ІНФОРМАТИКА, ОБЧИСЛЮВАЛЬНА ТЕХНІКА ТА АВТОМАТИЗАЦІЯ

УДК 681.325

О.В. Білошицький, магістрант
Т.М. Локтікова, ст. викл.
Житомирський інженерно-технологічний інститут
О.П. Царьов, д.т.н., ад'юнкт
Щецинський технічний університет (Польща)

ПРО ОДИН З ПАРАЛЕЛЬНИХ АЛГОРИТМІВ ДВОВИМІРНОЇ ЗГОРТКИ

Пропонується алгоритм, який мінімізує загальну кількість арифметичних операцій, що необхідні для виконання процедури двовимірної згортки, і передбачає векторизацію обчислювального процесу обробки інформації. Представлено відповідну графо-структурну модель.

Згортка двовимірних масивів є однією з найбільш поширених операцій обробки зображень цифровими методами. Ця процедура застосовується в більшості задач обробки відеоінформації: фільтрації, подавлення шуму, визначення контурів та ін.

Одним із методів підвищення ефективності реалізації двовимірної згортки є використання паралельних алгоритмів її обчислення.

У [1] було запропоновано два можливі варіанти розпаралелювання процесу обчислення згортки. У даній роботі розглядається ще один паралельний алгоритм.

Вихідними даними для виконання операції двовимірної згортки є два масиви:
масив вхідних даних

$$X_N = \left\| x_{k,l} \right\|, \quad k, l = \overline{0, N-1}$$

та масив вагових коефіцієнтів

$$\Phi_M = \left\| \phi_{i,j} \right\|, \quad i, j = \overline{0, M-1}, \quad M << N .$$

Формальний опис операції, яку необхідно виконати при двовимірній згортці, має вигляд:

$$y_{k,l} = \sum_i \sum_j x_{k+i,l+j} \cdot \phi_{i,j} . \tag{1}$$

Розглянемо спосіб організації обчислень при розв'язанні цієї задачі, який допускає векторизацію процесу обробки даних. При цьому будемо використовувати такі позначення:

$\oplus$ – знак тензорної суми матриць;

$\otimes$ – знак тензорного множення матриць;

Т – знак транспонування матриці.

Як і в [1], введемо у розгляд вектор

$$X = \left[X^{(0)}, X^{(1)}, X^{(2)}, \dots, X^{(N-1)} \right]^T ,$$

де $X^{(k)} = \left[x_{k,0}, x_{k,1}, \dots, x_{k,N-1} \right]^T$ – підвектор розміру $N \times 1$, що описує елементи k-го рядка масиву X_N.

При такому представленні вхідних даних організація обчислювального процесу ковзаючої згортки може бути представлена таким векторно-матричним виразом:

$$Y = A \cdot \left(\Phi \cdot \left(P \cdot X \right) \right). \tag{2}$$

Визначимо матричні конструкції, що входять до виразу (2).

P – матриця "глобального" мультиплексування, яка формується таким чином:

$$P = P^1 \oplus P^2 \oplus P^3 .$$

У свою чергу, матриця P^1 визначається так:

$$P^1 = \bigoplus_{r=0}^{M-2} P_r^1 = \left[\begin{array}{c|c|c|c} P_0^1 & 0 & \cdots & 0 \\ \hline 0 & P_1^1 & \cdots & 0 \\ \hline \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \hline 0 & 0 & \cdots & P_{M-2}^1 \end{array} \right];$$

$$P_r^1 = I_{r+1} \otimes P_{M(N-M+1)\times N} = \left[\begin{array}{c:c:c:c} P_{M(N-M+1)\times N} & 0 & \dots & 0 \\ \hdashline 0 & P_{M(N-M+1)\times N} & \dots & 0 \\ \hdashline \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hdashline 0 & 0 & \dots & P_{M(N-M+1)\times N} \end{array}\right];$$

$$P_{M(N-M+1)\times N} = \left[P_{M\times N}^{(0)}, P_{M\times N}^{(1)}, \dots, P_{M\times N}^{(N-M)}\right]^T;$$

$$P_{M\times N}^{(\alpha)} = V_{M\times N} \cdot I_N^{(\alpha\to)}; \quad \alpha = \overline{0, N-M};$$

$$V_{M\times N} = \left\|\theta_{m,n}\right\|, \ \theta_{m,n} = \begin{cases} 1, m = n, m = \overline{0, M-1} \\ 0, m \neq n, n = \overline{0, N-1} \end{cases},$$

де I – тут та в подальшому одинична матриця, порядок якої визначено нижнім індексом. Вираз $\alpha \to$ означає, що відповідну матрицю необхідно зсунути на α стовпців за напрямом, вказаним стрілкою.

Матриця $V_{M\times N}$ має такий загальний вигляд:

$$V_{M\times N} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Виходячи з цього, для різних α будемо мати:

$$P_{M\times N}^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$P_{M\times N}^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\vdots$$

$$P_{M\times N}^{(N-M)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Матрицю P^2 отримаємо, скориставшись виразами:

$$P^2_{M^2(N-M+1)(N-2(M-1))\times MN(N-2(M-1))} = I_{N-2(M-1)} \otimes P^2_{M^2(N-M+1)\times MN};$$

$$P^2_{M^2(N-M+1)\times MN} = I_M \otimes P_{M(N-M+1)\times N}.$$

Матриця P^3 визначається таким чином:

$$P^3 = \mathop{\oplus}_{s=0}^{M-2} P^3_{(M-s-2)} = \mathop{\oplus}_{s=0}^{M-2} P_t^3 = \left[\begin{array}{c:c:c:c} P^3_{M-2} & 0 & \cdots & 0 \\ \hdashline 0 & P^3_{M-3} & \cdots & 0 \\ \hdashline \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \hdashline 0 & 0 & \cdots & P_0^3 \end{array}\right]; \ t = M-s-2;$$

$$P_t^3 = I_{t+1} \otimes P_{M(N-M+1)\times N}.$$

$\Phi = \Phi^1 \oplus \Phi^2 \oplus \Phi^3$ – матриця вагових коефіцієнтів. Її складові визначаються так:

$$\Phi^1 = \mathop{\oplus}_{r=0}^{M-2} \Phi_r^1 = \left[\begin{array}{c:c:c:c} \Phi_0^1 & 0 & \cdots & 0 \\ \hdashline 0 & \Phi_1^1 & \cdots & 0 \\ \hdashline \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \hdashline 0 & 0 & \cdots & \Phi_{M-2}^1 \end{array}\right];$$

$$\Phi_r^1 = diag\left(\Phi_{M(N-M+1)}^{(r)}, \Phi_{M(N-M+1)}^{(r-1)}, \ldots, \Phi_{M(N-M+1)}^{(0)}\right) =$$

$$= \left[\begin{array}{c:c:c:c} \Phi_{M(N-M+1)}^{(r)} & 0 & \cdots & 0 \\ \hdashline 0 & \Phi_{M(N-M+1)}^{(r-1)} & \cdots & 0 \\ \hdashline \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \hdashline 0 & 0 & \cdots & \Phi_{M(N-M+1)}^{(0)} \end{array}\right];$$

$$\Phi_{M(N-M+1)}^{(i)} = I_{N-M+1} \otimes \Phi_M^{(i)} = \left[\begin{array}{c:c:c:c} \Phi_M^{(i)} & 0 & \cdots & 0 \\ \hdashline 0 & \Phi_M^{(i)} & \cdots & 0 \\ \hdashline \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \hdashline 0 & 0 & \cdots & \Phi_M^{(i)} \end{array}\right];$$

$$\Phi_M^{(i)} = diag\left(\phi_{i,0}, \phi_{i,1}, \ldots, \phi_{i,M-1}\right) = \begin{bmatrix} \phi_{i,0} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \phi_{i,1} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & \phi_{i,M-1} \end{bmatrix};$$

$$\Phi_{M^2(N-M+1)(N-2(M-1))}^{(2)} = I_{N-2(M-1)} \otimes \Phi_{M^2(N-M+1)}^{(2)};$$

$$\Phi_{M^2(N-M+1)}^{2} = diag\left(\Phi_{M(N-M+1)}^{(M-1)}, \Phi_{M(N-M+1)}^{(M-2)}, \ldots, \Phi_{M(N-M+1)}^{(0)}\right) =$$

$$= \left[\begin{array}{c:c:c:c} \Phi_{M(N-M+1)}^{(M-1)} & 0 & \cdots & 0 \\ \hdashline 0 & \Phi_{M(N-M+1)}^{(M-2)} & \cdots & 0 \\ \hdashline \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \hdashline 0 & 0 & \cdots & \Phi_{M(N-M+1)}^{(0)} \end{array}\right];$$

$$\Phi^3 = \mathop{\oplus}_{s=0}^{M-2} \Phi_{M-s-1}^3 = \mathop{\oplus}_{s=0}^{M-2} \Phi_t^3 = \left[\begin{array}{c:c:c:c} \Phi_{M-2}^3 & 0 & \cdots & 0 \\ \hdashline 0 & \Phi_{M-3}^3 & \cdots & 0 \\ \hdashline \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \hdashline 0 & 0 & \cdots & \Phi_0^3 \end{array}\right]; \quad t = M - s - 1;$$

$$\Phi_t^3 = diag\left(\Phi_{M(N-M+1)}^{(M-1)}, \Phi_{M(N-M+1)}^{(M-2)}, \ldots, \Phi_{M(N-M+1)}^{(M-t)}\right) =$$

$$= \left[\begin{array}{c:c:c:c} \Phi_{M(N-M+1)}^{(M-1)} & 0 & \cdots & 0 \\ \hdashline 0 & \Phi_{M(N-M+1)}^{(M-2)} & \cdots & 0 \\ \hdashline \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \hdashline 0 & 0 & \cdots & \Phi_{M(N-M+1)}^{(M-t)} \end{array}\right].$$

A – матриця додавання, яка формується таким чином:

$$A=\Big[V^{(1)}_{(N-M+1)^2\times M(N-M+1)},\ V^{(2)}_{(N-M+1)^2\times 2M(N-M+1)},\ \dots,\ V^{(M-1)}_{(N-M+1)^2\times (M-1)M(N-M+1)};$$
$$I^{(\leftarrow 0\cdot M)}_{(N-M+1)^2}\cdot V^{(M)}_{(N-M+1)^2\times M^2(N-M+1)},\ I^{(\leftarrow 1\cdot M)}_{(N-M+1)^2}\cdot V^{(M)}_{(N-M+1)^2\times M^2(N-M+1)},\ \dots;$$
$$I^{(\leftarrow (N-2M+1)\cdot M)}_{(N-M+1)^2}\cdot V_{(N-M+1)^2\times M^2(N-M+1)};\ Л^{(1)}_{(N-M+1)^2\times (M-1)M(N-M+1)};$$
$$Л^{(2)}_{(N-M+1)^2\times (M-2)M(N-M+1)},\ \dots,\ Л^{(M-1)}_{(N-M+1)^2\times M(N-M+1)}\Big].$$

Для визначення підматриці V скористаємося виразом:

$$V^{(i)}_{(N-M+1)^2\times iM(N-M+1)}=\left[\begin{array}{c} V^{(i)}_{i(N-M+1)\times iM(N-M+1)} \\ \hdashline 0_{(N-M+1)^2\times iM(N-M+1)}\end{array}\right],$$

де запис $\left[\begin{array}{c} V \\ \hdashline 0\end{array}\right]$ означає, що матриця V доповнюється до необхідного розміру нулями знизу;

$$V^{(i)}_{i(N-M+1)\times iM(N-M+1)}=I_i\otimes I_{N-M+1}\otimes L_M=$$

$$=\left[\begin{array}{c:c:c:c}
\begin{matrix} L_M & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & L_M & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & L_M \end{matrix} & 0 & \cdots & 0 \\ \hdashline
0 & \begin{matrix} L_M & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & L_M & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & L_M \end{matrix} & \cdots & 0 \\ \hdashline
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \hdashline
0 & 0 & \cdots & \begin{matrix} L_M & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & L_M & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & L_M \end{matrix}
\end{array}\right],$$

де $L_M=[1,1,\dots,1]$ – вектор-рядок розміру M, елементами якого є одиниці.

Позначимо

$$Q_{N-M+1\times M(N-M+1)}=\begin{bmatrix} L_M & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & L_M & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & L_M \end{bmatrix}.$$

Тоді

$$V^{(i)}_{i(N-M+1)\times iM(N-M+1)}=\left[\begin{array}{c:c:c:c}
Q_{N-M+1\times M(N-M+1)} & 0 & \cdots & 0 \\ \hdashline
0 & Q_{N-M+1\times M(N-M+1)} & \cdots & 0 \\ \hdashline
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \hdashline
0 & 0 & \cdots & Q_{N-M+1\times M(N-M+1)}
\end{array}\right],$$

а

$$V^{(i)}_{(N-M+1)^2\times iM(N-M+1)}=\left[\begin{array}{c:c:c:c}
Q_{N-M+1\times M(N-M+1)} & 0 & \cdots & 0 \\ \hdashline
0 & Q_{N-M+1\times M(N-M+1)} & \cdots & 0 \\ \hdashline
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \hdashline
0 & 0 & \cdots & Q_{N-M+1\times M(N-M+1)} \\ \hdashline
0 & 0 & \cdots & 0 \\ \hdashline
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \hdashline
0 & 0 & \cdots & 0
\end{array}\right].$$

Підматриці Л визначаються подібним чином:

$$Л^{(i)}_{(N-M+1)^2\times iM(N-M+1)} = \left[\begin{array}{c} 0_{(N-M+1)^2\times iM(N-M+1)} \\ \hline Л^{(i)}_{i(N-M+1)\times iM(N-M+1)} \end{array}\right],$$

де запис $\left[\begin{array}{c} 0 \\ \hline Л \end{array}\right]$ означає, що матриця Л доповнена до необхідного розміру нулями зверху;

$$Л^{(i)}_{i(N-M+1)\times iM(N-M+1)} = I_i \otimes I_{N-M+1} \otimes L_M \ .$$

За аналогією отримаємо:

$$Л^{(i)}_{(N-M+1)^2\times iM(N-M+1)} = \left[\begin{array}{c|c|c|c} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \hline \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \hline 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \hline Q_{N-M+1\times M(N-M+1)} & 0 & \cdots & 0 \\ \hline 0 & Q_{N-M+1\times M(N-M+1)} & \cdots & 0 \\ \hline \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \hline 0 & 0 & \cdots & Q_{N-M+1\times M(N-M+1)} \end{array}\right].$$

Алгоритм, який реалізує вираз (2), зі структурою та способами додавання матриць, що входять до узагальненої векторно-матричної обчислювальної процедури та визначені для даного випадку, дозволяє проводити обробку даних по N каналам, які працюють незалежно.

На рис. 1 представлено графо-структурну модель, що ілюструє організацію обчислювального процесу обробки даних у відповідності до запропонованого алгоритму.

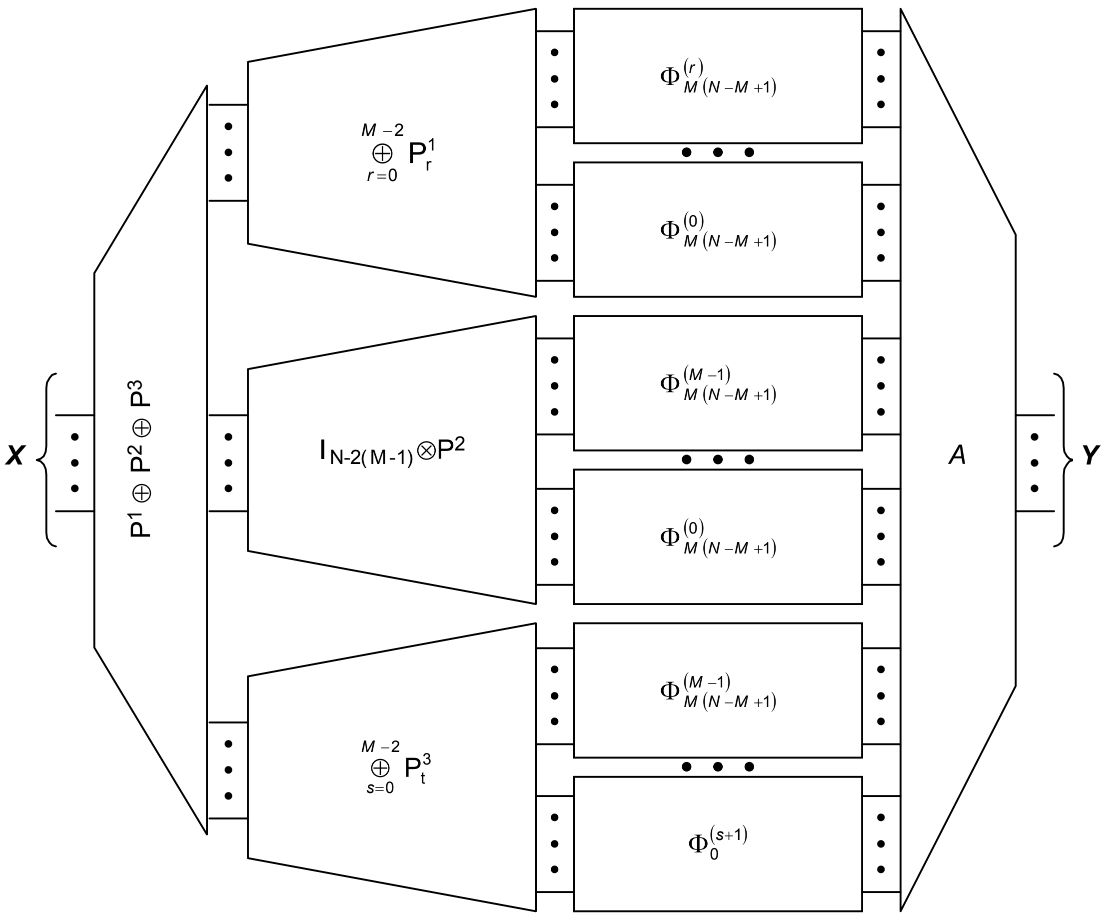

Рис. 1. Графо-структурна модель обчислювального процесу обробки даних

Таким чином, основою запропонованого способу розпаралелювання є множення кожного рядка масиву вхідних даних одразу на всі необхідні рядки масиву вагових коефіцієнтів. Але з наведеної графо-структурної моделі видно, що при виконанні операції двовимірної згортки при такому розпаралелюванні інформація ділиться на три паралельні потоки. Це пояснюється наявністю різної кількості операцій множення для різних рядків масиву вхідних даних. Так рядок $X^{(0)}$ множиться лише на перший рядок масиву Φ, рядок $X^{(1)}$ — на перший та другий рядки масиву Φ і так відбувається з першими $M-1$ рядками масиву X. Аналогічна процедура проводиться і з останніми $M-1$ рядками масиву X. Так рядок $X^{(N-1)}$ множиться на останній рядок масиву Φ, рядок $X^{(N-2)}$ — на останні два рядки масиву Φ і т. д. І лише кожний з рядків $X^{(M)}, X^{(M+1)}, \ldots, X^{(N-M)}$ множиться на всі рядки масиву вагових коефіцієнтів. Для множення відповідних рядків масивів використано паралельний алгоритм згортки векторів, описаний в [2].

Запропонований алгоритм може бути використаний при організації обчислення двовимірної згортки масивів в послідовних та послідовно-паралельних універсальних та спеціалізованих обчислювальних системах та середовищах.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Білошицький О.В., Локтікова Т.М., Царьов О.П.* Паралельні алгоритми двовимірної згортки // Вісник ЖІТІ. – 1999. – № 11 / Технічні науки. – С. 153–157.
2. *Царев А.П.* О распараллеливании процедуры свернутого умножения векторов в системах обработки сигналов // Программное и математическое обеспечение ЭВМ. – Кишинев: «ШТИИНЦА», 1990. – Вып. 115. – С. 108–114.

БІЛОШИЦЬКИЙ Олександр Вікторович – магістрант 5-го курсу факультету інформаційно-комп’ютерних технологій Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:

— комп’ютерна обробка сигналів.

ЛОКТІКОВА Тамара Миколаївна – старший викладач кафедри автоматики та управління в технічних системах Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:

— цифрова обробка зображень та розпізнавання образів.

ЦАРЬОВ Олександр Павлович – доктор технічних наук, ад’юнкт Щецинського технічного університету (Польща), грант № 16-085-0143/17-99-00.

Наукові інтереси:

— цифрова обробка сигналів.

Подано 14.09.2000