

**П.С. Борисов, курсант**  
**О.М. Кубрак, викл.**  
**В.Г. Парфенюк, к.т.н., доц.**

*Житомирський військовий інститут радіоелектроніки імені С.П. Корольова*

**МЕТОДИКА ЦИФРОВОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ СИГНАЛІВ ШЛЯХОМ ЗАСТОСУВАННЯ ПЕРЕТВОРЕНЬ ФУР'Є**

*Пропонується методика цифрової фільтрації сигналів шляхом застосування перетворювань Фур'є (ПФ). Вона дає можливість досить швидко та ефективно усунути завадові спектральні складові сигналу, які носять квазігармонічний характер. Наводяться результати фільтрації сигналів, що отримані шляхом математичного моделювання та обробки реальних даних.*

Задача частотної фільтрації сигналів, як правило, вирішується за допомогою апаратних засобів (різноманітних частотних фільтрів) [3, 5]. Це дає змогу заглушати завадові спектральні складові в частотній області.

При проведенні фільтрації цифровим способом виникає необхідність синтезу та моделювання обраного типу фільтра, що є досить складною задачею. На практиці часто використовують цифрові рекурсивні фільтри *n*-го порядку, які мають досить складну структуру та вносять додаткові небажані зміни в аналізований сигнал [4, 5].

Одним із можливих способів фільтрації сигналів є застосування алгоритмів прямого та зворотного перетворювань Фур'є з додатковими маніпуляціями.

Для того, щоб була можливість обробляти сигнал з використанням запропонованої методики, він повинен бути представлений у цифровому вигляді, наприклад, у вигляді файла даних. Дані у ньому мають містити інформацію про номер відліку сигналу (або поточний час) та його амплітуду, що відповідає цьому відліку.

Для зручності пояснення методики цифрової фільтрації сигналів (ЦФС) шляхом застосування перетворень Фур'є вона розділена на п'ять основних етапів.

Етап 1

Задаючи вхідні дані, необхідно вказати:

- ім'я файла, який містить інформацію про сигнал;
- проміжок часу, на якому буде проведено аналіз вхідного сигналу;
- вид перетворення Фур'є (дискретне або квазіінтегральне);
- частоту дискретизації сигналу  $f_d$  (для відображення спектра у реальній смузі частот).

Вхідний сигнал можна представити у вигляді адитивної суміші *M* квазігармонічних сигналів, у цифровому вигляді маємо [1, 2, 5, 6]:

$$X(n) = \sum_{m=1}^M a_m \sin(2\pi f_m n), n = 1 \dots N, \tag{1}$$

де  $a_m$  – амплітуда *m*-ї квазігармонічної складової сигналу;  $f_m$  – частота *m*-ї квазігармонічної складової сигналу; *n* – номер відліку сигналу в часі; *N* – кількість відліків сигналу.

Етап 2

Отримавши вхідні дані, здійснюється представлення вхідного сигналу  $X(n)$  в частотній області за допомогою одного з алгоритмів прямого перетворення Фур'є, наприклад, прямого дискретного перетворення Фур'є [1, 2, 3]:

$$S(f) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N X(n) \exp(-j2\pi f n T_d), \tag{2}$$

де *f* – частота, на якій здійснюється оцінка амплітуди спектральних складових сигналу;  $T_d = 1/F_d$  – період дискретизації сигналу;  $F_d$  – частота дискретизації сигналу ( $F_d > 2f_m$ ).

Алгоритм КПФ відрізняється від алгоритму ДПФ тільки кроком аналізу сигналу по частоті  $\Delta f$ ; при умові, що  $Td = 1$ , тобто проміжок часу, на якому буде проведено аналіз,  $Tc = NT_d = N$ , маємо:

$$\Delta f_{\text{дпф}} = 1/N;$$

$$\Delta f_{\text{кпф}} \ll 1/N,$$

де  $\Delta f_{\text{дпф}}$  та  $\Delta f_{\text{кпф}}$  – кроки аналізу по частоті для алгоритмів ДПФ та КПФ відповідно.

У результаті прямого перетворення Фур'є (1) отримуємо спектр аналізованого сигналу. Ступінь детальності розрахунку спектральних складових залежить від обраного типу алгоритму перетворення Фур'є. Алгоритм ДПФ дозволяє отримувати спектр з кроком по частоті  $\Delta f_{\text{дпф}} = 1/N$ , а алгоритм КПФ – з

© П.С. Борисов, О.М. Кубрак, В.Г. Парфенюк, 2000  
 кроком  $\Delta f_{\text{кпф}} \ll 1/N$ .

В результаті аналізу літератури [1–6] та математичного моделювання можна зробити висновок, що роздільна здатність цих алгоритмів по частоті однакова та зворотно пропорційна об'єму вибірки сигналу  $\Delta F_{\text{ДПФ}} = \Delta F_{\text{КПФ}} = 1/N$ .

**Етап 3**

Виходячи із здійсненої оцінки спектра сигналу (рис. 2), вказується смуга частот  $\Delta F = f_{\text{max}} - f_{\text{min}}$ , в якій знаходяться завадові спектральні складові. Всім спектральним складовим вказаної смуги частот присвоюється значення нуля, тобто  $S(f) = 0$  при  $f_{\text{min}} < f < f_{\text{max}}$ .

**Етап 4**

Спектр, отриманий на третьому етапі за допомогою алгоритму зворотного перетворення Фур'є, перераховується у часову область [1, 2]:

$$X(n) = \sum_{f=0}^{Fd/2} S(f) \exp(j2\pi fnT_d). \tag{3}$$

В результаті отримуємо вхідний сигнал без завадових складових.

Наступний етап виконується з метою перевірки правильності здійснення фільтрації.

**Етап 5**

Застосовуючи пряме перетворення Фур'є, сигнал, отриманий в результаті проведення четвертого етапу, із часової області перераховується у частотну, згідно з формулою (2), та проводиться аналіз якості фільтрації за спектром сигналу. Проаналізувавши результати, при необхідності, є можливість подальшої фільтрації сигналу на інших частотних проміжках.

Використовуючи запроповану методику, була створена програма цифрової фільтрації.

Щоб переконатись, що програма є працездатною, та з метою оцінки її ефективності в якості вхідного сигналу створюється математична модель. Це адитивна суміш трьох гармонічних сигналів ( $M = 3$ ) з амплітудами  $a_1 = 10$  В,  $a_2 = 2$  В та  $a_3 = 1$  В та відносними частотами  $f_1 = 0,1$ ,  $f_2 = 0,12$ ,  $f_3 = 0,17$  відповідно,  $n = 1 \dots 200$  ( $N = 200$ ),  $F_d = 1$  ( $T_d = 1$ ), яка представлена на рис. 1.

Під час проведення цифрової фільтрації за допомогою запропонованого алгоритму вважається, що складові сигналу з частотами 0,1 та 0,17 є завадовими. Результати роботи програми ЦФС відображені на рис. 2–5 відповідно до розглянутих етапів.

На рис. 2 представлено спектр сигналу, отриманий за формулою (2) в результаті реалізації другого етапу методики.

На рис. 3 наведено спектр сигналу, отриманий шляхом усунення двох спектральних складових на відносних частотах  $f_1 = 0,1$  та  $f_3 = 0,17$  в результаті реалізації третього етапу методики.

На рис. 4 представлено сигнал, який містить лише одну квазігармонічну спектральну складову амплітудою 2 В на відносній частоті 0,17, отриманий в результаті етапу номер чотири.

На рис. 5 наведено результати п'ятого етапу, тобто перевірки якості фільтрації шляхом застосування формули (2) для сигналу, наведеного на рис. 4.

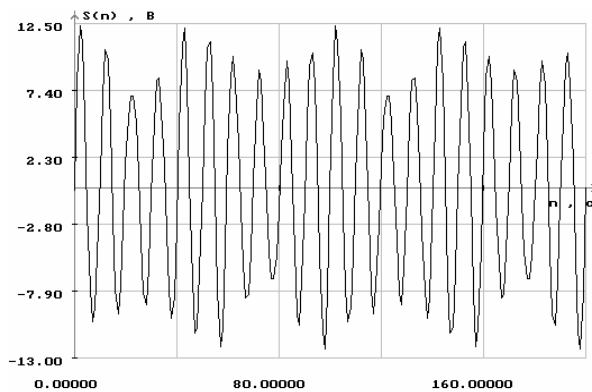


Рис. 1

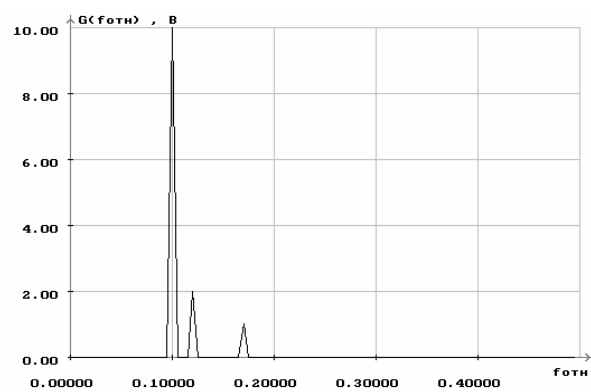


Рис. 2

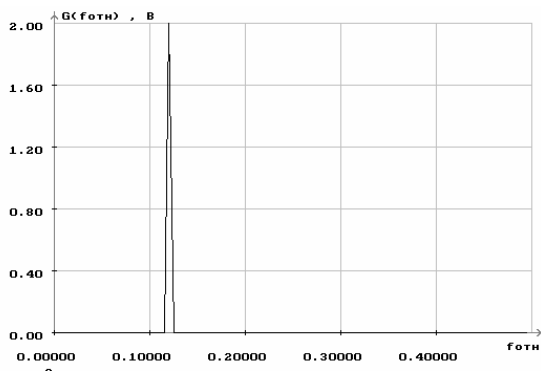


Рис. 3

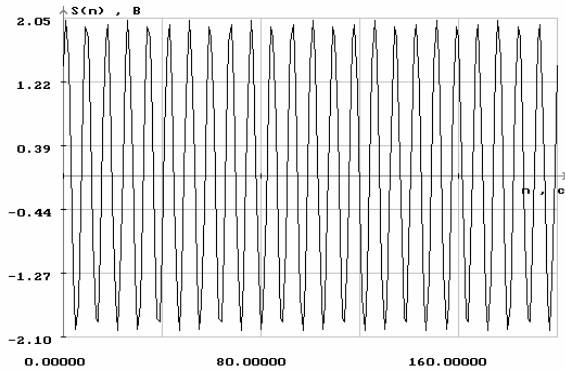


Рис. 4

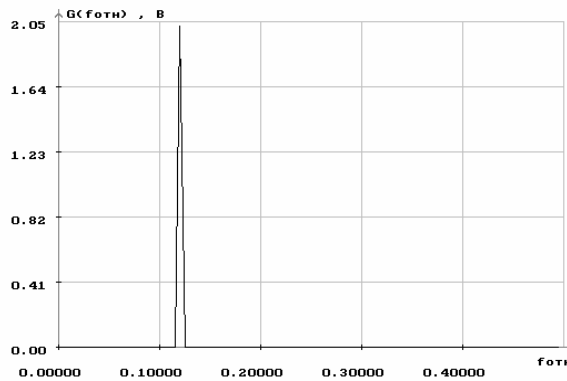


Рис. 5

З результатів фільтрації математичної моделі вхідного сигналу бачимо, що алгоритм ЦФС працює вірно, та результати фільтрації не мають спотворень. Завадові складові вхідного сигналу знищені повністю.

Таким чином, можна зробити висновок, що запропонований алгоритм ЦФС здатен розділяти та фільтрувати сигнали, які відрізняються по частоті, на відстань, більшу релеєвської роздільної здатності, тобто якість фільтрації залежить від об'єму вибірки вхідної послідовності.

Далі показані результати фільтрації реального сигналу, наведеного на рис. 6, з використанням запропонованого алгоритму. Цей сигнал отримано на експериментальній загоризонтній РЛС поверхневої хвилі та представлено у вигляді файлу даних для обробки в ЖВІРЕ імені С.П. Корольова. Початкові дані: частота дискретизації сигналу – 50 Гц (відносна частота дискретизації  $F_d = 1$ ), об'єм вибірки  $N = 700$  відліків.

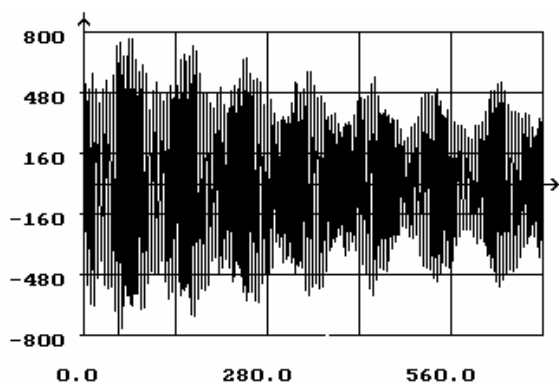


Рис. 6

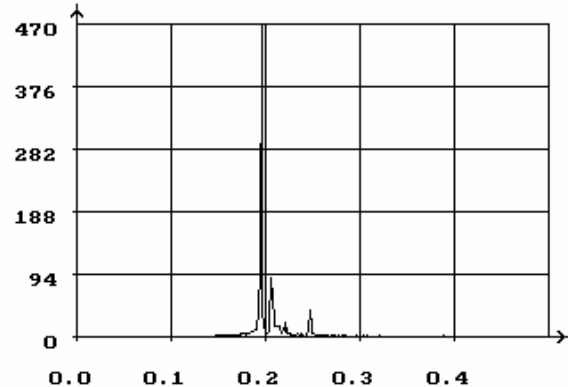


Рис. 7

Проводячи аналіз спектра цього сигналу (рис. 7) та володіючи апріорною інформацією про природу його виникнення, маємо, що спектральні складові на відносних частотах 0,196 (9,8 Гц) та 0,249 (12,45 Гц) вносять небажані завади при подальшій обробці, тобто є завадовими.

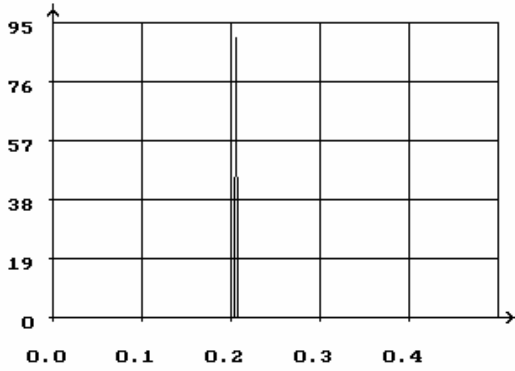


Рис. 8

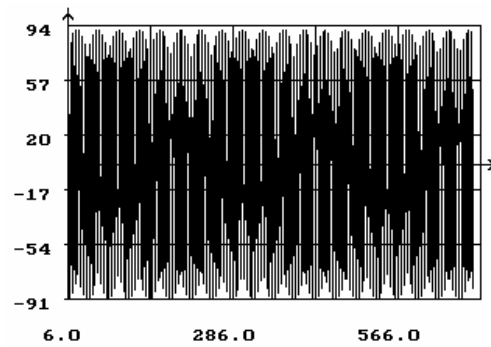


Рис. 9

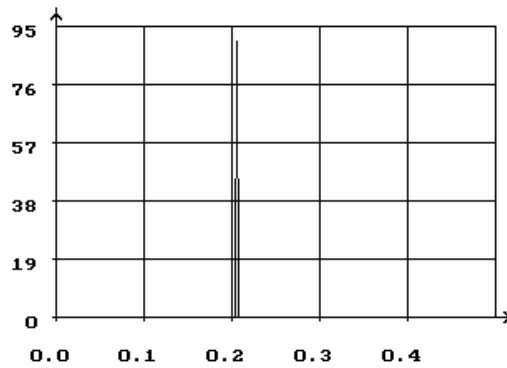


Рис. 10

З результатів фільтрації (рис. 7–10) маємо, що вказані завадові складові в спектрі обробленого сигналу відсутні. Аналізований сигнал містить лише одну спектральну складову на відносній частоті 0,206 (10,3 Гц), що відповідає корисному сигналу.

Оцінюючи працездатність алгоритму ЦФС, можна зробити висновок, що він може бути застосований в навчальних цілях, при обробці математичних моделей сигналів та при фільтрації реальних сигналів. Однак мінімальна відстань між сигналами, які фільтруються, не повинна перевищувати величини релеєвського розділення за частотою. Для отримання кращої якості та більшої точності фільтрації необхідно збільшувати  $N$  – розмір вибірки в часі, – але при великих значеннях  $N$  будуть значні часові затрати на проведення обчислень. Це і є основним недоліком методики ЦФС на основі перетворень Фур'є, але, беручи до уваги сьогоднішній технічний прогрес в області обчислювальної техніки, він є несуттєвим.

Незважаючи на недоліки, методика ЦФС має багато переваг, наприклад:

- після обробки амплітуди корисних сигналів практично не змінюються;
- фільтрація здійснюється у цифровому вигляді, тобто є можливість повторної обробки сигналів при інших початкових умовах;
- простота реалізації фільтра;
- гнучкість смуги фільтрації;
- досить висока точність.

**Висновки**

Запропоновано методику ЦФС на основі ПФ.

За результатами досліджень запропонованого алгоритму на прикладі вхідного сигналу, сформованого шляхом математичного моделювання та реального сигналу, доведена його працездатність при відстані між складовими спектра, що фільтруються, більшої, ніж релеєвська роздільна здатність  $\Delta f = 1/N$ .

Підвищення якості фільтрації можливо при підвищенні роздільної здатності алгоритмів перетворення Фур'є, яке призведе до великих часових затрат, що, у деяких випадках, суттєво.

**ЛІТЕРАТУРА:**

1. *Куприянов М.С., Матюшкин Б.Д.* Цифровая обработка сигналов: процессоры, алгоритмы, средства проектирования. – С.-Пб.: Политехника, 1998. – 592 с.: ил.
2. *Марал-мл. С.* Цифровой спектральный анализ и его приложения. – М.: Мир, 1990.
3. *Лэм Г.* Аналоговые и цифровые фильтры. – М.: Мир, 1982.
4. *Оппенгейм А., Шафер Р.* Цифровая обработка сигналов. – М.: Связь, 1979.
5. *Рабинер П., Гоулд Б.* Теория и применение цифровой обработки сигналов: Пер. с англ. / Под редакцией Ю.Н. Александрова. – М.: Мир, 1978. – 848 с.
6. *Солодовников А.И., Стиваковский А.М.* Основы теории и методы спектральной обработки информации: Учебное пособие. – Л.: Изд-во Ленинградского университета. – 1986. – 272 с.: ил.

БОРИСОВ Петро Спиридонович – курсант 5-го курсу Житомирського військового інституту радіоелектроніки імені С.П. Корольова.

Наукові інтереси:

– цифровий спектральний аналіз.

КУБРАК Олександр Миколайович – викладач Житомирського військового інституту радіоелектроніки імені С.П. Корольова.

Наукові інтереси:

– цифровий спектральний аналіз;

– моделювання радіотехнічних засобів.

ПАРФЕНЮК Василь Григорович – кандидат технічних наук, доцент, начальник кафедри Житомирського військового інституту радіоелектроніки імені С.П. Корольова.

Наукові інтереси:

– цифровий спектральний аналіз;

– моделювання радіотехнічних засобів;

– пристрої узгодження радіотехнічних САУ з ПЕОМ.

Подано 25.09.2000