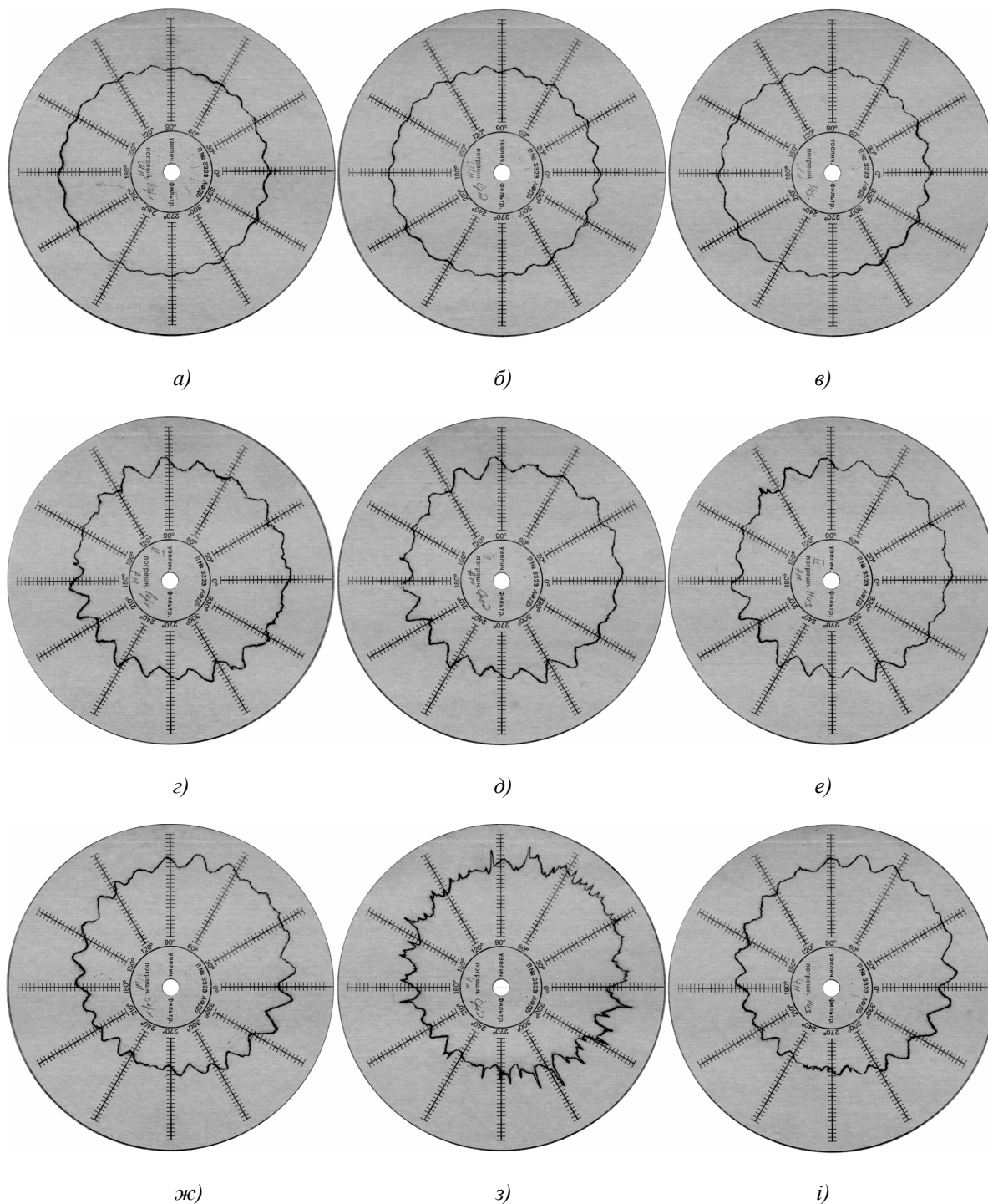


Рис. 6. Круглограммы поверхностей, обработанных на верстате КА280, при имитационных навантажениях разного вида: а, б, в – обработка заготовки с прямоугольными выступами, ширина яких є випадковою величиною з нормальним законом розподілу; г, д, е – обработка заготовки с прямоугольными выступами, высота яких є випадковою величиною з нормальним законом розподілу; ж, з, і – обработка заготовки с одинаковыми прямоугольными выступами, ширина пазів між якими є випадковою величиною з нормальним законом розподілу

Визначені розбіжності форми контурів обробленої поверхні на різних інтервалах зміни полярних кутів. В цілому розбіжність круглограм за амплітудою знаходиться в межах 6...8 мкм. На ділянках підвищеної коливальності процесів розбіжність досягає 8...12 мкм. Фазове зміщення основних максимумів та мінімумів обох круглограм становить не більше 10°...20°. Для аналізу точності обробки на круглограмах визначено базове коло, діаметр якого відповідає середньому значенню радіальної координати поверхні, обробленої на верстаті 1К62. Відхилення радіальних координат поверхні, обробленої на верстаті КА280,

має постійну від'ємну складову близько 2...3 мкм. Розмахи коливань круглограм складають: для верстата 1К62 – 17 мкм; для верстата КА280 – 7 мкм. Для аналізу частотного складу круглограм знайдені їх лінійчаті спектри амплітуд (рис. 12).

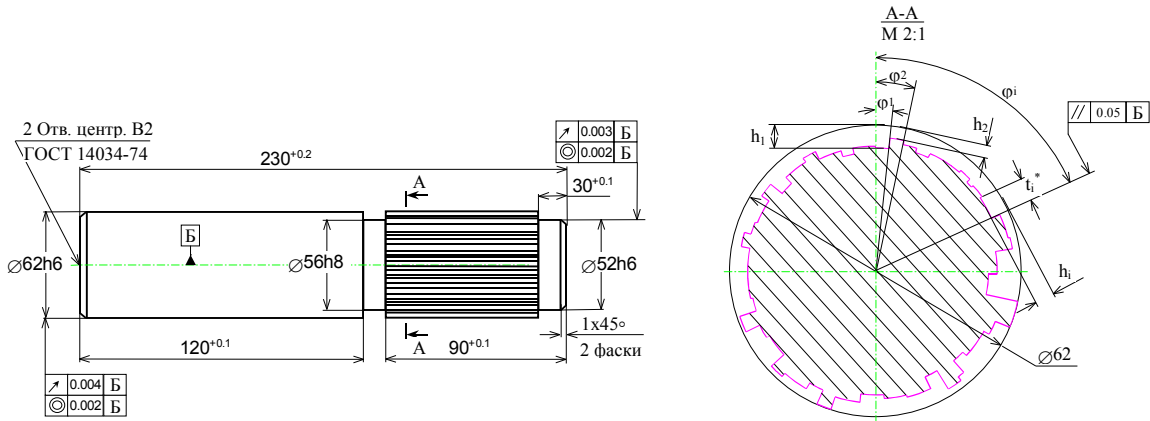


Рис. 7. Креслення заготовки, контур якої відповідає випадковому процесу Пуассона

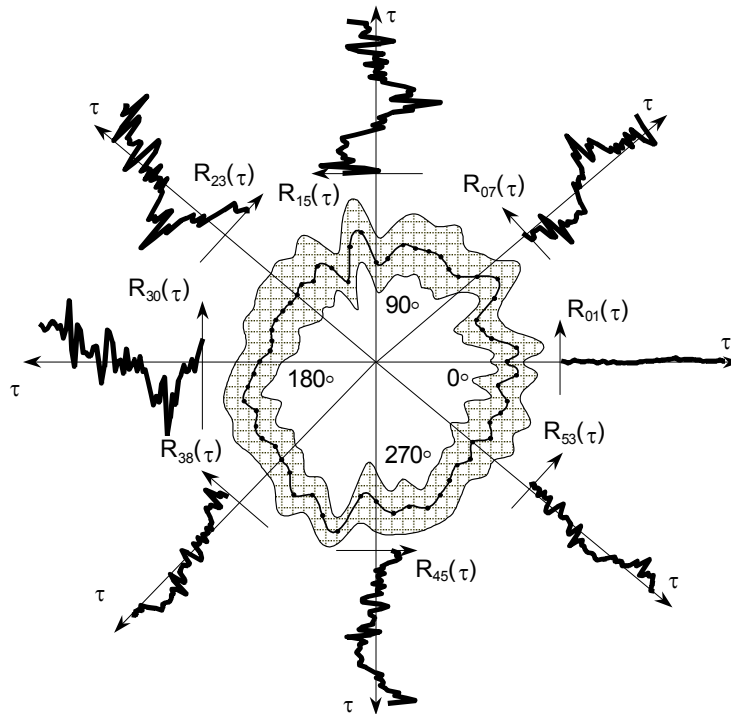


Рис. 8. Коваріаційні функції випадкового процесу зміни радіальної координати контура обробленої поверхні

Спектри амплітуд знайдені шляхом застосування процедури швидкого дискретного перетворення Фур'є до масиву значень радіальної координати кожної круглограми. Прийнято об'єм масиву дискретних значень в кількості 4096 (2¹²). Для одержання даного масиву використана сплайн-інтерполяція експериментально визначених круглограм.

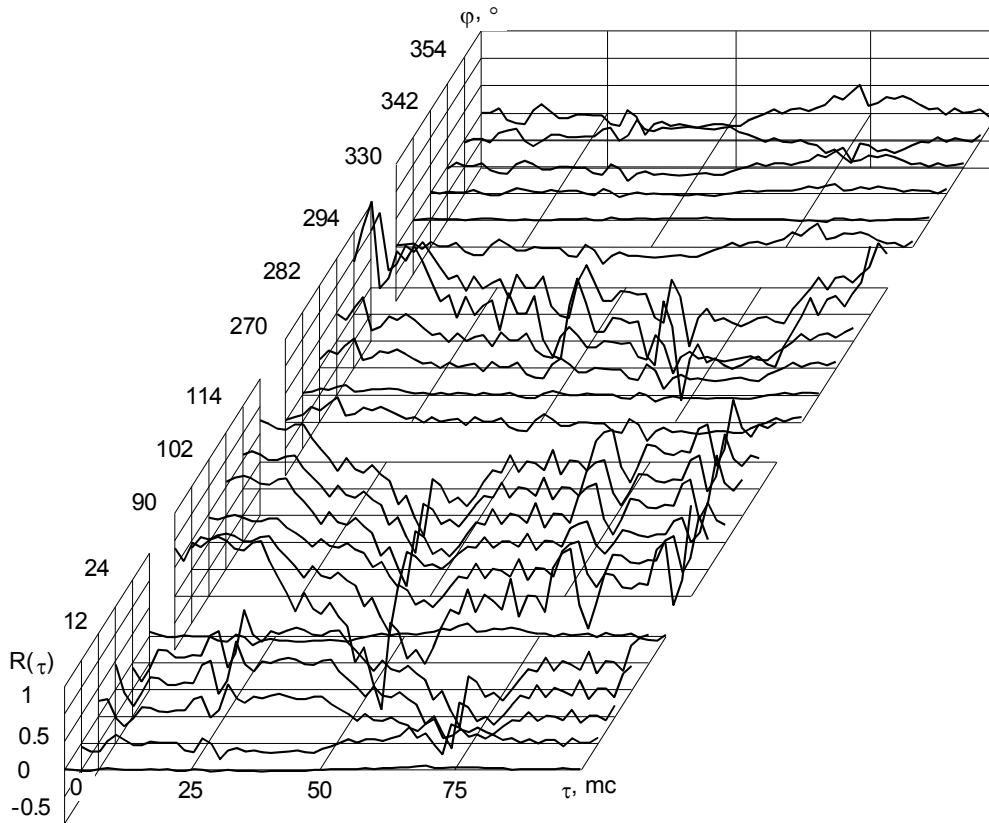


Рис. 9. Поточкова діаграма автокореляційних функцій параметрів випадкового процесу зміни радіальної координати контуру обробленої поверхні при вимірюванні безпосередньо на верстаті, визначена для різних полярних кутів φ

```
bsf := stack(bs, submatrix(bs, 1, 3, 1, 1))  c := fft(bsf)  A := last(c)  i := 1..A  w := 1..8
```

$$ff_i := \sqrt{\text{Re } c_i^2 + \text{Im } c_i^2}$$

$$\varphi_w := \frac{360}{c_w} \quad \tau := \frac{60}{630}$$

$$T_w := \frac{\varphi_w \cdot \tau}{360} \quad f_w := \frac{1}{T_w}$$

$\varphi =$	180	120	36	27.6	25.7	20	17.1	14.4	град	$T =$	48	32	9.5	7.3	6.8	5.3	4.5	3.8	мс	$f =$	21	31.5	105	136.5	147	189	220.5	262.5	Гц
-------------	-----	-----	----	------	------	----	------	------	------	-------	----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	-------	----	------	-----	-------	-----	-----	-------	-------	----

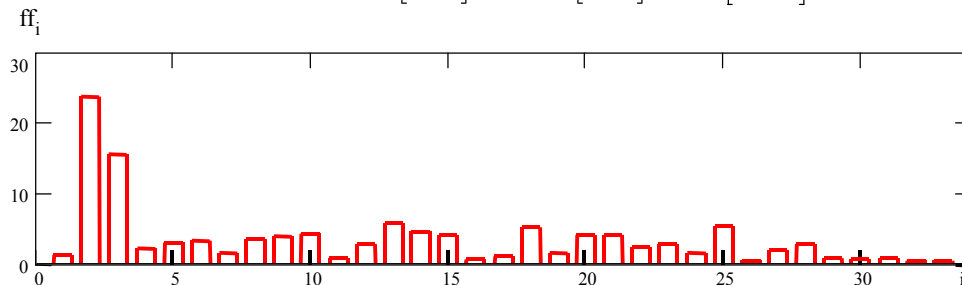


Рис. 10. Фрагмент програми пакету MathCAD та результати розрахунків спектра циклічних випадкових контурів перерізів обробленої циліндричної поверхні: ff_i – модуль амплітуди i -ї гармоніки дискретного розкладу за схемою швидкого перетворення Фур'є; φ – вектор полярних кутів, що відповідає першим восьми гармонікам розкладу; T – вектор періодів коливань контуру; f – вектор частот перших восьми складових розкладу

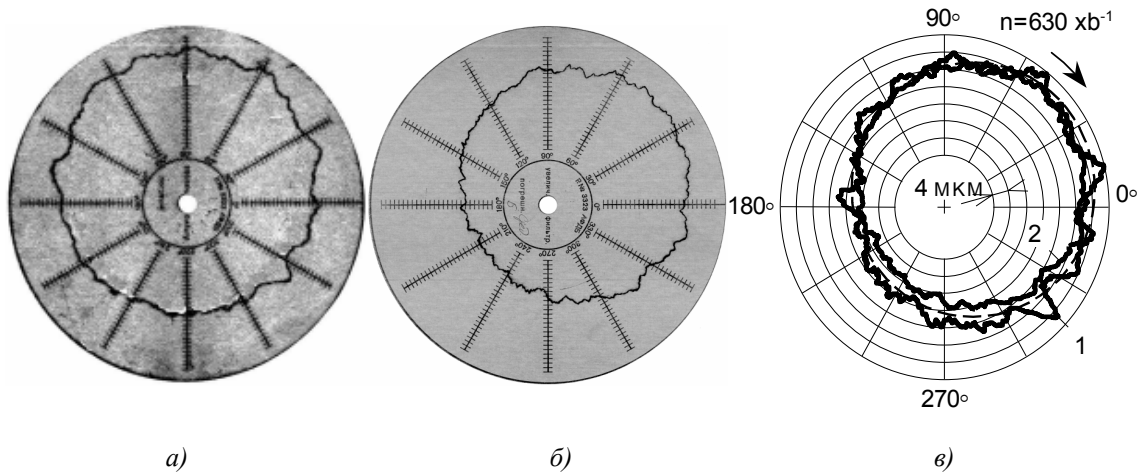


Рис. 11. Порівняння експериментально визначених круглограм поверхонь, одержаних в результаті обробки на верстатах ІК62 та КА280, при імітаційному навантаженні у вигляді процесу Пуассона: а – круглограма поверхні, обробленої на верстаті ІК62; б – круглограма поверхні, обробленої на верстаті КА280; в – порівняння контурів поверхонь шляхом приведення до єдиної системи відліку (крива 1 – верстат ІК62, крива 2 – верстат КА280)

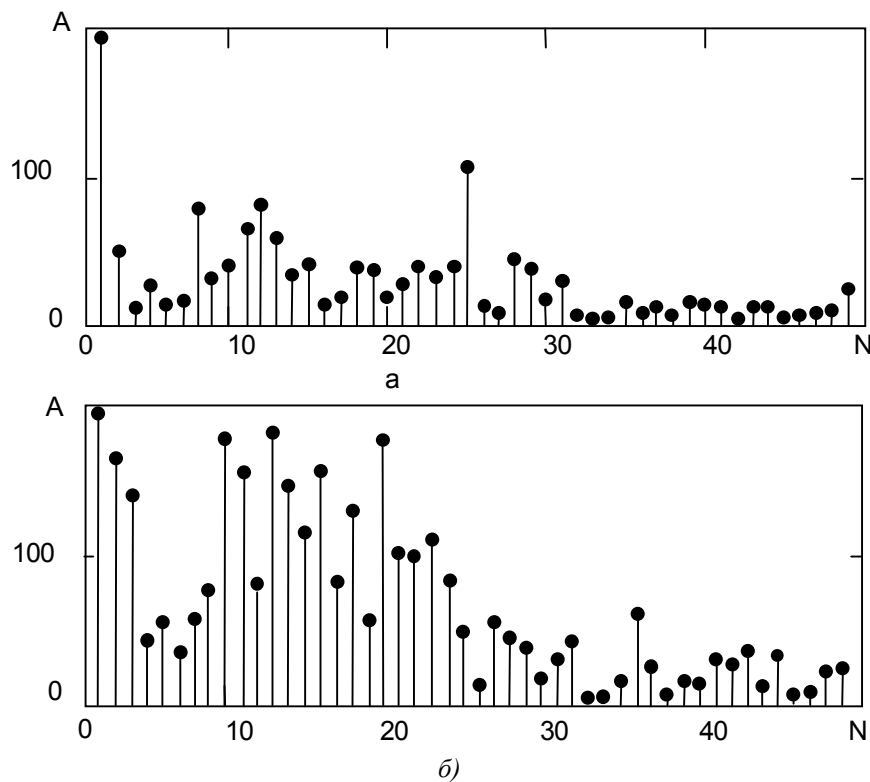


Рис. 12. Лінійчаті спектри амплітуд визначених експериментально круглограм поверхні, обробленої на верстатах ІК62 (б) та КА280 (а)

З аналізу спектрів випливає що обидві круглограми мають дві різномірні за порядком значення амплітуди групи гармонік – низькочастотну, яка включає гармоніки до 25-ї (до частоти близько 150 Гц), та високочастотну з гармоніками №№ 25–100. Середні значення амплітуд гармонік низькочастотної частини спектра приблизно в 5...10 разів більші за середні значення амплітуд високочастотних гармонік. Це співвідношення має місце для поверхонь, оброблених на обох верстатах. Порівнюючи амплітуди гармонік одного номера для двох круглограм, можна зробити висновок, що амплітуди гармонічних складових контура поверхні при обробці на верстаті ІК62 в 2...4 рази більші за відповідні амплітуди поверхні, об-

робленої на верстаті КА280. Це пояснюється суттєво вищим рівнем вібрацій елементів динамічної системи відремонтованого верстата 1К62 в порівнянні з новим верстатом КА280.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Основы автоматического управления / Под. ред. В.С. Пугачева. – М.: Наука, 1963. – 648 с.
2. Прикладной анализ случайных данных: Пер. с англ. Бендат Дж., Пирсол А. – М.: Мир, 1989. – 540 с.

СТРУТИНСЬКИЙ Василь Борисович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри "Конструювання верстатів та машин" Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

Наукові інтереси:

- статистична динаміка машин;
- системи приводів;
- математичне моделювання технічних систем і процесів.

КРАВЕЦЬ Олександр Михайлович – старший викладач кафедри "Конструювання верстатів та машин" Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

Наукові інтереси:

- математичне моделювання технічних систем і процесів.

ДЕМ'ЯНЕНКО Сергій Касянович – старший викладач Ізмаїльського інженерно-педагогічного інституту.

Наукові інтереси:

- конструювання металорізальних верстатів.

Подано 15.09.2000